

东华人文学学术文库

DONGHUA  
RENWEN XUESHU  
WENKU



# 比较视野下的 中国天文学史

邓可卉 / 著

上海人民出版社

• 东华人文学学术文库 •

# 比较视野下的 中国天文学史

邓可卉 / 著

DONGHUA  
RENWEN XUESHU  
WENKU

 上海人民出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

比较视野下的中国天文学史/邓可卉著. —上海:  
上海人民出版社, 2011  
(东华人文学术文库)  
ISBN 978-7-208-10309-2

I. ①比… II. ①邓… III. ①天文学史—中国—古代  
IV. ①P1-092

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 204646 号

责任编辑 张晓玲

封面设计 甘晓培

• 东华人文学术文库 •

**比较视野下的中国天文学史**

邓可卉 著

世纪出版集团

上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc)

世纪出版集团发行中心发行

常熟市新骅印刷有限公司印刷

开本 720×1000 1/16 印张 16.75 插页 2 字数 289,000

2011 年 11 月第 1 版 2011 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-208-10309-2/P·1

定价 32.00 元

# 编 委 会

主 编 张 怡 贺善侃

编 委 (按姓氏笔画排列)

王 平 王梅芳 杨小明 张 怡 邵 腾

贺善侃 黄德良 章礼强 廖大伟



# 总 序

东华大学人文学院的老师们早就筹划着把大家的学术成果汇编成一个系列,分期分批出版一套《东华人文学术文库》(以下简称《文库》),以及时反映大家的学术成果。2008年,《文库》第一辑《论现代科技的社会功能》、《明清科技史料丛考》、《辛亥革命与民初政治转型研究》、《近代中国金融业的转型与成长》等4本专著已由中国社会科学出版社出版。2009年至2010年,《文库》第二辑将陆续推出。比起第一辑,第二辑数量更多(第二辑计划由上海人民出版社出版9本);内容更广泛,涉及哲学、行政管理学、中国近现代史、科学技术史;作者面更宽,除教授外,还有年轻的博士、副教授。《东华人文学术文库》的连续推出,标志着东华大学人文社会科学研究成果的可持续发展。这套丛书将同步记录着东华大学人文社会科学的发展轨迹,并随着东华人文社会科学的发展壮大而不断拓展下去。

2007年召开的中国共产党第十七次全国代表大会报告把“繁荣发展哲学社会科学,推进学科体系、学术观点、科研方法创新,鼓励哲学社会科学界为党和人民事业发挥思想库作用,推动我国哲学社会科学优秀成果和优秀人才走向世界”作为“推动社会主义文化大发展大繁荣”的一项重要任务。这也是《文库》出版的宗旨所在。《文库》将以繁荣发展哲学社会科学为目标,以推进人文社会科学学科发展和学术观点、理论体系的创新为任务,努力为中国特社会主义事业,为东华大学学科建设,为高校文科教育发挥思想库作用。

东华大学是以工科见长的全国重点大学。根据高等教育事业的发展和人才需求的多样化,为适应现代科学技术的发展趋势,自上世纪90年代以来,东华大学直面挑战,解放思想,与时俱进,勇于创新,在保持特色学科发展优势、重点突破的同时,努力创建了一条以工为主,工、理、管、文等多学科协调发展的道路。

在此大背景下,近20多年,东华大学人文学院的教师们以发展为第一要务,聚焦学科建设,加强内涵发展,赶超学科前沿,努力提高东华人文学科水平,使东华的人文社会科学取得长足进展。

现在,经过多年的学科建设,东华大学的人文社会科学学科水平已有相当雄厚的基础。近年内,本学科教师在《哲学研究》、《自然辩证法通讯》、《自然辩证法

研究》、《中国行政管理》、《理论前沿》、《学术月刊》、《现代法学》、《史林》等权威刊物上发表论文数百篇,出版学术专著数十本。在马克思主义基本原理、马克思主义哲学、科学技术哲学、科学技术史、中国近现代史、行政管理等学科领域形成一批有较高质量的学术成果。承担过多项国家和省部级社科基金等科研项目,获得过多项省部级科研奖、上海市优秀教学成果、优秀教材等教学奖。目前已形成虚拟哲学与科学认识论、科学技术与社会发展、科学发展观研究、中国特色社会主义民主政治研究、近代中国社会转型研究、科技文化与技术思想史研究等研究方向。

人文社会科学的生命力在于把握时代脉搏,对重大现实问题及时做出深切思考,以反映时代精神的现实问题作为学科前沿所要回答的问题。近年来,东华大学人文学院的教师在辛勤从事人文社会科学前沿问题研究的同时,努力抓住我国改革开放进程中的热点问题,以马列主义、毛泽东思想、邓小平理论和“三个代表”重要思想为指导,对重要理论问题进行研究,涌现出一批批研究成果。《文库》推出的学术专著正是这些研究成果的一部分。这些专著凝聚着东华大学人文学院老师多年科学研究的心血,反映着他们最新研究心得,是东华人文社会科学最新研究成果的一个缩影。

《文库》出版的意义,不仅在于记录东华人文学人的学术成果,更为重要的是展现这些有形文字背后的无形的学术精神,诸如:勇于创新的开拓精神;勤于耕耘的踏实精神;求真务实的科学精神;永不知足的进取精神等。这些精神,将伴随着《文库》的不断延续而延伸、发扬光大。

人文社会科学学科领域宽广,内容博大精深,研究课题永无止境,因而《文库》为我们开辟了一个宏大的研究平台。《文库》的推出,并不祈求在短时间内去穷尽这浩瀚的研究领域,而只是期望创造一个持续不断、坚持不懈的研究过程。在这一过程中,我们希望能为读者提供更多、更高水平的研究成果。

《文库》的出版受到东华大学学科建设办公室等有关部门的鼎力相助,在此谨向一切为《文库》出版付出辛勤努力的领导和同仁表示衷心感谢。

《东华人文学文库》编辑委员会

2009年10月于东华大学

# 目 录

第一章 中西古代天文学的异同	1
第一节 中西古代天文学的概述	1
第二节 张衡与托勒玫天文学之比较	8
1. 张衡与浑天说	8
2. 浑天说与盖天说、宣夜说的关系	9
3. 宇宙起源和生成的思想	10
4. 月行九道术	11
5. 关于行星运动的思想	12
6. 月食的解释	13
7. 日月的视角直径和星官	13
8. 东汉时期的天球观	14
9. 托勒玫的天球观	15
10. 张衡与托勒玫的比较	17
第三节 中西古代岁差的发现和提出	18
第四节 中西古代对于彗星的认识	22
1. 彗星的形态	22
2. 彗星的特征	25
第二章 中国古代测天理论的独立形态	27
第一节 圭表测影的传统	27
1. 圭表定方向	27
2. 圭表定时刻	29
3. 圭表测定回归年长度	30
4. 其他功能	30
第二节 圭表测影技术的改进	32

第三节 圭表测影的天文学意义 .....	33
1. “地中”说的形成与推翻 .....	34
2. 晷影漏刻等的测算和相互参验 .....	38
3. 圭表——晷仪——日晷 .....	43
第四节 中星观测 .....	46
第五节 中国古代天文仪器系统 .....	49
第六节 历法的代数特点 .....	53
 第三章 《至大论》的方法 .....	56
第一节 地心宇宙观的信仰与怀疑 .....	56
第二节 《至大论》之源 .....	59
第三节 《至大论》的独立形态 .....	62
1. 《至大论》中球面天文学的名词术语 .....	62
2. 球面天文的实际应用 .....	64
3. 计数规则与计算系统的特点 .....	66
4. 法则的建立过程——“假设”的生命力 .....	74
5. 天体运动的终结性指标 .....	79
6. 《至大论》的方法论基础 .....	82
 第四章 中西古代天文学案例比较研究 .....	89
第一节 中国古代和《至大论》中一些球面天文方法的比较 .....	89
1. 太阳视赤纬问题 .....	89
2. 黄赤道坐标量变换问题 .....	90
3. 昼夜长短和黄道上上中天点的时间计算 .....	93
第二节 太阳年长度测定的比较 .....	94
1. 中国古代对回归年长度的测定 .....	94
2. 托勒玫对回归年长度的测定 .....	96
第三节 中西古代黄赤交角测算的比较 .....	99
1. 托勒玫对黄赤交角的测算 .....	99
2. 东汉时期对黄赤交角的测算 .....	101

3. 精度比较 .....	102
第四节 中西古代太阳运动理论比较 .....	102
1. 古希腊太阳中心差曲线和速度曲线 .....	102
2. 近地点平黄经计算精度的分析与比较 .....	104
3. 关于中国古代太阳运动理论几个疑点的澄清 .....	106
第五节 《授时历》中的弧矢割圆术 .....	110
1. 《元史·历志》和《明史·历志》中有关弧矢割圆术内容的校补 .....	110
2. 《至大论》与弧矢割圆术中的黄赤道坐标变换精度的比较 .....	113
3. 弧矢割圆术中的制图和运算法则 .....	115
4. 弧矢割圆术的单位系 .....	116
5. 对于会圆术的进一步分析 .....	118
第六节 明代的历法改革 .....	119
1. 《崇祯历书》的编撰 .....	119
2. 《崇祯历书》中的天文观测 .....	121
3. 徐光启的改历原则 .....	124
4. 《崇祯历书》的重要影响 .....	125
第七节 《至大论》在中国 .....	127
1. 《测天约说》中的有关内容 .....	128
2. 《日躔历指》中的有关内容 .....	129
3. 《恒星历指》中的有关内容 .....	130
4. 《月离历指》中的有关内容 .....	130
5. 《崇祯历书》介绍的《至大论》中的有关天文仪器 .....	133
第八节 《测天约说》的主要内容 .....	134
第九节 《测量全义》的编撰及其历史贡献 .....	136
1. 《测量全义》的编撰 .....	136
2. 《测量全义》的体例和内容 .....	138
3. 《测量全义》在《崇祯历书》中的地位和作用 .....	143
第十节 《恒星历指》的主要内容及其影响 .....	144
1. 以第谷天文学为主的恒星测量基本方法和理论 .....	145
2. 第谷式恒星测量仪器 .....	146



3. 蒙气差修正的定量解释 .....	148
4. 恒星本行理论 .....	149
5. 绘制星图的原理和方法 .....	152
6. 《恒星历指》的意义和影响 .....	153
第十一节 《五纬历指》中的宇宙理论 .....	156
1. 西方宇宙论传入中国的几个分期 .....	157
2. 《五纬历指》中宇宙层次的一般判断法则 .....	159
3. 第谷体系在欧洲的情况 .....	163
4. 《五纬历指》关于第谷体系的合理性 .....	166
5. 西方宇宙模型传入过程中相关理论的缺失以及中国的接受情况 .....	168
第十二节 清代日晷 .....	170
1. 面东西日晷的形制与原理 .....	171
2. 地平日晷的形制与原理 .....	174
3. 清代日晷发展的特点 .....	180
第十三节 朱文鑫的历法比较研究工作 .....	183
1. 朱文鑫谈《九执历》 .....	184
2. 朱文鑫谈《回回历》 .....	184
3. 清代历法与中西历法之比较 .....	185
4. 汉历交食周与西法之比较 .....	186
第五章 《授时历》在日本的研究情况 .....	188
第一节 《授时历》与和算的关系 .....	188
第二节 《授时历》的传日经过与关孝和 .....	189
第三节 中日学者的《授时历》比较研究工作综述 .....	190
第四节 关孝和的《授时发明》 .....	191
1. 论黄赤道差 .....	192
2. 论黄赤内外差 .....	195
3. 论白道与黄赤道差 .....	196
第五节 关孝和的《授时历经立成之法》与《授时历经立成》 .....	207
1. “太阳立成” .....	207

---

2. “太阴立成” .....	209
3. “五星立成之法” .....	210
4. 关孝和的几项发明创造 .....	211
第六节 关孝和的《天文数学杂著》.....	215
1. 日食记录 .....	215
2. “磁针之测验” .....	215
3. 定合定积定星图解 .....	216
4. “日景实测” .....	218
5. 交食计算的准备工作 .....	221
6. 日、月食视差图释及交食计算 .....	224
 第六章 李约瑟眼中的中国天文学史.....	231
第一节 李约瑟与中国天文学史文献.....	231
第二节 20 世纪以前西方学者对中国天文学史的研究 .....	235
第三节 李约瑟的中国天文学史研究及其贡献.....	240
 参考文献.....	245

# 第一章 中西古代天文学的异同

## 第一节 中西古代天文学的概述

中国古代典籍中较早出现了“天文”一词,在《易经》中有:“观乎天文,以察时变;观乎人文,以化成天下。”这里,“天文”就是指天空中呈现着的天象。在古代统治者的心目中,天象总是和人间吉凶以及他们的统治相关联;所以天文在古代政治、生产和生活中具有非常重要的地位。出于统治和安抚百姓的需要,自古以来中国历代帝王都非常重视对于天文的研究和观测。相应的,出现了一系列官方统治下的历代天文研究机构、场所和作为固定官职的人员。

古代早期掌管天文事务的人员实际上都是巫,他们在国家的地位很高。到了周代,周文王筑有用于观测天象的固定场所——灵台,《周礼》中设置的六个官职有冯(音平)相氏、保章氏、大史、占梦、眡祲和大宗伯,都和天文有关,他们负责观星变、察吉祥、占岁和侯气等多种沟通天与人的政治任务。正如司马迁在《史记·天官书》中所说的:“汉之为天数者,星则唐都,气则王朔,占岁则魏鲜。”

由此看来,古代“天文”还有另外一层意思,用以指仰观天象以占验人事吉凶之活动或学问。古代中国人心目中的“天文”,究其含义和性质,实际上就是星占。纵观历代官修史书二十四史中的《天文志》,不难发现,其中的内容皆为典型的星占学文献。天文与星占历来是一对亲姊妹,从历史发展看,也许星占的历史更早一些。

中国古代天文按照功能可以分为两派,这个传统很早就形成了。一派是天文家,如《周礼》中的保章氏,主要负责天文观测,古代的天文观测带有浓厚的占星术色彩。一派是历法家,如《周礼》中的冯(音平)相氏,古代历法家主要负责推步日月五星行度,工作的重要内容是观测、推算和预报,历代帝王都比较重视颁行历法,中国古代从黄帝历起到太平天国的天历止,一共有 102 部历法<sup>①</sup>。世界

---

<sup>①</sup> 朱文鑫,《历法通志》,上海:商务印书馆,1934。

上没有一个国家或民族能够像中国那样重视历法。

由于观测与预报天象,编制历法和占星等等实际的需要,天文这一学问在中国逐渐发展起来,形成了具有东方特色的天文学主流;由于历代统治者长久的政治需要,不断地干预和统治天文的发展,天文之学在中国的发展带有浓厚的官方色彩。围绕天文历法的改革和发展,历代主要有司天台的建造、天文仪器的制造、天文观测手段和计算方法的改进、天文理论的提出等主要活动。中国的天文之学是中国最古老的文明之一。

我们不妨回顾一下李约瑟的一段话:

对于中国人来说,天文学曾经是一门很重要的科学,因为它是从敬天的“宗教”中自然产生的,是从那种把宇宙看作是一个统一体、甚至是一个“伦理上的统一体”的观点产生的,这种看法曾使宋代的哲学家们产生出他们伟大的有机论思想……在这个国家里,历法是由皇帝颁布的,并由效忠于他的臣民加以奉行,这是从最早的时期开始就已贯穿在中国历史中的一条陆续的线索。与此相应,天文和历法一直是“正统”的儒家学说……人们说得好,希腊的天文学家是隐士、哲人和热爱真理的人<sup>①</sup>,他们和本地的祭祀没有固定的关系;中国的天文学家则不然,他们和至尊的天子有着密切的关系,他们是政府官员之一,是依照礼仪供养在宫廷之内。这并不是说,中国古代和中古代的天文学家不是热爱真理的人;只不过在他们看来,用高度理论形式和几何形式(这是希腊人的特色)来表现天文现象是不必要的。

中国古代天文学形成了独具特色的一套完整的体系,其悠久的历史、完善的系统和对于天文观测、历法编排的坚韧不拔的毅力,是任何其他民族、地域的天文学所不能相比的。在汉代,历日制度的安排取阴阳合历的形式,对日月五星的视运动以及与之相关的气、朔、闰、交食、晷漏等的研究形成了中国古代独具特色的天文历法体系。所谓独特的体系,是指进行上述问题的研究时采用了一整套独特的方法,形成了鲜明的风格与特点。对日月五星视运动的各种周期,例如朔望月、近点月、交点月、恒星月、回归年长度、交食周期、五星会合周期等等的探讨和有关天文常数如二十八宿的距度、黄赤交角、黄白交角、昼夜刻漏、晷影长度以及岁差等的测定,以及对月亮在一近点月内逐日的运行情况(月离表)、太阳在一回归年内逐气的运行情况(日躔表)以及五星在一个会合周期内的动态(五星动态表)的测定,构成了历法的基本框架。而当推求某一时刻日月五星的位置时,

---

<sup>①</sup> 这是托勒玫在《至大论》中谈到喜帕恰斯时所说的话,见 G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest*, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984.

则将某一特定历元到该时刻的长度,减去相应周期长度的若干倍,得一余数,据此于月离、日躔或五星动态表中作进一步计算,采用代数的方法(主要是内插法)推算所求时刻日月五星的具体位置,并解决气、朔、交食等相应的问题。这就是中国古代历法体系的基本内容和方法。它又与古代特有的天文仪器、宇宙理论、系统的天象观测等一起,构成了天文学体系的丰富内容。

中国汉代就形成了制历必先测天,历法的优劣需由天文观测来判定的原则。秦汉时期,对于天象的观测和记录有两个明显的特点:第一是各种天象的记录趋于齐备。第二是天象记录日趋详尽、精细。如对日食的观测,不但有发生日期的记载,而且开始注意到了食分、方位、亏起方向及初亏和复圆时刻等等。关于彗星记事,对于彗星运行路线、视行快慢以及相应的时间都用生动而又简洁的文字和图画描绘出来。中国古代对天象的观测和记录的传统,在汉代奠定下坚实的基础,历代更延续不断且有所发展。在望远镜发明以前的漫长年代里,大量有关日食、黑子、彗星、流星雨、新星、超新星和极光等十分准确、丰富的记录被积累下来,为近现代科学研究提供了宝贵的历史资料<sup>①</sup>。

中国古代天文学的显著特点是重视建立一套天文测算系统,历代关于传统历法的史料记载中重实践而轻理论,重史实而轻思想,有所谓“纪事而不创”的特点。在西汉天文学成就的基础上,东汉天文学有了长足的进展,集合一批优秀的官方、民间天文学家进行改历,确立了一套天文测算体制,得到了有关太阳运动的最完备、最精确的测算表格,内容包括二十四气日所在、黄道去极、晷景、昼漏刻、夜漏刻、昏中星、旦中星的观测数值表,它载于《后汉书·律历下》,此后,虽然历代屡屡改革历法,但是基本延续了在历法中编制一张类似的表格的传统,表格的有关内容成为传统历算学的基本内容。从唐都大衍历开始,古代历法推步术分为七个部分,步气朔、步发敛、步日躔、步月离、步晷漏、步交会和步五星等,这些代表了传统历算的内容,构成历算的基本框架。

中国古代最系统、最完整、记载资料最丰富的天文典籍是历代官修二十四史中的天文三志,即《律历志》、《天文志》和《五行志》。《律历志》是关于该朝律与历的文献汇总;《天文志》记录了该朝发生的天文大事和天象记录,以及对应的星占占辞等;《五行志》专述该朝灾异、祥瑞的情况,为各地灾异、祥瑞报告的文献汇总。有少数几种官史中这三志的名称稍有变化,但其所述内容基本一致。

古希腊涉及的地区远比现今希腊大得多。早在公元前7世纪,希腊人便大

<sup>①</sup> 席泽宗,《科学史十论》,上海:复旦大学出版社,2003。



量向海外移民,在小亚细亚、意大利南部、西班牙东海岸、埃及北部和利比亚建立了许多城邦国家。这被称为希腊城邦时期。公元前 336 年,亚历山大大帝登基,他从希腊本土出发,率兵征服了地中海沿岸的广大地区,建立了庞大的亚历山大帝国。他去世后不久,这一帝国被他的旧将瓜分,建立起若干王国,如托勒玫王朝的埃及和塞琉古王朝的叙利亚等。到公元前 30 年,这些王国中的最后一个即托勒玫王朝的埃及也被罗马帝国所亡。从此,地中海沿岸的广大地区都被囊括在比亚历山大帝国更大的罗马帝国的版图之中。

古希腊的历史既包括亚历山大帝国建立前的希腊城邦时期,也包括该帝国建立后直至该地区被罗马帝国统一之前史学家所称的希腊化时期。古希腊早期,许多城邦国家同时并存,从未出现过大一统的局面,学术思想十分自由,这有助于形成希腊学者对自然和哲学的无拘无束的思考,并自发产生了从自然界本身来解释自然现象的朴素唯物主义。在南意大利的希腊殖民地中,一个宗教教派的成员们也主张自然结构的背后有统一性,毕达哥拉斯(Pythagoras, 约前 580—约前 500 年)为教派的创立者,他提出了“万物皆数”和“和谐宇宙”(Cosmos)的重要观点,后者成为文艺复兴时期天文学发展的强大驱动力。毕达哥拉斯学派的哲学家认识到地球是球形的。毕达哥拉斯认为不能狭义地去拟合观测,也就是认为符合理性比符合经验更重要,由此,思辨方法产生了,这种对理性的追求被称为“希腊人的奇迹”,它影响并导致了西方天文学乃至整个科学的发展。

雅典三大哲学家之一的柏拉图(Plato, 约前 427—347 年)是用这种方法建立天文学的一个重要代表,他除了赞成“和谐宇宙”的观点外,将注意力集中在基于数学推理的确定性上,因此一个可以接受的清晰答案是:所有天体都在作匀速圆周运动。此后,人们相信理论的价值标准是普遍性,普遍的理论比个别的现象更加可信,如果有少数现象违背了这一点,应该“拯救现象”。

在天文学方面,古希腊人非常重视对天象的观测,他们很早就注意到了五大行星在天空中的自西向东穿行,这被称为“顺行”;但有时也会自东向西穿行,这被称为“逆行”,在顺行转为逆行或逆行转为顺行的过程中,它们经常会停留在恒星背景上的某点不动,这被称为“留”。对于太阳和月亮,它们始终自西向东穿行,但有时快,有时慢,运动速度并不均匀。为了“拯救现象”,不同的希腊学者对行星、太阳、月亮的运动特点提出了不同的几何学解释。

首先,生于克尼多斯的欧多克索斯(Eudoxus of Cnidus, 约前 408—前 355 年)提出了同心球模型(Concentric Spheres),他只简单地用了一对同心圆,就可以解释行星的逆行。但是他为太阳运动所构造的三层球叠套系统,却不令人满

意。这是对于行星运动问题的数学解释的尝试,这等价于描述天体是如何运动的。他的同时代人卡利普斯(Callippus)给出一个靠增加天球数目而获得更大适应性的系统,使得描述精确度进一步提高<sup>①</sup>。但是很快,同心球体系产生了严重缺陷,就是,不能解释更多观测到的现象,增加球层对反映行星与地球中心之间的距离变化不能有所帮助,不能解释行星的亮度变化。

希腊人仍然相信和谐宇宙的秘密就是匀速圆周运动,所以他们需要引入更好的模型,并且参考巴比伦的观测或者由此计算得到的参数去发展他们的宇宙理论。生于帕尔加的阿波罗尼奥斯(Apollonius of Perga, 约前 262—前 190)在他的两个关于宇宙的几何设计中提出本轮均轮模型,本轮均轮的叠加运动正好可以解释行星的轨道不是简单的圆的现象。喜帕恰斯(Hipparchus, 约前 190—约前 125)在处理观测数据中显示了令人敬畏的技巧,他提出了偏心圆模型,很好地解释了太阳运动的不均匀性;关于月亮运动模型的一些参数,由喜帕恰斯根据在巴比伦天文表中发现的交食记录计算出来。可惜关于以上两个古代天文学家的工作没有其他任何资料留存,喜帕恰斯的著作几乎全部佚失<sup>②</sup>,他的工作被托勒玫(Ptolemy, 约 90—168)在他的《至大论》中大量引用才得以流传于世。

罗马帝国早期,滞留在亚历山大城的希腊学者们仍能得到帝国统治者较优厚的待遇,继续自由地从事研究工作,因此,古希腊天文学的亚历山大学派依然得以延续,托勒玫正是该学派的最后一位杰出代表。在他的巨著《至大论》中,他第一次完整、系统、定量地阐述了自亚里士多德以来建立的地心说的宇宙体系。在观测方面,他继承了喜帕恰斯等古代大量的观测数据,在用于他的天文学理论时进行了必要的取舍;在天文学理论方面,他坚持古希腊学者的“拯救现象”的信念;在模型方面,托勒玫继承了本轮、均轮说和喜帕恰斯的偏心圆理论,进一步提出了“偏心等速点”(equant)概念,假定地球在离开一个给定圆周的圆心有一定距离的点上,那么“偏心等速点”位于地球的镜面对称位置,他考虑的是,圆周上的点不是以匀速运动,而是以变速运动,速度变化的规律是,让一个在“偏心等速点”上的观测者看来是匀速的。他在行星理论中引入的“偏心等速圆”的含义也类似。

---

① B. L. Van Der Waerden, The Motion of Venus, Mercury and the Sun in Early Greek Astronomy, Journal for the History of Astronomy, 1981, 12, 99—113.

② Noel M. Swerdlow, Hipparchus's Determination of the Length of the Tropical Year and the Rate of Precession, Journal for the History of Astronomy, 1979, 10, 291—309. 这篇文章中说,喜帕恰斯的天文著作只有《关于 Aratus 的评注》保存下来,它被证明在区分托勒玫与喜帕恰斯的星表方面具有重要价值,而且提供了比在《至大论》中少得多的关于建立天体坐标系结构的例子。

西方天文学也和星占学有着千丝万缕的联系。托勒玫的若干科学著作中有一名《四书》(*Tetrabiblos*, 4卷)的星占学专著,是献给 Syrus 的,可能是他的老师<sup>①</sup>。它是《至大论》的姊妹篇,在这本书中,托勒玫利用在《至大论》中显示的数学方法,预测太阳、月球和恒星相互之间,以及它们相对于地球的位置;另外可以利用行星的不同理论预测行星对其他天体,主要是对地球的影响。这是在中世纪极负盛名、影响很大的著作,它有多个希腊文本和拉丁文本,也有英文译本。还有一本名为《恒星之象》(*Phases or Parapegma*, 或者称为 *Weather Calendar*)的书,此书专门论述固定恒星的星象、可见周期以及这些如何被用于星占气象学,实际就是把星占学和气象学结合在一起,这个传统在西方一直持续到文艺复兴时代。历史上许多著名科学家和占星术有着千丝万缕的联系。据金格里奇研究,哥白尼的出生日期 1473 年 2 月 19 日下午 4 时 48 分,这是通过构建缺失的信息,回推天象而算出来的。因为在哥白尼时代除了这样的方式,不可能有如此精确的钟表做到这一点。这项工作在古代占星术建立天宫图的第一步<sup>②</sup>。

德国天文学家、数学家开普勒从事天文学研究的生活保障,来源于他长期的星占学职业,在他公开出版的名为《占星学的可靠基础》的小册子的辩词中,他极力主张批评家们不要把婴儿连同洗澡水一起倒掉<sup>③</sup>。李约瑟认为到 18 世纪,西方星占学在民间仍然以个人形式存在,并没有因为和政治的关联而失去其价值<sup>④</sup>。

总之,从中西方古代天文学的性质和发展来看,中国古代天文之学是一种官方天文学,服务于历代统治者的政治目的。这方面已经有李约瑟提出:中国古代天文学具有“政治特征”,席文认为:中国古代天文学的本质是“为差不多是纯政治目的服务的、实用而经验的技艺”,还有许多现代学者从不同角度探讨了政治统治下的中国古代天文学,而为了区别于现代天文学,有学者把中国古代天文学叫做“天学”,并且认为中国古代天学的重要功能是“军国星占学”<sup>⑤</sup>。历史上作出贡献的许多天文学家大多数是在官方领导下的“职业天文学家”,因此,中国古代天文之学的目标也非常明确,组织大批人员进行大量的天文观测,历代统治者

① 在《至大论》的卷 1 开始,托勒玫就提到 Syrus 是一个真正的哲学家;另外持这个观点的是 Toomer,他在 *Dictionary of Scientific Biography* 中对此有述。

② [美]欧文·金格里奇,《无人读过的书——天体运行论追踪记》,北京:生活·新知·三联书店,2004。

③ Walther Gerlach 著,邓可弁译,《约翰尼斯·开普勒的生活、生平与工作》,译自 *Vistas in Astronomy*, vol. 18.《物理学史》,1995:1—2。

④ 李约瑟,《中国科学技术史》(天学卷),第一分册,北京:科学出版社,1975:7。

⑤ 江晓原,《天学真原》,沈阳:辽宁教育出版社,1991。

热衷于历法的制定和颁行,这些都是为历代帝王的政治统治服务的。一般来说,中国古代天文观测带有浓厚的星占学的色彩,而历法的制定最关心的是预报日月食的精度。

中国古代历算学的发展具有明显的东方色彩,主要包括,历法优劣的判定以是否符合观测现象为依据,天文观测是制定历法的基础,而天文观测的准确与否决定于天文仪器的精准程度,所谓“历之本在于验天,而观象之本莫过于仪器”;传统的天文历算把天文学理论和数学理论与计算方法的完善紧密结合起来,以内插法为主、兼及其他代数学方法的数学和天文学互相支撑,共同发展,形成了具有代数特色的历法计算体系,重视各种算法的代数学特征。

中国传统的宇宙理论和代数学的历法体系基本上是脱节的,历史上,春秋战国时期产生的第二次盖天说在西汉得到进一步的系统化和数学化,形成了系统的四分历历法体系,成书于公元前1世纪的《周髀算经》便是这一学派的代表作,该书中有相当繁杂的数学计算和勾股定理的引用,这是一个例外。在古代占有重要地位的浑天说宇宙论,代表了古代比较成熟的宇宙观和天地观,形成了一套比较完整的观点,历代的浑天家数不胜数,但是,历史上却没有哪一部历法是明确地阐述这套宇宙论的,浑天说没有在中国古代的数理天文学中得到进一步的发展。

古希腊天文学的主要目标之一是探索自然和宇宙的奥秘,由此进一步上升到了哲学和思辨的逻辑学方法;由于地理原因,古希腊的哲人们喜欢到处游说、经商和讲学,拥有自由的、辩论的学术风气。由于古希腊的“数学即几何”的观念,使得在古代许多世纪形成了唯“几何”至上的学风和传统,天文学的发展主要是以一套完整的、量化的、系统化的几何模型,解释已经形成的地心说宇宙理论,这样一种系统化和定量化方法的生命力体现在,一套几何模型体系的建立植根于天文观测,它的正确与否又回到观测,即进一步通过观测来验证。模型在古代等同于“假设”,而不管是“模型”还是“假设”,如果它们不符合观测事实,可以进一步修正这个“模型”或“假设”,直到它们能够在允许的误差范围内相符。

中国传统历法虽然以对日、月、五星运动的经验观测为主要内容,但是却缺少对日、月、五星理论探索的基本动因,因为中国人缺乏希腊人对自然界的合理性所抱有的那种坚定信念。这导致了中西古代天文学发展方面的许多重要差别。虽然中西方的天文学发展具有各自不同的轨道,为了不同的目标而形成了不同的特点,但是实际上,它们的许多具体内容和考虑问题的出发点具有相似性,这构成了中西天文学比较研究的许多共同话题和较为宽泛的研究领域。

## 第二节 张衡与托勒玫天文学之比较

张衡(78—139年)与托勒玫(约90—168年)这两个中西方古代的天文学家,生活的时代近乎相同,他们为各自地域和民族的天文学发展都作出了重要的贡献。他们的天文学工作各有特点,值得进行比较和探讨。

### 1. 张衡与浑天说

张衡,字平子,河南南阳人。他的《浑天仪图注》是浑天说的代表作,而他的另一名著《灵宪》是集中了张衡多数天文学成就的代表作。这两部历史名著分别在《后汉书·律历下》和《后汉书·天文上》的两个“注”中摘出而得以保存至今,原书已佚。在《浑天仪图注》中,张衡指出:

浑天如鸡子,天体圆如弹丸,地如鸡中黄,孤居于内,天大而地小,天表里有水,天之包地,犹壳之裹黄。天地各乘气而立,载水而浮。周天三百六十五度又四分度之一;又中分之,则一百八十二度八分度之五覆地上,……绕地下。故二十八宿半隐半现。其两端谓之南北极。北极乃天之中也,在正北出地上三十六度。然则北极上规,经七十二度,常见不隐。南极天之中也,在正南入地三十六度,南极下规七十二度,常伏不见。两极相去一百八十二度半强。天转如毂之运也,周旋无端,其形浑浑,故曰浑天也。

赤道横带天之腹,去南北二极各九十一度十六分度之五。横带者,东西围天之中腰也。然则北极小规去赤道五十五度半,南极小规亦去赤道出入地之数,是故各九十一度半强也。黄道斜带其腹,出赤道表里各二十四度,日之所行也。

日最短经黄道南,在赤道外二十四度,是其表也。日最长经黄道北,在赤道内二十四度,是其里也。故夏至去极六十七度而强,冬至去极一百一十五度亦强也。冬至日行南,至斗二十一度,去极一百一十五度少强。是故日最短,夜最长,景极长;日出辰,日入申,昼行地上一百四十六度稍强,夜行地下二百一十九度少强。夏至日在……然则春分日在奎十四度少强,西交于奎也。秋分日在角五度弱,东交于角也。此黄赤道之交中,去极俱九十一度少强,故景居二至长短之中。奎十四,角五,出卯入酉;日昼行地上,夜行地下;俱一百八十二度半强,故昼夜同也。<sup>①</sup>

<sup>①</sup> 张衡,《浑天仪图注》,自:张衡《浑天仪图注》,《科圣张衡》,郑州:河南人民出版社,1996:289—291。



张衡明确地指出天空与大地都是圆球,而且形象地说明了天与地的关系。在《灵宪》中,张衡将宇宙视为一个球体,认为有了它,才能“先准之于浑体,是谓正仪立度”,他也正是这样做的。他按照传统给出周天、昼夜长短、赤道去极、春秋分和冬夏至去极等量化指标,周天度为三百六十五又四分度之一,从赤道到北(南)极是 $91\frac{5}{16}$ 度,是一周天的四分之一。北极是天的中央,只是一半天的中央,另一半天的中央是南极,北极在正北方高出地平36度,南极在正南地下36度,南北两天极相距182度强;他给出了赤道、黄道、黄道出赤道表里(黄赤交角)、昼夜以及最长昼(景极短)、最短昼(景极长)等术语,正确地指出了常见不隐和常伏不见星、天球南北极(及其相去)、日出入方位(出辰入申)、春秋分和冬夏至的日所躔、春分秋分时日出卯入酉“俱一百八十二度半强,故昼夜同也”等等天文现象。

张衡的这些论述表明了浑天说的基本观点。浑天说是一种以地球为中心的宇宙理论,主要目的是测量二十八宿的广度以求天状,从其字里行间可以看出主要采用了相当于赤道坐标的时角和赤纬。在当时的历史条件下,它能比较近似地说明天体的运行。这段文字也是张衡制作他的浑天仪的主要依据,虽说是浑天仪,但是根据史料记载,它更类似后来的浑象,在《晋书·天文志》“天体”节中有“张平子既作浑天仪,于密室中以漏水转之,令伺之者闭户而唱之。其伺之者以告灵台之观天者曰:‘璇玑所加,某星始见,某星已中,某星今没,皆如合符也。’”,张衡制作的浑天仪既能模拟和演示天象,“星中、出、没与天相应”,又“以漏水转之于殿上室内”,“因其关戾,又转瑞轮蓂莢于阶下,随月盈虚,依历开落”<sup>①</sup>,通过设定的动力装置,达到计时、报时的目的。张衡的浑天仪“具内外规,南北极,黄赤道”,设计制作比较完整,既是他的浑天说思想的实践,又为后世浑仪(象)的发展打下了良好的基础。张衡担任太史令先后达14年之久,他的浑天说思想观点对后世产生了很大的影响。

## 2. 浑天说与盖天说、宣夜说的关系

形成于两汉时期的三大传统宇宙论,到了张衡时发生了一些变化。张衡在他的另一名著《灵宪》中进一步阐释了他的天地观,他说:“在天成象,在地成形。天有九位,地有九域;天有三辰,地有三形;有象可效,有形可度。性情万殊,旁通感薄,自然相生,莫之能纪。于是人之精者作圣,实始纪纲而经纬之。八极之维,径二亿三万二千三百里,南北则短减千里,东西则广增千里。自地至天,半于八

<sup>①</sup> [唐]李淳风,《晋书·天文志》。见:[唐]房玄龄等撰《晋书》。北京:中华书局,1974。

极,则地之深亦如之。通而度之,则是浑已。将覆其数,用重勾股,悬天之景,薄地之仪,皆移千里而差一寸得之。过此而往者,未之或知也。未之或知者,宇宙之谓也。宇之表无极,宙之端无穷。天有两仪,以舞道中。其可观,极星是也,谓之北极。在南者不著,故圣人弗之名焉。”<sup>①</sup>张衡在《灵宪》里表达的他所认为的天球中心,实际只是观测者所在的位置。在他的浑天思想下,他表明了八极之维的南北、东西长度不同,关于天地的结构,在《吕氏春秋·有始览》和《淮南子·坠形训》中都有类似的记载,可以看出古人基本相信天地的东西长度要比南北长度来得长。关于地的度量,他采用了勾股术,他相信在盖天说的代表著作《周髀算经》中阐明的“日影千里而差一寸”的基本公理。“两仪”是指太阳和月亮,张衡在此说明了它们的运动在黄道上,关于“弗之名”的星,就是论星数中“海人之占未存焉”的南天星座,是“南极下规七十二度,常伏不见”之星,这与他的宇宙论相结合而明白无误地提出来。张衡认为浑圆的天体并不是宇宙的边界,他通过“宇之表无极,宙之端无穷”表达了宇宙无限的观念,这显然是吸收了宣夜说的观点。总之,在吸收了盖天说和宣夜说的一些观点的基础上,张衡提出了独到的天地观和宇宙观。

在《灵宪》一文结尾,他又从言天体者有三家出发,说明了宣夜绝无师法,而盖天多所违失,“唯浑天者近得其情,今史官所用候台铜仪,则其法也。立八尺圆体之度,而具天地之象,以正黄道,以察发敛,以行日月,以步五纬。精微深妙,万世不易之道也。官有其器而无本书,前志亦缺而不论。臣求其旧文,连年不得。在东观,以治律未竟,未及成书,案略求索。窃不自量,卒欲寝伏其下,思惟精益,案度成数,扶以文义,润以道术,著成篇章。”以上是张衡自述的关于浑天说优于其他两种学说的主要内容,道出了浑天说的形成过程。

### 3. 宇宙起源和生成的思想

在张衡的著作《灵宪》中,他系统地总结了前人关于宇宙生成与演化的思想。他提出宇宙生成过程分为三个阶段:“溟幸”即太素之前的阶段,“庞鸿”即太素阶段,“太元”即天地生成阶段。“溟幸”者,为道之根。《灵宪》说这一阶段“幽清玄静,寂寞冥默,不可为象,厥中惟虚,厥外惟无。”“庞鸿”为第二阶段,是“道干”形成阶段,就是太素阶段。“太元”阶段是混沌状态的气逐渐形成了“体”,于是浑元之气开始剖分,分为刚气和柔气,是“道实”阶段。刚柔既分,气有清浊。清气是

<sup>①</sup> 张衡,《灵宪》,自:[晋]司马彪,《后汉书·天文上》,北京:中华书局,1975:3215—3217。下面所引《灵宪》原文均出于此。

上升的,向外扩展的,浊气是向下的,向内积聚的,两者逐渐处于不同的地位。向外扩展的清气形成天,向内聚拢的浊气形成地。因此,天之体属阳,呈圆形且不停运转;地之体属阴,呈现展平的形状而且安静。这里张衡说“地平以静”与他的浑天说的基本观点“地为球形”的概念出现矛盾,引起了后人的争论,现今学者因此各执一词<sup>①</sup>。

《灵宪》中以“道”的发展描述了宇宙演化理论,此外,张衡认为星辰均由气生,这气并非自虚无中生有,而是来自地上诸形体在天上的“精”。除了沿用道家有生于无的客观唯心主义观点外,张衡采用了当时得到发展的元气学说,比较完整地系统地描述了天地万物生成、变化和发展的过程,吸收了传统思想的精髓,对后世产生了重要影响。

#### 4. 月行九道术

张衡的《浑天仪图注》中写道:

黄道斜带期复,出赤道表里各二十四度。日之所行也,日与五星行黄道无亏盈。月行九道,春行东方青道二,夏行南方赤道二,秋行西方白道二,冬行北方黑道二,四季还行黄道,故月行有亏盈。东西南北随八节也。

张衡曾经参加过东汉王朝汉安帝延光二年(123年)组织的一次历法大辩论,他研究了多年的观测记录,提出了《九道法》,其中主要阐述了月亮运行不均匀的思想。

按照现代天文学理论,天球上的黄道与赤道有两个交点,分别为春分点、秋分点,黄白二道相交也有两个交点,分别是升交点和降交点,月球轨道的偏心率比较大,由于受太阳引力的影响,黄白交点大约每一年退行 $19.6^{\circ}$ ,18.6年退行一周,由此可见月球轨道在空中的不稳定性,这样月球运行的轨道有时会在黄道北,有时会在黄道南,有时也会在交点上,即与黄道同。张衡在此提出的月行九道,明确指出了月行轨道在空中的变化情况。

中国古代最早提出九道术的是西汉的刘向,在《宋书·律历志下》载:

前世儒者依图纬云,月行有九道。故画作九规,更相交错,检其行次,迟疾换易,不得顺度。刘向论九道云:“青道二出黄道东,白道二出黄道西,黑道二出黄道北,赤道二出黄道南,”又云:“立春、春分,东从青道;立夏、夏至,南从赤道。秋白、冬黑,各随其方。”按日行黄道,阳名也,月者阴精,不由阳路,故或出其外,或入其内,出入去黄道不得过六度。

<sup>①</sup> 薄树人,张衡,《薄树人文集》,合肥:中国科学技术大学出版社,2003:525—538。

可见早期的认识比较模糊,关于“六度”是否为黄道和白道之间的交角,以及月道明确与否,后世还有争论。

西汉对于月行的认识又进了一步,在《汉书·天文志》中有:

日有中道,一曰光道。……月有九行者,黑道二出黄道北,赤道二出黄道南,白道二出黄道西,青道二出黄道东。立春、春分东从青道,立秋、秋分西从白道,立冬、冬至北从黄道,立夏、夏至,南从赤道。然用之,一房决于中道,……日之所行为中道,月、五星皆随之也。

这里已提出月行九道,认为大概随季节不同。

东汉安帝延光二年的历法大辩论中,张衡主张的九道术最密<sup>①</sup>。

### 5. 关于行星运动的思想

张衡还提出了五星视运动的重要思想。《灵宪》有:“文曜丽乎天,其动者七,日、月、五星是也。周旋右回。天道者,贵顺也。近天则迟,远天则速。行则屈,屈则留回,留回则逆,逆则迟,迫于天也。”意思是众恒星附着在天球上,包围着地球作周日运转,而日、月、五星七者在天地间自由运行。它们有一个普遍的运动规律,即离开天球越近,其运动速度越慢;离开天球越远,其运动速度越快,即他说的“近天则迟,远天则速”,五星运行有“屈”、“留回”、“逆”、“迟”、“速”等现象。张衡或许已经认识到五大行星同地球的距离有近有远,而且就同一行星而言,其运行的轨道也时而接近地球,时而远离地球。张衡的行星体系的顺序为:月、水、金、日、火、木、土,月距地最近。《灵宪》说:“摄提、荧惑、地候见晨,附于日也;太白、辰星见昏,附于月也。”即是说,木星、火星、土星皆为晨见,晨见处于东方,东方为阳为日出,故说它们附于日;金星、水星皆为昏见,昏见即没于西方,西方为阴为日没,故附于月。按照张衡的观点,这五大行星可分为附日行星和附月行星两类,附日行星因其距离地球远而运动速度较慢,附月行星因其距离地球近而距天球远,所以运行速度较快。关于宣夜说,只有在《晋书》和《隋书》的天文志里有一段唯一流传于世的文字,是汉代郗萌关于这个学说的转述:

□天了无质,仰而瞻之,高远无限。眼瞽精绝,故苍苍然也。譬之旁望远道之黄山而皆青,俯察千仞之深谷而窈黑,夫青非真色,而黑非有体也,日月众星,自然浮生虚空之中,其行其止,皆须气焉。是以七曜,或逝或住,或顺或逆,伏见无常,进退不同,由乎无所根系,故各异也。故辰极常居其所,而北斗不与众星西没也。摄提填星皆东行,日行一度,月行十三度。迟疾任

<sup>①</sup> 陈久金,九道术解,《自然科学史研究》,1982,1(2):131—135。

情,其无所系著可知矣。若缀附天体,不得尔也。<sup>①</sup>

宣夜说认为日、月、五星皆无根系,在天空漂浮,它们的伏见、顺逆、进退各不相同,张衡关于五星运动快慢与距离之间定性关系的描述,受到“宣夜说”宇宙论的影响。但是,这个思想在中国天文学发展中消亡了,其中的原因可以参见有关文献<sup>②</sup>。中国古代天文学认为天只有一层,所有天体投影在其上作运动。

## 6. 月食的解释

张衡之前,先有西汉的刘向提出“日蚀者,月往蔽之”,后有东汉的王充引述别人的说法曰:“或说,日食者月掩之也。日在上,月在下,障于人之形也。”张衡不仅认识到月食的道理,而且对月食的成因给出了科学解释,这是前人未明确解释的。《灵宪》中论述了月食的原理:“月光生于日之所照,魄生于日之所蔽,当日则光盈,就日则光尽也。众星被耀,因水转光。当日之冲,光常不合者,蔽于地也。是谓闾虚,在星微,月过则食。”张衡认为月食是由于地球的影子——“闾虚”遮掩了月亮而引起的,具体是指,当月亮冲日,在“望”的时候,太阳与月亮位于地球的两侧,地球的影子遮蔽了月亮,形成月食。很显然,按照张衡的宇宙论,他认为日、月、地三者位置是不断变化的,只有三者成一直线时,才可能发生月食。《灵宪》还用“日譬犹火,月譬犹水,火则外光,水则含景”的语言,强调日光与月光的区别。指出了太阳像火一样自己发光,而月亮像水一样反射阳光。

## 7. 日月的视角直径和星官

《灵宪》里还描述了太阳和月亮的视角直径:“悬象著明,莫大乎日月,其径当周天七百三十六分之一。”古代取一周天  $360.25$ ,那么  $\frac{365.25}{736} = 29'23''$ 。这与今测值太阳的平均角直径  $31'5''2$  相近。中国古代在《周髀算经》中就有关于日径测量方法和结果的记载,“候勾六尺,即取竹,空径一寸,长八尺,捕影而视之,空正掩日,而日应空。由此观之,率八十寸而得径一寸,”稍后,给出了“以率率之,八十里得径一里,十万里得径千二百五十里。故曰,日径千二百五十里”。这里利用了相似三角术。

《灵宪》说:“中外之官,常明者百有二十四,可名者三百二十,为星二千五百,而海人之占未存焉。微星之数盖万一千五百二十。”司马迁在《史记·天官书》中

① 《晋书·天文志》。

② 陈美东,《中国科学技术史——天文学卷》,北京:科学技术出版社,2003。



系统地记载了全天星座,共计 92 星官,500 余恒星。到《汉书·天文志》则载有 118 星官,783 颗恒星。又过 100 余年,在《灵宪》中则增加到 444 星官,2 500 颗恒星。但是张衡的星表却未曾流传下来。《灵宪》还对天上众星官的排列,作了大致的描述。如:“紫宫为皇极之居,太微为五常之廷。明堂有房,大角有席,天市有座。”提到了紫微、太微、天市三垣。又说到二十八宿分列东西南北四宫,还提到轩辕大星。《灵宪》说到经星,举了几个例子,认为它们“其见无期,其行无度”,直到唐李淳风撰《晋书·天文志》时,引《灵宪》此说,把它们列客星一节。《灵宪》还提到陨星,认为其在陨落时为奔星,坠落在地上为陨石,是天上“神守精存”的天体在“及其衰”时的一种现象。

## 8. 东汉时期的天球观

东汉时期在浑天说的基础上形成了天球概念,关于天体在天球上一系列运动的描述也比较客观,《后汉书·律历下》有:

天之动也,一昼一夜而运过周,星从天而西,日远天而东。日之所行与运周,在天成度,在历成日。居以列宿,终于四七,受以甲乙,终于六旬。日月相推,日舒月速,当其同所,谓之合朔。舒先速后,近一远三,谓之弦。相与为衡,分天之中,谓之望。以速及舒,光尽体伏,谓之晦。晦朔合离,斗建移辰,谓之月。日月之行,则有冬有夏;冬夏之间,则有春有秋。是故日行北陆谓之冬,西陆谓之春,南陆谓之夏,东陆谓之秋。日道发南,去极弥远,其景弥长,远长乃极,冬乃至焉。日道发北,去极弥近,其景弥短,近短乃极,夏乃至焉。二至之中,道齐景正,春秋分焉。<sup>①</sup>

在这段文字里,“星从天而西,日远天而东”实际指的就是天空中所有天体自东向西沿赤道的运动和与这种运动方向相反的太阳自西向东的运动。那么下面就侧重讨论太阳的运动,在天空中连续经过 28 宿,运动量以“度”来表示,但是把太阳周年运动反映在历法中,则是以 60 甲子纪日法规则排算,并且以“日”为单位表示。就日月绕地球运动而言,太阳的运动比月球的运动慢得多,在《后汉书·律历中》贾逵论历有:“五纪论‘日月循黄道,南至牵牛,北至东井,率日行一度,月行十三度十九分度七’也。”然后对于日月追击运动而产生的月相的朔、弦、望、晦等变化规律进行总结,有意思的是“舒先速后,近一远三,谓之弦”这句话,实际上分别定义了月球的上、下弦,而“近一远三”则是把日月运动各分成四

<sup>①</sup> [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975:3055。以下引文皆出于此书的第 3075、3033、3076 页。

象限,各占一、三的意思,已经有了定量化的肇端。最后对于太阳运动产生的季节规律进行总结,对于冬、夏二至和春秋二分,结合日道运行和晷影长短变化给出定义,是科学的。上述论述代表了东汉时期基本形成的关于日月天体运动的空间概念。

由各种史料记载分析认为,黄道在汉代已经是一个非常明确的概念了<sup>①</sup>,对于黄道的认识是中国古代认识太阳运动的一个质的飞跃。《后汉书·律历志》贾逵(30—101年)论历称:“臣谨案:前对言冬至日去极百一十五度,夏至日去极六十七度,春秋分日去极九十一度。又二十四气表记冬至黄道去极百一十五度,夏至六十七度强,春分八十九度强,秋分九十度半强。”“去极度”是中国古代赤道坐标系统中的一个坐标量,这里用以表示黄道上不同节气点到赤极的距离,由此可见汉代已经基本清楚了黄道的空间位置。

黄赤道宿度在汉代由于观测和计算昼夜漏刻长度、晷影长度和确定二十八宿的黄道和赤道位置的需要而进一步得到量化。它的计算与日食预报的关系非常密切。古代早期就开始用仪器测量二十八宿黄道宿度。据《后汉书·律历志》载,这是贾逵在永元四年(公元92年)提出,永元十五年(公元103年)经和帝下诏由东汉史官在西汉民间基础上制造黄道铜仪并测量的二十八宿距星的黄道距度。《后汉书·律历志》有:“仪,黄道与度运转,难以候。是以少循其事。”这也间接地表明,这些黄道宿度不是黄经差,而是赤经差的投影,也就是对于赤经差换算得到。《后汉书·律历志》的末尾有:“光和元年中,议郎蔡邕、郎中刘洪补续《律历志》。”这些数据资料在光和元年(178年)由议郎蔡邕、郎中刘洪为补续《汉书·律历志》而辑录于《后汉书·律历志》中。

蔡邕和刘洪是东汉时期天文历算的两位重要代表人物,他们都有杰出的天文学成就流于后世。耿寿昌利用这些数量关系发现日月运动按赤道计算的不均匀性,原因是日月大体沿黄道,由于二者夹角造成的。另外,在他之前,民间已经有天文学家开始用黄道度数计算日月的运动和位置。东汉傅安曾经用黄道坐标测量日月的运动和弦望的位置,比赤道的准,但没有流传下来。由此可见,汉代对于黄道的空间位置和与黄道有关的天体运行形成了初步正确的概念。

### 9. 托勒玫的天球观

托勒玫在《至大论》中不仅详细论证了他的地心说体系,而且进一步在此基础上阐述了他的天球思想。他首先注意到日、月和所有其他星自东向西沿相互

<sup>①</sup> 潘朔,《中国恒星观测史》,上海:学林出版社,1989:84。

平行的圆周运动,从地球下面升起,逐渐升高,以相似的形式作圆周运动,然后变低,落到地球的下面,完全消失,经过不可见的一段时间后,再次重新升起和落下,他注意到这种运动的周期总是固定的,升起和落下的位置是相同的。

他认为天空中主要有两种不同的运动<sup>①</sup>,一个是天空中所有天体自东向西在互相平行的圆周上做匀速运动。这些圆周中最大的是赤道,因为它是唯一地被最大的地平圈平分的圆,由于太阳的运动产生了位于其上的春、秋分点,这些点是能感觉到的。另一个主要运动是与第一种运动方向相反的并且两个极也不不同的恒星球的运动。太阳、月亮和行星以和第一种运动方向相反自西向东地各自作它们的圆周运动,也就是三省每天升起的时间有所推迟,不仅如此,它们反向运动的两极不是赤道的极,而是向南或北有所偏离。另外,太阳、月亮和行星在赤道方向偏离的量不是均匀规则的,但是它们在与赤道倾斜的圆上的运动是均匀规则的。托勒玫注意到那些靠近“常见星”的一些星,总有一段时间看不见,距离“常见星”越远,看不见的时间越长。于是托勒玫得到一个新的圆,它对所有行星都有一样的特性,是被太阳的运动所限定的圆,但是月亮和行星也在它的邻近处运动——在它的两边由各自的运动决定而形成的一个环带上不规则运动。他是这样考虑的,既然太阳运动在偏赤道南北的圆上等量增加,并且所有行星朝东的运动也在同一个环上,所以托勒玫提出了第二种以倾斜圈的极为极的、与第一种运动方向相反的运动轨道,并且称它为黄道。以上,托勒玫运用逻辑论证的方法,清晰地阐述了他的思想过程。

托勒玫进一步规定,赤道和与它倾斜的黄道(倾斜一个合适的角度)各自有两极,过上面提到的两对极作一个大圆,如果它垂直于地平圈,称之为子午圈,它将平分赤道和黄道。在黄道上有四个点,与赤道相交的相对的两个点,它们被称作分点,行星在其上从南到北的交点叫做春分点,另一个叫做秋分点;过两极作的圆与黄道的两个交点相对,它们被称作至点,赤道南的叫做冬至点,赤道北的叫做夏至点。被包含在第一种运动中的所有星的运动都过子午圈,它被地平圈等分为上下两个半圆,上半圆为昼,下半圆为夜。托勒玫的一系列的空间几何概念的建立的关键是关于黄道概念的形成。

通过以上分析可以认为,古代中国和希腊都较早地产生了天球的概念,这与当时各自的宇宙论有密切的关联。在此基础上进一步发展了各自的浑天仪,托勒玫在其《至大论》中只涉及三件仪器,其中就有浑仪。中西古代浑仪的结构、特

---

<sup>①</sup> G. J. Toomer, Ptolemy's *Almagest*, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:38—40; 69—73; 80—82; 99—104.

点不尽相同,有待进一步探讨。但是有一个事实是,浑天仪作为最基本的天文观测仪器,在古代中西方都起了重要的作用。

### 10. 张衡与托勒玫的比较

托勒玫体系认为,地球是宇宙的中心,天球分若干层,最近的是月球,向外是水星、金星、太阳、火星、木星、土星,再外是恒星天,恒星天外还有一层天,是“九重天”。张衡提出的日月五星的排列顺序和托勒玫《至大论》中的顺序一致,关于“近天则迟,远天则速”的观点也与托勒玫的一致,但是张衡的关于宇宙无穷的思想,要比古希腊的层层叠套的水晶球体系先进得多。

纵观张衡的天文学成就,他的浑天说及在此基础上形成的一些天文学思想是比较进步的,有的可以和托勒玫的思想相媲美,有的甚至超过了托勒玫,从这一点来看,张衡的《灵宪》及其《浑天仪图注》所阐述的天文学思想,的确代表了当时世界天文学的最高水平。张衡著作中的天文学内容吸收了古代文化的精髓,杂糅各家学说综合而成,是东汉时期天文学的代表性成果。但是浑天说理论在后来没有得到进一步的发展,没有和传统数理天文学理论建立起联系,没有被进一步“数学化”。

托勒玫的《至大论》提出了地心说的宇宙论,托勒玫利用了大量古代测量数据和当时比较先进的数学和天文学,进一步发展了这个理论,对这个理论进行了数量化。关于上述张衡的许多天文学思想,托勒玫都建立了各自的数理模型,具有现代意义下的天文学含义。例如日月视半径的问题,托勒玫在月球视差理论下,他充分利用了测得的日月视半径,计算太阳和月球的距离,从而计算日月视差;在日月食食分、食限理论中,日月视半径也是重要的天文量。又例如托勒玫的行星理论,他不限于他的前辈们发现行星的顺逆留、伏见等各种运动的周期,以及它们的运动速度与轨道大小的关系等等,他在《至大论》中以计算在任意时间的五星的真位置作为最终目标,为此建立了数量化、系统化的理论模型,这是他的原创性贡献之一。不同于古代中国比较发达的似赤道坐标系,古希腊更加重视天体的黄道坐标,其显著的优点是通过它能够准确描述在黄道上和黄道附近运动的日月五星的位置,托勒玫的星表完全是黄道系统,他给出了1 022颗恒星的位置<sup>①</sup>。托勒玫天文学体系的严密性、完整性和系统性为后世天文学的发展提出一个很高的标准。

---

<sup>①</sup> 关于托勒玫的工作可参见拙著:《希腊数理天文学溯源——托勒玫〈至大论〉比较研究》,济南:山东教育出版社,2009。

张衡是一位承前启后的重要人物,中国古代的数理天文学在他的思想基础上得到发展。例如,九道术理论是历代探讨月球运动所必然面对的课题,在张衡之后的很长时间内,它主要用于解决月球的近点月周期问题,解释月行迟疾现象,并设计新的算法,以便根据月亮中心差来计算定朔,到了唐代以后九道术的内容有所变化,是探讨月亮相对于黄道的位置变化的依据,同时也是唐代黄白道差算法模型的基础<sup>①</sup>,直到1280年后被《授时历》的白赤道坐标变换法取代。

中国古代的浑天模型与现代球面天文学中的天球模型存在着一些本质的区别。首先,浑天说中的天球被认为是真实的,而不是假想的;天球半径是有限的,而不是无限大的,只不过各家的取值有所差别而已。其次,浑天说中的地也不是假想的与地球相切的平面,而被看作是真实的大地;并且,在浑天说宇宙观之下产生的浑天模型中,只有一点被认为位于天球的中心,这一点就是所谓的“地中”阳城。

古希腊在托勒玫为代表的地心说宇宙体系之上产生的天球模型和一系列概念,对现代球面天文学产生了重要的影响,但是二者之间仍然具有明显的差异,即现代天球模型是在人类对于地球和宇宙充分认识的基础上的,代表了一种科学研究方法,而托勒玫的天球模型是基于地心说之上的若干理性思考和假设的产物,例如托勒玫在他的观测经验的基础上提出假设认为,天球远比地球大,这一点虽然和现代天文学的假设一致,但是托勒玫由此认识到的宇宙和天球不能逾越当时的概念,他对宇宙的认识范围和手段有限;但是他的这一理性原则确对他的宇宙观和后来天文学的发展产生了重要影响。古代无论中国还是希腊都没有认识到天球的中心应随观测地点的变化而定。

### 第三节 中西古代岁差的发现和提出

按照现代天文学,岁差(主要是日月岁差)就是二分点(或二至点)沿黄道缓慢西退的现象。牛顿发现万有引力定律以后,对于岁差的力学成因才给出了正确的解释,即岁差现象是由月球和太阳对于地球赤道隆起部分的摄动作用而造成的地轴进动的结果。岁差的发现在中西天文学史上都是一件大事,它对编制精确的星表和制订精密的历法都有重要的影响。在西方,岁差现象是在公元前160年左右由古希腊天文学家喜帕恰斯(Hipparchus,约前190—约前125年)首

<sup>①</sup> 曲安京,《中国数理天文学》,北京:科学出版社,2008:331—359。

先发现的,在《至大论》中由托勒玫进一步系统论述并完善,而中国在约公元 330 年前后,晋朝天文学家虞喜也发现了这个现象。中西方发现岁差的过程和给出的岁差概念不尽相同,值得进行比较和探讨。

中国古代有悠久的观测昏、旦、夜半中星的传统,由于岁差的影响,经过较长时间的观测就会发现,一年中固定日期、时刻所看到的中星位置发生了一些变化,这是理论上的解释。虞喜发现岁差的一个明确可靠的史料记载是《大衍历·历议》中,曰:“其七日度议曰:古历,日有常度,天周为岁终,故系星度于节气。其说似是而非,故久而益差。虞喜觉之,使天为天,岁为岁,乃立差以追其变,使五十年退一度。”在《明天历·历议》的“日度岁差”一节中有:“虞喜云,‘尧时冬至日短星昴,今二千七百余年,乃东壁中,则知每岁渐差之所至’。”由此发现,虞喜是通过对于冬至日中星的观测发现了岁差现象。因为中国古代的历法编排通常以冬至点作为起始点,非常重视冬至点位置的测定,早在虞喜之前的西汉就有刘歆等人觉察到了不同年代冬至日的宿度不同,但是限于当时人们的认知能力和各方面条件的约束,没有进一步总结出实际天象的规律和特点。虞喜在对前人大量的观测数据比较分析的基础上,打破了冬至点位置不变的传统观念,提出了岁差。他从公元前 2400 年(唐尧时代)冬至日中星的二十八宿度值,到公元 330 年之间的值进行对比发现,在这总共 2 700 年内冬至日这些经历了昴、胃、娄、奎四宿,而这四宿的赤道宿度据《淮南子·天文训》依次为 11 度、14 度、12 度和 16 度,于是,

$$\text{岁差值} \approx (11 + 14 + 12 + 16) \text{度} / 2700 \text{年} \approx 1 \text{度} / 51 \text{年}$$

由于中国古代天文学主要采用赤道坐标系,所测定的冬至日中星的二十八宿“入宿度”的变化实际上是赤经差,中国古代的岁差相当于,冬至日中星这个基本量(黄道坐标)的赤经差的变化,由于它的基本坐标量是赤经差,和现代岁差沿黄道西退的解释是有一定距离的,导致了后来中国天文学家在接受和应用岁差问题方面的一系列阻力<sup>①</sup>。

希腊关于固定恒星有没有运动的理论问题的证明,不仅仅借助浑仪直接测量恒星的相对距离完成,托勒玫还利用了可能追溯到埃及天文学早期的一种古老的仪器代表的准线方法(《至大论》卷Ⅸ,7),它是一个在观测者眼前绷紧的细绳(method of alignments),观测者能因此决定三个或更多在一条线上的星。据托勒玫记载,喜帕恰斯广泛使用了这个方法(卷Ⅶ,1)。托勒玫使用了和喜帕恰斯同样的准线方法验证了在他们之间的 260 年内恒星的位置没有变化,由此,有

① 何妙福,岁差在中国的发现及其分析,《科技史文集》第 6 辑,1980 年。

明显的自行现象的行星就可以从恒星中区别出来。

早在公元前 400 年,巴比伦的天文学家也已经注意到了春分点位置不一样,分别离白羊座是  $10^\circ$ 、 $8^\circ 15'$  和  $8^\circ$ ,但是他们只是以为早期测定的数值需要作某些改正,却没有意识到春分点的西移。公元前 2 世纪,喜帕恰斯在编制欧洲第一个星表时,把自己测定的一些恒星的黄经和 150 多年前阿里斯提鲁斯(Aristyllus)和缇末查里斯(Timocharis)的测定结果进行了比较,发现室女座  $\alpha$  星(Spica,中文名角宿一)前行到秋分点西  $6^\circ$ ,而不是前人测定的  $8^\circ$  左右,这个数据来源于托勒玫引述的现已遗失的喜帕恰斯的《关于分点和至点的变化》一书<sup>①</sup>,即黄经增大了  $2^\circ$  左右,由此估算出黄道岁差值至少是  $1^\circ/100$  年,正如喜帕恰斯在他的《关于年长》的书所说的,岁差值“至少是  $36''/\text{年}$ ”。托勒玫认为这里“至少”的含义应该是,喜帕恰斯没有太认真考虑这个值,并且他认为实际值可能更大。托勒玫把岁差解释为所有恒星沿黄道东进,而否认春分点的西退,这个岁差值在西方长期沿用,直到 10 世纪才改正为  $1^\circ/70$  年。这种关于岁差的解释在明末由传教士传入中国。

到此为止,托勒玫能用恒星黄经随时间有规律地增加来解释他的观测了。但是他和喜帕恰斯对岁差看法不同,喜帕恰斯认为只有黄道带内的星共同向东有一个缓慢的运动,而他认为进动是一种普遍现象,相同程度地影响所有的固定恒星。托勒玫始终坚信自己的观点,这里主要有两个原因。第一个原因是纯现象的。前面描述的许多准线显示,全天球的星保持它们的相互距离不变,而不是有一些向东运动,另一些不运动。第二个原因是托勒玫从一般宇宙观中得到的。事实上,托勒玫明确提出的球体理论是,所有星都是固体球中的一部分,或依附于它的固体球,因此它们必须作为一个整体随着固体球一起运动。他提出既然全天球的星必须作为一个整体随着固体球一起运动,那么它绕转的轴在哪里<sup>②</sup>? 喜帕恰斯已经提出黄道附近的星沿着黄道轴运动。托勒玫认为这是正确的,为了使结论更准确,他考察了在 375 年内由亚历山大的阿里斯提鲁斯和缇末查里斯观测的掩星,重点考察了 18 颗星。

首先,托勒玫考察了恒星球的进动是否影响了黄道坐标系以外的其他坐标系,特别是对赤纬是否有影响。他考虑如果一个星就像春分点一样位于半天空,或者说,如果星的黄经是  $-90^\circ < \lambda < 90^\circ$ ,发现它的赤纬随时间增加;如果星位于天球的其他部分,发现它的赤纬随时间减少。这个结果足以证明恒星球不围

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 327.

② 同上,第 329—338 页。

绕赤轴旋转。

其次,托勒玫考察了岁差对星的黄纬的影响。为此,他补充了梅内劳斯(Menelaus,约公元1世纪)公元98年在罗马的观测和Pleides在公元92年观测的掩星。这些掩星由托勒玫用像对狮子座 $\alpha$ 星一样的方法进行归算。通过比较发现,室女座 $\alpha$ 星(Spica,中文名角宿一)的黄纬在400年里保持不变。他又考虑了另外的星,得到同样的结果,因此归纳出这个结论适合所有的星。由于进动只影响黄经,而不影响黄纬,可以认为恒星绕黄轴运动。

托勒玫得出在他和喜帕恰斯之间的时间里,所有考察的星的黄经有向东 $2;40^\circ$ 的运动,由此得到岁差的一般理论,就是 $\lambda(t) = \lambda(t_0) + p(t - t_0)$ 和 $\beta(t) = \beta(t_0)$ ,这里 $p$ 是岁差率,并且 $p = 1^\circ/100$ 年。托勒玫所采用的岁差率是一个常数。

明末,西方的岁差概念传入中国。在《崇祯历书》的《恒星历指》中重点论述了恒星本行,实际上就是岁差。首先指出恒星本行之极是黄道,对于得到这个结论的详细过程,只有“以上古、中古、今时所测的恒星出没知,恒移不定者赤道之距度,恒定不移者黄道之距度,依此推知其循黄道行,宗黄道极”。这是对于上述托勒玫得到恒星进动轴为黄道轴的内容的简述。

在《恒星历指》中还简述了托勒玫得到恒星本行率的过程和结果。“多禄某见恒星距赤游移不一,先以上古所测星之赤道距度,黄道距度及其两道相距度,依三角形法,测得其黄道经度,后以自测之赤道距度,如前所求所当之黄道经度,以两距时之经度差,得中积之本行。……恰所测差4度18分,以432年分之,约得100年而行1度,此多禄某所定为恒星本行也。”这段话引自哥白尼的《天体运行论》中对于托勒玫工作的总结<sup>①</sup>。根据我们的考证发现,托勒玫得到岁差值的中积年不是432年,而是265年,哥白尼所引的数据源自何处,需要进一步探讨。

在《崇祯历书》中引述了泥古老(哥白尼)所测的恒星本行值是61年而行1度,又提到巴得倪(Al-Battani, 858?—929)所测值是65年而行1度,关于“恒星本行今测”应该是第谷的结果,是“51秒为一年之本行”。中世纪以后曾经流行关于岁差值不断增加的说法,是否就是这些重要历史数据的含义,还有关于它对于当时中国天文学的影响等等也还需要进一步研究。

古希腊的岁差解释为恒星沿黄道东进,与现代岁差概念有距离,但是它和古代中国的岁差又有所不同。实际上,无论古代中国还是希腊对于岁差都没有形成正确的认识。这一点不能苛责于古人,岁差的力学成因和机制需要等到牛顿

① [波兰]尼古拉·哥白尼著,叶式辉译:《天体运行论》,陕西人民出版社、武汉出版社,2001,189。



力学建立起来以后才得到圆满的解释。

## 第四节 中西古代对于彗星的认识

中国对彗星的观测历史久远,最早的记录被认为是殷墟卜辞中的3次刻辞。据初步统计,从殷至公元1911年,我国古代关于彗星的观测记录不少于580次,成为研究彗星的极为有用的资料,公元前168年埋在地下的长沙马王堆3号汉墓帛书中29幅彗星图的出土,成为世界上关于彗星形态的最早记录,为此,学术界作了较为详细的研究,充分肯定了29幅彗星图发掘的意义<sup>①</sup>。

### 1. 彗星的形态

#### 1.1 名称

中国古代对彗星形态的认识,最明显的见于古代彗星的名称。关于彗星的名称自古以来有很多,有彗、孛、长、天棓、天棓、天枪、拂(或作蕪、礪)、扫(或作帚)、櫜枪、归邪、昭明、五残、狱汉、蚩尤旗等等。在汉墓帛书29幅彗星图中出现的彗星名称有:赤灌、白灌、天箭、櫜、彗、蒲、耗、秆、帚、厉、竹、蒿、苦、苦茛、甚、蒿、杓、干、蚩尤旗、翟等等。古代彗星统称为妖星,由于彗星属于异常天象,古代多以此来占卜人事征兆。从以上彗星名称可以看出,大部分是以实物,诸如武器、植物等命名的。关于每一个名称的意思及所代表的形状,可以从汉字字面意思得到解释。令人惊奇的是,彗星竟有如此多的名称,足见汉字的源远流长和祖先对彗星观测之细致,后者无不体现出祖先求实的特点。

#### 1.2 彗头形态分类

彗星离开太阳较远的时候,只有一个暗而冷的彗核,并无头尾之分;只是当它接近太阳的时候,才在太阳的作用下,由头部喷出物质,形成彗尾。按照彗头气体多寡不同这一标准,1943年苏联天文学家奥尔洛夫(1880—1954年)把彗头分成N、C、E3类<sup>②</sup>。

N类:由于多次回到太阳附近,只看到彗核和由彗核开始的彗尾,而没有彗发。

<sup>①</sup> 席泽宗,马王堆汉墓帛书中的彗星图;顾铁符,马王堆帛书《云气彗星图》研究。以上两文见:中国社会科学院考古研究所编,《中国古代天文文物论集》,北京:文物出版社,1988:29—34;35—45。

<sup>②</sup> 陈载璋、胡中为、尹素英,《天文学导论》(上册),北京:科学出版社,1983:319—320,323。

C类:彗核中气体比较少,经过太阳附近时,有彗发,但无壳层,彗头呈球茎形。

E类:彗核中有丰富的气体,经过太阳附近时,彗发很亮,有抛物面形状的壳层包围着,彗头呈锚形。

然而中国早在唐代就记录前人的观测,《晋书·天文志》有:“三曰天培,一名觉星。本类星,末锐,长四丈。”又有:“五曰天橈,石氏曰,云如牛状。甘氏,本类星,末锐。”在彗头气体比较缺乏,呈球茎形的情况下,所见彗星只能是“末锐”的形状。这几条最可能是关于彗头为C类的彗星。

又有:“七曰天衢,出如人,苍衣赤头,不动。”这种情况只看到“赤头”和“苍衣”——即彗核和彗尾,而没有彗发,这是N类彗头的彗星。

还有:“十曰司危,如太白,有目。或曰……去地可六丈。大而白。”<sup>①</sup>古代彗星又称司危,“有目”这一句说明,由于彗核气体的多次散发,只见“目”一般的彗核,这可以被认为是E类彗头的彗星。

更有意思的是,长沙马王堆汉墓帛书中彗星的画法,在圆形的头部中心有一小圆,体现为彗星图中的第8、9、11、17号彗星,是E类彗头;只有一个圆的为第2、6、10、12—16、18、20、22—28号彗星,可以说是C类彗头;头部只有一个黑点的是第1、4、5、7,可以认为是N类彗头。

### 1.3 彗尾分类与颜色

1878年俄国天文学家布列基兴(Bredichin, 1831—1904年)根据彗尾的弯曲程度把彗尾分成3种类型。I型几乎笔直,差不多位于和彗星向径相反的方向。II型是向着和彗星运动相反的方向倾斜的、宽阔而弯曲的彗尾。III型是比前两类短得多而向后弯曲得更厉害的彗尾。1950年美国天文学家惠伯提出“冰冻团块模型”(又称脏雪球理论)较好地解释了这种现象。这一模型认为彗核是一个冰冻的脏雪球,当彗星走近太阳时,受太阳辐射光压作用,被推出去,形成弯曲的尘埃彗尾,尘粒愈重,被推开的愈少。因而弯曲程度越小,尘埃反射太阳光,故呈黄色,这就形成II、III型彗尾。而I型彗尾由于太阳风的作用形成等离子体彗尾,等离子体彗尾总是背向太阳且较直,呈青白色。

我国古代记录的彗星,很多涉及颜色。其中《汉书·天文志》有:“元帝初元五年(公元前44年)四月,彗星出西北,赤黄色,长八尺许,后数日,长丈余。”<sup>②</sup>《汉书·五行志》有:“成帝建始元年(公元前32年)正月,有星孛于营室,青白色,

① 以上几段原文引自:李淳风,《晋书·天文志》,北京:中华书局,1974:322—326。

② 班固,《汉书·天文志》,北京:中华书局,1962:1309。

长六七丈,”又有:“地节元年(公元前 69 年)春正月有星孛于西方,去太白二丈许。”<sup>①</sup>等等。可以看出,这里关于长六七丈,色青白的星,可能成为 I 型彗尾的彗星;关于长 8 尺许,赤黄色的可能是 II、III 型彗尾的彗星。在中国古代彗星记录中,类似的记录还有很多。

另据《汉书·文帝纪》有:“汉太宗孝文皇帝八年(公元前 172 年)有长星出于东方。”<sup>②</sup>文颖作注说:“孛、彗、长三星,其占略同,然其形象小异。孛星光芒短,其光四出蓬蓬孛孛也。彗星光芒长,参参如埽星。长星光芒有一直指,或竟天,或十丈,或三丈,或二丈,无常也。”刘熙《释名》亦说:“彗星,星光稍似彗也。孛星,星旁气孛孛然也。笔者,星气有一枝,末锐似笔也。”这两种注所不同的是后者称长星为笔星。这里所说的孛、彗、长三星,按彗尾形态不同对彗星进行了分类,古人没有认识到,尽管彗星名称繁多,但属于同一天体,只是形态不同而已。

把孛、彗、长三星同布列基兴的 3 种彗尾形态进行对比,可以得出布列基兴 I 型就相当于长星,II 型相当于彗星,III 型相当于孛星。在 29 幅彗星图中,对彗尾的不同画法,也明显存在 3 类。

#### 1.4 彗尾夹角、裂变

彗尾的形状是随着彗星与太阳距离的远近而变化的。一般地说,当彗星离太阳最近时,彗尾发展到最大。前面关于彗尾分类的依据主要是彗尾的长度和宽度,这里存在一个彗尾夹角的问题,“星气一枝,末锐似笔”,尾巴只有一条,夹角为零;“孛星芒短,其光四出,蓬蓬孛孛也”,无疑属于彗尾夹角最大的情况。

《晋书·天文志》有:“十四曰狱汉……或曰,赤表,下有三彗纵横。”又有:“十七曰烛星,如太白。或曰,主星上有三彗上出。”都是关于彗尾裂变的明确记载。

近代天文学研究表明,由于受太阳辐射热的影响,如果彗核具有自转,而被推开的物质又具有成股现象,就会观测到几股物质交叉产生的彗尾,有时可以看到奇怪的轮廓。1744 年出现的德·歇索彗星,彗尾多达 6 条,约占 44°空间,呈扇形展开。

29 幅彗星图中,彗尾有一条的,有二三条的,更多有四条;彗头在下,彗尾朝上的彗星体现出彗尾的宽度和长度的不同。29 幅彗星图成于西汉初年,却和近代天文学研究结果有惊人的相似之处。

① 以上引文依次出于:班固,《汉书·五行志》,北京:中华书局,1962:1309, 1511, 1517。

② 班固,《汉书·文帝纪》,北京:中华书局,1962:122。

## 2. 彗星的特征

《汉书·天文志》有：“鲁文公十四年(公元前 613 年)，有星孛入于北斗。”《后汉书·天文志》有：“建安十一年正月(公元 206 年)，星孛于北斗，首在斗中，尾贯紫宫及北辰。”<sup>①</sup>《旧唐书·天文下》有：“大和八年(公元 834 年)九月辛亥夜五更太微宫近邻位有彗星，长丈余，西指，西北行，凡九夜。”<sup>②</sup>

由此可以看出，我国古代由注意到彗星，到观察彗尾，并认识到彗尾的指向，已经积累了丰富的观测资料。另外，“星孛”、“彗星”在古代彗星记录中出现较多，就是说，无论“孛”、“彗”，或者是前面提及的“长”，在资料中，都是把它们当作“星”来称谓的。

《晋书·天文志》记载：“一曰彗星，所谓扫星。本类星，末类彗，小者数寸，长或竟天。”又有：“史臣案，彗体无光，傅日而为光，故夕见则东指，晨见则西指。在日南北，皆随日光而指。顿挫其芒，或长或短。”“本类星，末类彗”字面意思为此物主体为一星，且有彗尾，而“彗体”说明彗星是个有形实体，所以，这里至少有 3 层含义：(1)彗星为一有形物体；(2)彗星本身不发光，只是因为太阳照射才发光；(3)彗尾的延伸方向总是背向太阳。这里对彗星在日之东、西、南、北时彗尾之指向作了详细描述，说明古人已注意到由于观测者位置相对太阳位置的变化，当彗星在日之南北时，会出现彗尾突然消失，或者有时长有时短的现象。

这是一条相当重要的史料，是由《晋书》引自《荆州占》，后者成于 200 年左右。“史臣”可有两种解释：一是《荆州占》原文所有；二是《晋书·天文志》作者李淳风所加的话。本文取后者。就是说，至迟在唐代，李淳风对彗星已有了相当深刻的认识。这些认识在世界天文学史上占有一定地位。我国天文史学界有人也注意到了这条史料，但说法不全面，也不深刻，更无专门撰文论述的。

古希腊哲学家亚里士多德曾将彗星误认为是大气中的一种燃烧现象。这种看法在欧洲流传了十几个世纪，第谷(154—1601 年)对彗星进行大量观测，发现彗星离地球要比月球远很多，但他没有进一步推翻前人的结论，在其著作中仍认为彗星是空气的散发，而非基本实体，这反映在他的 *Demudi aetherei recentioribus phaenomenis* 一书中。在这部书中第谷基于他本人的行星系统认为彗星是由太阳射线穿过彗头而形成，并背向金星，后来，他又有一种“幻觉”认为，似乎彗尾是背向太阳的。关于彗星轨道，第谷开始认为彗星在一个卵形轨道上运动，但他的观测记录却暗示彗星起源于天空中某一区域，运动经过地球，消失在天空的

① 范晔，《后汉书·天文志》，北京：中华书局，1965：3261。

② 刘洵，《旧唐书·天文下》，北京：中华书局，1975：1332。

另一区域。

欧洲出版物最早论述彗星特征的,是德国的皮特尔·阿比安(1495—1552年)1540年出版的 *Astronomical Caesareua*,他陈述了彗尾背向太阳的特征。

早在1609年《新天文学》出版的时候,开普勒(1571—1630年)就首次断言。行星既不是上帝,也非空气一样的物质。由此,他否定了第谷关于彗星是空气的散发的论点,而倾向于彗星是一个天体。

在1619年的《彗星论》中,开普勒正确解释了彗星的本质特征,是从太阳来的射线排斥彗头物质,形成背向太阳的彗尾,并照亮它。他提出一种严格的直线型的抛物线轨道,解释这是由于地球的运动造成一定的弯曲。这种说法不尽全面。他还论述了彗星寿命短暂的性质。在其《彗星论》中,开普勒详细描述了他观测到的1607年的一颗最大的彗星,这些观测记录几十年后被爱德蒙·哈雷(Edmund Hally, 1656—1742年)采用,后者证明它是76年回归地球一次的哈雷彗星。

开普勒对于彗星的以上3个特征进行了全面而深刻的论述,他不但有了彗星是一个天体的思想,而且关于彗星本身不发光,借助太阳发光和彗尾背向太阳及其物理机制也有较为深刻的认识。稍晚,牛顿在其1687年出版的《自然哲学之数学原理》一书中,关于彗星特征也有类似论述。

综上,我国古代关于彗尾背向太阳的本质特征的认识,先于欧洲至少900年,关于彗星是一种有形物体和彗星由太阳照射而发光的认识,比欧洲要早约1000年。中国古代关于彗星形态和特征的描述说明,虽然缺乏理论根据,但中国古代对彗星形态的描述是符合实际的;尽管中国人完全认识到了彗星的几大特征,但没有像开普勒那样,进一步研究它的特征形成的物理机制。

## 第二章 中国古代测天理论的独立形态

严敦杰指出,中国古代天文学是一种测算系统,这一系统和希腊、印度、阿拉伯等地域的系统殊途同归,但是这系统的全部还有待探索<sup>①</sup>。测量和计算既然是中国古代天文历法的基础,在长期的发展过程中,它们相互影响而又各自完善,形成一套系统而完整的方法。

### 第一节 圭表测影的传统

利用圭表测影确定方位、季节、节气和时间是古代中国最重要的观测手段。所谓表是一个直立的杆,圭是表的投影的尺子,圭和表固定在一起就成为圭表。中国传统的圭表测影方法在公元前100年成书的典籍《周髀算经》中就得到系统的论述。“立杆测影”代表了中国传统的测天、识天的方法,在此基础上形成了一套最重要的独具特色的理论算法模型。立杆测影方法涉及一种传统的、使用最为广泛的天文仪器——圭表。圭表的起源很早,立杆测影的方法约出现于新石器时代中期,作为天文仪器的“表”最早出现于《周髀算经》中,大约产生于春秋时期,规定长度为八尺,可能来自人的身高。铜表出现于西汉。“土圭”的“土”字不能释为度,应该是指在地面作记号,而“圭”为“卦”之古文。用一个固定的器物(如石)为圭在汉代之后<sup>②</sup>,使用的时候,将圭放在正南北方向,在圭面上直接读取表影的长度即可。

#### 1. 圭表定方向

圭表在中国古代具有重要的历法功能,据统计,在《周髀算经》中利用圭表测

---

① 严敦杰,《中国古代数理天文学的特点》,引自《科技史文集》,上海:上海科技出版社,1978:1—1。

② 邓可卉、李迪,有关圭表起源的一些看法,《科学技术与辩证法》,1999(3)。

影,实现了测量太阳远近和天之高下;测量北极远近;测二十八宿;测回归年长度;测定东西南北方向;测“璇玑四游”等功能<sup>①</sup>。据考,《周髀算经》中有“分度以定则至督经纬”,“于是圆定而正,则立表正南北之中央,经绳系颠,希望牵牛中央星之中,则复候须女之星先至者,如复以表绳希望须女先至,定中。即以一游仪希望牵牛中央星,出中正表西几何度,各如游仪所至之尺,为度数。”具体操作方法见图 2.1。

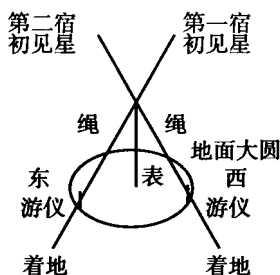


图 2.1 牵绳游仪图

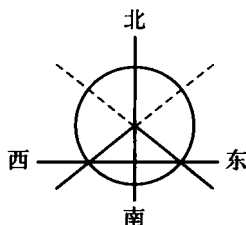
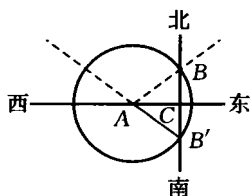


图 2.2 《考工记》“以正朝夕”示意图

圭表在早期的主要功能应该是定方向。《诗·大雅·公刘》篇中有“既景迺冈,相其阴阳”。就是说,在公元前 15 世纪末周人已能立表定向。立表确定方向进一步发展,出现了一些具体的操作。在《考工记·匠人篇》中记道:“匠人建国。水地,以悬置桱,眡以景。为规。识日出之景与日入之景。昼参诸日中之景,夜考之极星,以正朝夕。”如图 2.2。这里有几个技术细节就是,“水地”即把地整平,“以悬置桱”即用绳悬挂一重物,使表和地面相垂直;“为规”是在地面画圆,圆心立一表,然后测量日出、日没时的表影,记录它们与圆的交点,连接两点即得到正东西方向。

图 2.3 《淮南子》  
立表定方向

后来又发明了使用多表和直接观测太阳的方法。在《淮南子·天文训》中有一段文字涉及定东西方向的问题,引述如下:“正朝夕,先树一表,东方操一表,却去前表十步,以参相望,始出北廉,日直入。又树一表于东方,因西方之表以参相望,方入北廉,则定东方。两表之中,与西方之表,则正东西也。”<sup>②</sup>见图 2.3,图中 A、B 和 B' 的位置分别立表,在日出时使得表 A、B 和日面中心

① 江晓原、谢笏译注,《周髀算经》,沈阳:辽宁教育出版社,1996。

② 《淮南子·天文训》。





$f(x_1)$ ;  $B'$  为十一月二十日正午,  $B'$  的影长为  $f(x_1')$ ;  $C$  为十一月二十六日正午,  $C$  的影长为  $f(x_2)$ 。实际影长可以反映在坐标系中。

$$B'E = f(x_1) - f(x_2) \quad (2.1)$$

$$CF = f(x_2) - f(x_3) \quad (2.2)$$

$$EC = x_2 - x_1', DF = x_3 - x_2, \quad (2.3)$$

$$\because x - x_1 = x_1' - x \quad \therefore x_1' = 2x - x_1$$

$$EC = x_2 + x_1 - 2x \quad (2.4)$$

由相似三角形得到(2.1)(2.2)(2.3)(2.4)互成比例,

$$\text{所以 } (f(x_1) - f(x_2)) / (f(x_2) - f(x_3)) = (x_2 + x_1 - 2x) / (x_3 - x_2)$$

$$\text{得 } x = (x_1 + x_2) / 2 - (f(x_1) - f(x_2))(x_3 - x_2) / 2(f(x_2) - f(x_3))$$

祖冲之的方法把汉晋时期已经萌芽的方法大大推进了一步。他给“要取其中”的思想确定了一种可靠的数学表达形式。他取用冬至前后二十三日的影长进行计算,这时日影的日变化量——“一日差率”已有较大变化,达六分余,便于观测。

### 3. 圭表测定回归年长度

毫无疑问,回归年长度的测定是和冬至时刻测定紧密相关的。通过测量相邻两年的冬至时刻,确定一个回归年的长度。一般的,回归年长度是实测数据,当然不排除后来有人用计算导出。四分历的回归年长度是  $365\frac{1}{4}$  日,并且古人已经明白要想准确定出回归年长度,可以连续几年进行日影观测,再取平均值。《后汉书·律历志》上说:“日发其端,周而复始,然其景不复。四周,千四百六十一日而景复初,是则日行之终。以周初日,得三百六十五日四分日之一,为岁之数”。可以认为,这种方法在古六历时代就已经有了。但是这对天气的要求非常苛刻,必须是连续几年的冬至前后都是晴天。

### 4. 其他功能

对于每日午中晷影长度的测算,是中国古代历法的重要内容之一。中国古代除了利用实测确定晷影的长度外,由于晷影变化的连续性,还发明了“表格计算法”,也就是先列出二十四节气晷长的表格,由表再依一次或二次差内插法,推求每日午中晷长的方法,自东汉四分历到唐宣明历,为大多数历法所采用。另外还有“数值计算法”,也就是从唐末边冈的崇玄历(892年)以后,每日午中晷长的计算一改此前的传统,创用内插法计算新法。陈美东研究发现唐末边冈在《崇玄

历》中的算法是应用了二次差内插法的结果。原文如下：

各计其日中入二至加时已来日数及余(A),如初限已下,为后;已上,以减二至限(182.622 25 日),余为前,副之。各以乘数乘之,用减初、末差,所得,再乘其副,满百万为尺,不满为寸、为分。夏至(前)后,则退一等,皆命日晷差。冬至前后,以减冬至中晷(12.715 0 尺);夏至前后,以加夏至中晷(1.478 0 尺),为每日阳城中晷(B)。与次日相减,后多曰息,后少曰消。以冬、夏至午前、后约分乘之,万而一,午(前)(后)息减、消加,午(后)(前)息加、消减中晷,为定数(H)也。凡冬至初日,有减无加;夏至初日,有加无减。<sup>①</sup>

陈美东对崇玄历推每日阳城中晷术进行解读,依术文意,冬至前限、夏至后限时

$$B = 12.715\,0 - (219\,5 - 15A) \cdot A^2 \cdot 10^{-6}$$

夏至前限,冬至后限时

$$B = 1.478\,0 + (488\,0 - 4A) \cdot A^2 \cdot 10^{-6}$$

这里冬至前限、夏至后限 59 日;夏至前限、冬至后限 123.622 25 日;冬至前限、夏至后限乘数 15;夏至前限、冬至后限乘数 4。冬至前限、夏至后限差 2 195;夏至前限、冬至后限差 4 880<sup>②</sup>。

中国古代广泛地使用圭表测影,它甚至可以通过测量冬、夏至的晷影的长短变化,间接地进行了黄赤交角的测量。晷影的长短变化反映着太阳视高度的变化,其现代天文学原理如下。

冬、夏至的视天顶距由下列公式求得

$$z_{\text{冬}} = \arctg \frac{\text{冬至影长}}{\text{圭表高度}}, z_{\text{夏}} = \arctg \frac{\text{夏至影长}}{\text{圭表高度}}$$

$$\text{所以,黄赤交角 } \varepsilon = \frac{1}{2}(z_{\text{冬}} - z_{\text{夏}})$$

隋代刘焯曾经创造了“以二至之影,定去极晷漏”的方法<sup>③</sup>。唐一行也曾指出“观晷景之进退,知轨道之升降,轨与晷名舛而义合”<sup>④</sup>。由此可知,古人是把

① 《新唐书·历志六下》。

② 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995,126—129。

③ 《隋书·天文志上》。

④ 《新唐书·历志三上》。

晷影长短变化的观测,当作研究太阳视位置变化的一种方法看待的。于是,圭表测量中取得的夏至、冬至晷影长度的一系列成果,也包含了黄赤交角的测量。中国古代黄赤交角的测量还有一种方法,就是用浑仪(或简仪)直接测量冬、夏至太阳的去极度(或地平纬度)而得。这两种方法有时是同时使用的。

## 第二节 圭表测影技术的改进

中国历代天文家为了提高测量精度,对圭表测影技术和方法进行了改进和推广,从而对于测天形成了新的认识。春秋战国时期的科学典籍《考工记》中,关于测影方法载有“水地以悬,置臬以悬”的方法和“为规,识日出之景,与日入之景,昼参诸日中之景,夜考之极星,以正朝夕”的方法,这里已经考虑以“水平”确定圭面,以悬垂线确定直立的表;认识到了对子午线来说,“日出”和“日入”是对称的。

熙宁七年(1074年),沈括在其《景表议》中对传统的圭表测验进行了重要的改进。首先,改进了确定南北子午线的方法,其次,把表放在房顶开有细缝的暗室中,这样既减少了日光散射时使表影模糊不清的影响,使得光束清晰可辨,另外,在副表顶部使用“方首,刻其南,以铜为之”,使副表和主表配合使用,以提高精度。苏颂在其《新仪象法要》中提出“于午正以望筒指日,令景透筒窍,以窍心之景,指圭面之尺寸为准”。可见,他设计瞭望筒来提高测影精度。

元代的郭守敬创造了大量的天文仪器。为了提高测量精度,他在河南登封建造了四丈高表,问题在于随着表长增高,势必造成“景虚而淡,难得实景”的困难,若无相应的解决方法,单纯的增加表长并不能带来测影精度的提高。郭守敬发明了“景符”安装在圭表顶端,用来解决日影边界模糊不清的问题。登封观星台现代测量人员的有关实验显示,用“景符”测定影长时,可准确到 $\pm 2$ 秒<sup>①</sup>。

根据“前人欲就虚景之中,考求真实,或设望筒,或置小表,或以木为规,皆取表端日光,下彻表面”的记录,可以推断郭守敬吸收了宋以来的测影技术。这些和“景符”的发明大约都有关系。“望筒”和“小表”是苏颂和沈括的创造。而“以木为规”的技术细节如何,我们未能确知。陈美东从元赵友钦的《革象新书》所载:“置一表约高四丈,表首置圆物,状如灯毬,不可透明,一亦不可小,小则景淡,大却不妨”和郭守敬所说“皆取表端日光,下彻表面”的记载推测,它是在表端置

<sup>①</sup> 张家泰,登封观星台和元初天文观测的成就,《中国天文学史文集》(1),北京:科学出版社,1979。

一木制圆物,而后测量圆物和表端生成的影子的测影方法<sup>①</sup>。

但是,郭守敬不是在表端置一圆物,而是“以铜为表,高三十六尺,端挟以二龙,举一横梁,下至圭面共四十尺”;不是让日光透过望筒成像,而是“以铜叶,博二寸,长加博之二,中穿一窍,若针芥然”。“窍达日光,仅如米许,隐然见横梁于其中”;不是用简单的副表去对准光束,而是“以方框为趺,一端设为机轴,令可开阖。惜其一端,使其势斜倚,北高南下,往来迁就于虚梁之中”<sup>②</sup>,这些都不是已有发明的简单重复,而是极巧妙的再创造。

明英宗正统年间,官方制造了新式圭表,其结构是石座上平放铜圭,圭长一丈六尺二寸,广二尺七寸,周设水渠,南端立铜板表,表高八尺,上端有铜叶,中开圆孔向外歪曲——作用和“景符”相同。正午日影从圆孔射到圭面呈椭圆形;南界是日轮上边缘的影子,北界是日轮下边缘的影子。为了弥补冬至影长(圭长不及冬至影长),在圭的北端又设了一个高三尺五寸之表。现存实物已磨损。

在清初皇朝礼器图式卷三中绘有一件圭表,说明为:“本朝制日影表,木质,立表高八寸,上施坠线,平表长二尺七寸,中衔铜尺三角施螺柱。以指南针盘九十度对表候影,正时自立表下量之,视影之长短以定节气时刻。”

从杨甲《六经图》揭示的多表测景至元郭守敬的四十尺高表,无不显示作为测天之景的表,是在不断发展的。郭守敬的高表结构,采取左右两条铅直线,地平回转水池,表顶带水槽横梁,用景符取景定位等技法,用以谋得三维空间内的准确性。这是以传统圭表为例的技术发展。

### 第三节 圭表测影的天文学意义

圭表测影是中国传统的测天、识天的方法和途径。虽然中国古代的天文历法是一套代数学特征的体系,并不重视建立日、月、五星的运动的宇宙几何模型,但是在庞大的中国古代数理天文学体系下面,也应该有一个比较合理而实在的宇宙空间概念的存在。古代天文历法家的一系列晷影测量的一个重要目的之一就是识天。从汉代天文学的发展来看,这个目的围绕浑天说的建立而形成,在古代大量的测算实践和理论的基础上基本得以实现。

<sup>①</sup> 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995:120。

<sup>②</sup> 《元史·天文志一》。

### 1. “地中”说的形成与推翻

最早的影长测量是以尺为单位。《周礼·地官·大司徒》有：“大司徒之职，……以土圭之法，测土深，正日景，以求地中。……日至之景，尺有五寸，谓之地中。”《隋书·天文上》评价这句话是“此则浑天之正说，立仪象之大本”。《周髀算经》作为传统典籍，第一部分通过周公和商高对话的形式，阐明了勾股定理及用该定理进行天文测量的道理，相当于一篇引言；由此后世开始重视地中测量。随后以荣方问陈子的形式说明了立表测望的方法。最后一部分是与历法有关的内容，论及二十四节气影长、日月行度的求法、回归年、朔望月及一年月份的安排等内容。该书的一个重要立足点是认为天文历法“皆算术之所及”，主要目的是以“算术之术”为盖天说建立一个数学模型，所依赖的主要数学和测量学方法是勾股术及立表测影法。在《周髀算经》中得出了“日影千里差一寸”，至迟自《淮南子·天文训》开始，人们普遍相信南北千里而影差一寸的说法，即认为在同一日正午在正南北相去1 000里的地方立表测影，所测得的影长会正好相差一寸。与此同时也暗示了古代中国人推理能力是非常有限的。但是盖天说及早期的浑天说中都把“日影千里差一寸”作为一条基本的假设，深信不疑，它对古代天文学的发展产生了重要的影响。

中国古代很早就产生了地中概念，地中概念是中国古代宇宙论的重要组成部分。根据汉代的史料记载，落下闳曾经“于地中转浑天，定时节，作《泰初历》”，“日月星辰，不问春夏秋冬夏，昼夜晨昏，上下去地中皆同，无远近”。<sup>①</sup>说明地中是当时天文测量的理想地点，这种在天文观测中重视地中的思想一直流传下来，三国王蕃在讨论了地中的各种特征之后，曾经明确指出：“六官之制，周公所测；勾股之术，目前定数；晷景之度，事有明验；以此推之，近为详矣。”<sup>②</sup>祖暅错综经注，以推地中，其法曰：

先验昏旦，定刻漏分辰，乃立仪表于准平之地，名曰南表，漏刻上水，居日之中，更立一表于南表影末，名曰中表，夜依中表以望北极枢，而立北表，令参相直。三表皆以悬准定，乃观三表直者，其立表之地，即当子午之正。三表曲者，地偏僻。每观中表，以知所偏：中表在西，则立表处在地中之西，当更向东求地中；若中表在东，则立表处在地中之东也，当更向西求地中。取三直表者，为地中之正。又以春秋二分之日，旦始出东方半体，乃立表于中表之东，名曰东表，令东表与日及中表参相直。是日之夕，日入西方半体，

① 《隋书·天文志上》。

② 瞿昙悉达，《开元占经》卷一。

又立表于中表之西,名曰西表。亦从中表西望西表及日,参相直。乃观三表直者,即地南北之中也。若中表差近南,则所测之地在卯酉之南;中表差在北,则所测之地在卯酉之北。进退南北,求三表直正东西者,则其地出中,居卯酉之正也。<sup>①</sup>

地中概念和圭表测影具有密切联系。自从《周礼·大司徒职》之后,历代有许多天文学家讨论地中问题,李淳风在注释《周髀算经》时说:“《周礼·大司徒职》曰:‘夏至之影,尺有五寸。’马融以为洛阳,郑玄以为阳城。”可见地中在古人心目中的位置颇有争议。关增建认为:“地中位置的准确与否,直接影响到对历法的制订。尽管严格说来,这一认识并不正确,因为只有在‘引绳致地以希望’那种测量方式中,测量是否在地中进行才有意义。”<sup>②</sup>

地中定义依赖于日影千里差一寸之说,但是地中的位置很难准确确定,因此人们开始怀疑日影千里差一寸的说法。从历史记载看,不同地方的所有的夏至日影长都为一尺五寸,说明当时有盲目效法,不求实测的风气存在。汉代以后,这种状况有所改变。关于“日至之景”,西汉刘向测得是 1.58 尺,隋开皇十七年袁充测得 1.45 尺,南北朝刘宋时期何承天在交州(今河南)和越南的林邑(顺化)多次进行圭表测量,发现每千里影长差 3.56 寸。扭转了这种局面。

刘宋元嘉十九年(442 年),刘宋军队南征林邑、交州(今越南境内),有人于五月在两处立表测影,结果发现两处的表影不在正北,而在表南,所得的影长与两地到中原地区的距离之间也不符合千里影差一寸的说法。根据这一结果,隋代的刘焯明确指出,日影千里差一寸之说“明为意断,事不可依”。所以他建议派人到黄河两岸对影差进行重新测量,以便求得真正的“差率”。可惜他的建议未得到采纳。

唐玄宗开元九年(721 年)国家昌盛,国力雄厚,官方派遣天文学家南宫说和僧一行领导大规模的天文观测,在北至山西蔚州(今蔚县),南至越南林邑长达 797 里的子午线上设立了九个观测站,使用圭表同时观测冬至和夏至的影长,结果证实了何承天测定的影长值,估计南北一度的地面距离为 351 里 80 步;得出其影长之差为每千里差四寸。僧一行明确指出:“凡晷差,冬夏不同,南北亦异,先儒一以里数齐之,遂失其实。”这在天文学史上具有重要意义。一行利用圭表测影不仅得出了子午线一度的弧长,为世界子午线测量史上之嚆矢;由于对于圭表测影原理的谙熟,一行进一步发现了当表高固定时,太阳天顶距和影长之间具

① [唐]魏征,长孙无忌,《隋书·卷十九,天文上》。

② 关增建,中国天文学史上的地中概念,《自然科学史研究》,2000,19(3):251—263。

有的比例数字关系,这相当于世界上第一张正切函数表<sup>①</sup>。

到了元代,郭守敬等又组织了一次大规模的北极出地高度的测量,共选取了南海(北极高 15 度)到北海(北极高 65 度)之间的十四个地点进行测量。这次测量虽然是在统治者官方组织下进行的,是全国范围内的测量,规模更加宏大,但在形式和内容上和传统测量没有本质区别。遗憾的是,虽然后来经过刘宋、隋唐,以及元代的多次大规模影差和里差之间关系的测量,中国人最终也没有得到地圆的结论,直到《崇祯历书》以后才陆续建立地圆概念和地理经纬度概念。地中概念也逐渐退出了历史的舞台。

托勒玫在《至大论》中涉及了圭表测影问题,不过,他是在考虑和阐述其宇宙论的基本框架及陈述其主要观点时,利用圭表测量太阳日长度,作为整个理论大框架里的一部分内容而进行论证,详见后文。地理学在古希腊已经有高度的发展,它可以概括为“地方志”和“地图学”两大主要方面。托勒玫在此两大领域内,都在前辈成就基础之上作出了贡献。托勒玫在这方面的代表著作是《地理学》(*Geographia*)8 卷。这是古代地理学的经典著作之一,内容包括迦勒底时期<sup>②</sup>的地理学家所知道的所有地方的地理描述,大约有 8 000 个地点的几何坐标,这些内容和数学测量有关,并有益于数学的发展。在古希腊传统的地球球体的观念下,古希腊人很早就产生了地理经纬度的概念。托勒玫在公元 100 年曾对 5 000 多个重要城市和沿海岸据点的经纬度进行了测量。

为了确定经度,古希腊人使用的相当于现在的本初子午线的概念,他们在所知地域内选择一个地点作为标准点。昔勒尼人埃拉托色尼(Eratosthenes,前 275—前 195 年)在进行经度测量时,定本初子午线在亚历山大里亚(Alexandria)和塞恩(Syene)连线上,并且认为这条线经过拜占庭。托勒玫之前的喜帕恰斯也是采用这条子午线作为本初子午线。托勒玫把他规定的“本初子午线”所在地点称之为“幸运群岛”,它位于大西洋中近摩洛哥海岸的马得拉和加那利群岛,在今西经约 15°,据说是在当时所知世界的最西端<sup>③</sup>。在《地理学》中,托勒玫进一步发展了制作地图的原理。但是此书后来没有获得像《至大论》那样的历史地位,

---

① C. Cullen. *An Eighth Century Chinese Table of Tangents*, *Chinese Science*, 1982, 5:1—33; 刘金沂、赵澄秋,唐代一行编成世界上最早的晷影差分表,《自然科学史研究》,1986, 5(4):298—309; 曲安京,《大衍历》差分表的重构,《自然科学史研究》1997, 16(3):233—243。

② 属于美索不达米亚文明,是在亚述人较长地统治旧巴比伦(约结束于公元前 612 年)以后的一段相对独立的文明。

③ Sedgwick & H. W. Tyler. *A Short History of Science*. New York: The Macmillan Company. 1919:132.

可能由于当时地理学没有天文学成熟。

尽管喜帕恰斯已经认识到日月食的观测结果和确定东西方地点之间的距离有关<sup>①</sup>,但是实际上,托勒玫的地理经度,没有一个是通过日月食观测确定的,而是从陆地距离按球形大地折算而得到的<sup>②</sup>,因此误差比较大,大约是实际距离的1.4倍。托勒玫《地理学》中的地理经纬度数据,成为后世绘制世界地图和制造地球仪的标准数据,这种情况一直延续到16世纪<sup>③</sup>。

托勒玫认为,只有球形天空的概念和球面投影图才能很好地解释日晷投影原理,用于日晷的构造。维特鲁威(Marcus Vitruvius Pollio,约公元前1世纪初—公元前20年)曾经描述过日晷,更一般的日晷理论是由海伦(Heron,约公元62年)提出,他还写了为了决定已知地理经度和纬度的两地距离的书<sup>④</sup>。托勒玫在其《平球论》中,讨论了天球如何以不同的方式投影在赤道平面上的方法,它是中世纪平面星盘构造和星图制作的理论基础。总之,《地理学》和《平球论》这两本书开辟了中世纪天文学的另一个分支——仪器科学。

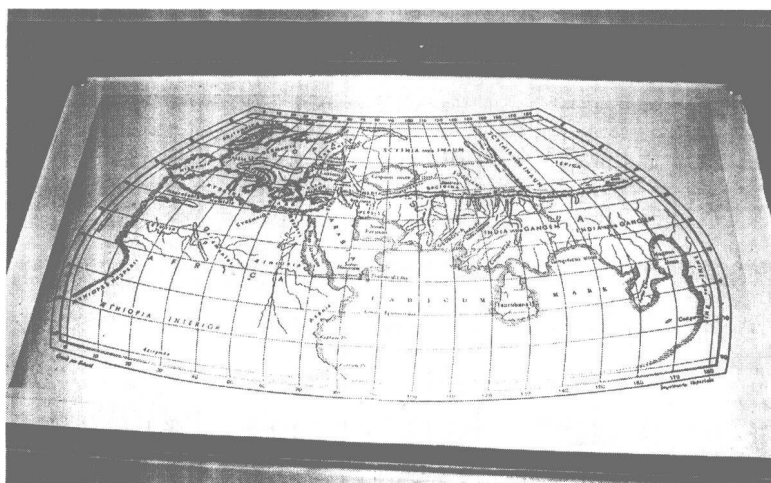


图 2.5 托勒玫绘制的地图

① Harley & David Woodward(eds). The History of Cartography: vol. 1. Cartography in Prehistoric, Ancient and Medieval Europe and the Mediterranean. Chicago & London: The University of Chicago Press. 1987;166.

② [英]梅森著,周煦良等译,《自然科学史》,上海:上海译文出版社,1980;45.

③ H. Bunbury. A History of Ancient Geography. London: John Murray. 1879;578.

④ Drachman, A. G.; Heron and Ptolemaios, Centaurus 1(1950), 117—31.

Neugebauer, O., Über eine Methode zur Distanzbestimmung Alexandria-Rom bei Heron, 1—2, Hist.-Fil. Medd. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, Vol. 26, Nos2 and 7, Copenhagen, 1938—1939.



2. 晷影漏刻等的测算和相互参验

古代历法推步术分为七个部分,步气朔、步发敛、步日躔、步月离、步晷漏、步交会和步五星等,代表了传统历算的内容,构成历算的基本框架。这些内容到唐朝大衍历时才确定下来。历法各部分之间分工协作、共同实现治历目标,它们各自的内容在整个系统中具有独立性,但又有密切的联系,是揭示传统古历博大精深的重要一环,具有重要的天文学意义,目前学术界在此基础上对各内容已经进行了算法和精度分析,笔者认为,“步晷漏”部分作为中国古代测算实践和理论的基础,其意义有待进一步发掘。

在东汉四分历中给出一张包括二十四节气、日所在黄道去极、晷景、昼漏刻、夜漏刻、昏中星、旦中星的系统数值表,它载于《后汉书·律历下》,如下表 2.1:

表 2.1

序号	二十四气	日所在	昼漏刻	夜漏刻	昏中星	旦中星
1	冬至	半二十一度 <sup>八分</sup> <sub>道二</sub>	四十五	五十五	奎六 <sup>弱</sup>	亢二 <sup>少强</sup> <sub>道二</sub>
2	小寒	女二度 <sup>七分</sup> <sub>道二</sub>	四十五 <sup>八分</sup>	五十四 <sup>二分</sup>	娄六 <sup>半强</sup> <sub>道二</sub>	氐七 <sup>少弱</sup> <sub>道二</sub>
3	大寒	虚五度 <sup>十四分</sup> <sub>道三</sub>	四十六 <sup>八分</sup>	五十三 <sup>八分</sup>	胃十一 <sup>半强</sup> <sub>道二</sub>	心 <sup>半</sup> <sub>道三</sub>
4	立春	危十度 <sup>三十一分</sup> <sub>道二</sub>	四十八 <sup>六分</sup>	五十一 <sup>四分</sup>	毕五 <sup>少弱</sup> <sub>道三</sub>	尾七 <sup>半弱</sup> <sub>道三</sub>
5	雨水	室八度 <sup>二十八分</sup> <sub>道三</sub>	五十八 <sup>分</sup>	四十九 <sup>二分</sup>	参六 <sup>半弱</sup> <sub>道四</sub>	箕 <sup>太弱</sup> <sub>道三</sub>
6	惊蛰	壁八度 <sup>三分</sup> <sub>道二</sub>	五十三 <sup>三分</sup>	四十六 <sup>七分</sup>	井十七 <sup>少弱</sup> <sub>道三</sub>	斗 <sup>少</sup> <sub>道二</sub>
7	春分	奎十四度 <sup>十分</sup>	五十五 <sup>八分</sup>	四十四 <sup>二分</sup>	鬼四	斗十一 <sup>弱</sup> <sub>道二</sub>
8	清明	胃一度 <sup>十七分</sup> <sub>道二</sub>	五十八 <sup>三分</sup>	四十一 <sup>七分</sup>	星四 <sup>太</sup> <sub>道一</sub>	斗二十一 <sup>半</sup> <sub>道二</sub>
9	谷雨	昂二度 <sup>二十四分</sup> <sub>道二</sub>	六十五 <sup>分</sup>	三十九 <sup>五分</sup>	张十七 <sup>进一</sup>	牛六 <sup>半</sup>
10	立夏	毕六度 <sup>三十一分</sup> <sub>道三</sub>	六十二 <sup>四分</sup>	三十七 <sup>六分</sup>	翼十七 <sup>太</sup> <sub>道二</sub>	女十 <sup>少</sup> <sub>道一</sub>
11	小满	参四度 <sup>六分</sup> <sub>道四</sub>	六十三 <sup>九分</sup>	三十六 <sup>分</sup>	角 <sup>太弱</sup>	危 <sup>太弱</sup> <sub>道二</sub>
12	芒种	井十度 <sup>十三分</sup> <sub>道三</sub>	六十四 <sup>九分</sup>	三十五 <sup>分</sup>	亢五 <sup>太</sup> <sub>道一</sub>	危十四 <sup>强</sup> <sub>道二</sub>
13	夏至	井二十五度 <sup>二十三分</sup> <sub>道三</sub>	六十五	三十五	氐十二 <sup>少弱</sup> <sub>道二</sub>	室十二 <sup>少弱</sup> <sub>道三</sub>
14	小暑	柳三度 <sup>二十七分</sup>	六十四 <sup>七分</sup>	三十五 <sup>三分</sup>	尾一 <sup>太强</sup> <sub>道三</sub>	奎二 <sup>太强</sup>
15	大暑	星四度 <sup>三分</sup> <sub>道二</sub>	六十三 <sup>八分</sup>	三十六 <sup>二分</sup>	尾十五 <sup>半弱</sup> <sub>道三</sub>	娄三 <sup>太</sup> <sub>道一</sub>
16	立秋	张十二度 <sup>九分</sup> <sub>道二</sub>	六十二 <sup>三分</sup>	三十七 <sup>七分</sup>	箕九 <sup>太强</sup> <sub>道三</sub>	胃九 <sup>太弱</sup> <sub>道一</sub>

(续表)

序号	二十四气	日所在	昼漏刻	夜漏刻	昏中星	旦中星
17	处 暑	翼九度 <sup>十六分</sup> <sub>退二</sub>	六十二 <sup>分</sup>	三十九 <sup>分</sup>	斗十 <sup>少</sup> <sub>退二</sub>	毕三 <sup>大</sup> <sub>退三</sub>
18	白 露	轸六度 <sup>二十三</sup> <sub>退二</sub>	五十七 <sup>分</sup>	四十二 <sup>分</sup>	斗二十一 <sup>强</sup> <sub>退二</sub>	参五 <sup>半弱</sup> <sub>退四</sub>
19	秋 分	角四度三十分	五十五 <sup>分</sup>	四十四 <sup>分</sup>	牛五 <sup>少</sup>	井十六 <sup>少强</sup> <sub>退三</sub>
20	寒 露	亢八度 <sup>五分</sup> <sub>退二</sub>	五十二 <sup>分</sup>	四十七 <sup>分</sup>	女七 <sup>大</sup> <sub>退一</sub>	鬼三 <sup>少强</sup>
21	霜 降	氐十四度 <sup>十三分</sup> <sub>退三</sub>	五十三 <sup>分</sup>	四十九 <sup>分</sup>	虚六 <sup>大</sup> <sub>退二</sub>	星三 <sup>大强</sup> <sub>退一</sub>
22	立 冬	尾四度 <sup>十九分</sup> <sub>退三</sub>	四十八 <sup>分</sup>	五十一 <sup>分</sup>	危八 <sup>强</sup> <sub>退二</sub>	张十五 <sup>大强</sup> <sub>退一</sub>
23	小 雪	箕一度 <sup>二十六分</sup> <sub>退三</sub>	四十六 <sup>分</sup>	五十三 <sup>分</sup>	室三 <sup>半强</sup> <sub>退三</sub>	翼十五 <sup>大强</sup> <sub>退二</sub>
24	大 雪	斗六度 <sup>二分</sup> <sub>退二</sub>	四十五 <sup>分</sup>	五十四 <sup>分</sup>	壁半 <sup>强</sup> <sub>退一</sub>	轸十五 <sup>弱</sup> <sub>退一</sub>

《后汉书·律历下》给出了这个表格的系统而清楚的算法如下：

黄道去极、日景之生，据仪、表也。漏刻之生，以去极远近差乘节气之差，如远近而差一刻，以相增损。昏明之生，以天度乘昼漏，夜漏减之，二百而一，为定度。以减天度，余为明；加定度一为昏。其余四之，如法为少。二为半，三为太，不尽，三之，如法为强，余半法以上以成强。强三为少，少四为度，其强二为少弱也。又以日度余为少强，而各加也。<sup>①</sup>

以上第一句话明确指出二十四气黄道去极度和日影长度是分别使用浑仪和圭表测定，东汉四分历首创黄道去极度测算法并限制了后代历法发展的模式。这时晷影长度等的测定非常精确，是经历了从元和二年(85 年)到熹平三年(174 年)的漫长的时间而测量完成的<sup>②</sup>，这个过程反映了东汉天文测算工作的艰辛和对于有关天文量的认知。浑仪和圭表作为中国古代最常用的天文仪器，虽然其测量的黄道去极度和日影长度乍看起来没有联系，实际上它们都从不同角度反映了太阳运动规律，通过晷影和黄道去极度的测量以及对于其规律的认识，了解太阳在空间的运动规律，这个过程建立在数表的基础上，由载于《后汉书·律历下》的二十四节气日所在黄道去极、晷景、昼漏刻、夜漏刻、昏中星、旦中星的系统数值可知，东汉不仅对各个天文量进行数量化，而且在各个天文量之间建立了一

① [晋]司马彪，《后汉书·律历下》，北京：中华书局，1975：3055。

② 李鉴澄，论后汉四分历的晷影、太阳去极和昼夜漏刻三种记录，《天文学报》，1962，10(1)；

一对应关系,这些关系反映在这些精准的天文量之间有的可以互求,并且仍能够在系统内保持各自数据的精准。

需要强调的一点是,由于古代中国没有黄极概念,所以“黄道去极度”(又称黄道内外度)是沿赤经圈度量太阳(或某天体)离开黄道的度数,与现代天文学中的“黄纬”概念不同。同样,下文将要论述的“黄道距度”相当于现代天文学的黄经,但又不同黄经概念。戴内清已经明确地指出了这一点<sup>①</sup>。这些构成了古代中国特殊的黄道坐标系。

第二句话“漏刻之生,以去极远近差乘节气之差,如远近而差一刻,以相增损”,清楚地指出二十四气昼夜漏刻长度的算法,说明这些数据不是由实测得到的,但有学者认为它们是实测得到,并且还分析了其测量精度,也许有失偏颇。

在东汉四分历颁行之初,仍沿旧制,即昼夜漏刻率按每9日增减1刻。但是没有考虑昼夜漏刻与晷影长短和日去极远近(赤纬)的变化是对应的,于是出现了:“官漏刻率九日增减一刻,不与天相应,或时差至二刻半。”东汉和帝永元十四年(102年)霍融上奏实行新制,即“漏刻以日长短为数,率日南北二度四分而增减一刻。一气俱十五日,日去极各有多少。今官漏率九日增减一刻,不随日进退。夏历漏刻随日南北为长短,密近于官漏,分明可施行。”于是,其年十一月甲寅,诏曰:“告司徒、司空:‘漏所以节时分,定昏明。昏明长短,起于日去极远近,日道周环,不可以计率分,当据仪度,下参晷景。今官漏以计率分昏明,九日增减一刻违失其实,至为疏数以耦法。……官漏失天者至三刻。以晷景为刻,少所违失,密近有验。’”以上文字说明,在实行新制的过程中已经认识到了“昏明长短,起于日去极远近”,而从其漏刻计算方法来看,改变了旧制的漏刻随日进退,实行了新制的随去极度差而进退,由原来的2.5—3.0刻的误差,提高到了大约0.1刻的误差<sup>②</sup>;同时注意到要据仪度、借助晷影实测随时校核昼夜漏刻长度,保证了随算随测,及时进行改正。

按照现代天文学,在春秋分附近,太阳赤纬变化很快,大约五六日南北移动2度4分,昼夜漏刻就要增减1刻;而在冬夏至前后,变化极慢,大约十四五日才变化1度。东汉天文学家认识到在南北方向的太阳赤纬每差“二度四分”,地面时间“增减一刻”的对应关系,这种试图在太阳视赤纬和日长之间寻找恰当的关系的做法是可取的,它尤其能表明古人对球面天空中太阳运动的认识,是通过对于地面晷影和昼夜漏刻长度的测算等一系列数量化的手段实现的。由这张晷漏

① 戴内清,汉代における观测技术与石氏星经の成立,《东方学报》(京都)1959。

② 张培瑜等,《中国天文学史大系——中国古代历法》,北京:中国科学技术出版社,2008。

表及其计算所涵盖的内容基本可以推断,汉代在浑天说的基础上已经形成了据仪表进行测量的数理方法,通过天文仪表测得黄道坐标量,从而建立起了空间天球模型,这揭示了在东汉四分历中首次出现这样一张数理表格的天文学意义。

虽然没有发展出球面天文学和一些必要的球面三角计算方法,但是东汉四分历采用“日南北二度四分”和“增减一刻”的“率”的关系来计算昼夜漏刻,达到了很好的效果。唐代以后关于晷影和昼夜漏刻计算发展出“消息定数”的方法,晷影和昼夜漏刻这些和空间几何模型有关的天文量,逐渐被算法化倾向所取代,充分反映了中国古代历法的特点。

那么,这些精细的测量工作的结果如何呢?何承天在上表请求改历的奏章中曾经指出:“案后汉志春分日长,秋分日短,差过半刻。寻二分在二至之间,而有长短,因识春分近夏至,故长;秋分近冬至,故短也。”<sup>①</sup>

《宋书·律历志下》又有:“案景初历,春分日长,秋分日短,相承所用漏刻,冬至后昼漏刻长于冬至前,且长短增加、进退无渐。非唯先法不精,亦各传写谬误。今二分、二至各据其正,则至前后,无复差异。”<sup>②</sup>

何承天的奏章反映了历史事实,对于其中原因的分析也不无道理。昼夜漏刻长度基本上是以冬至点和夏至点为对称的<sup>③</sup>。在何承天《元嘉历》的漏刻表中可见两个特点:春秋分昼夜漏刻相等;冬至点前后对应的昼夜漏刻长度具有对称性,另外,《元嘉历》的晷影长度表也表现出一种严格的对称。这验证了他上面第二段最后说的话。这里的一个关键问题是,何承天在精细测算基础上增加了对晷影、漏刻长度的定性认识,他的晷影、漏刻表是综合前人的观测,分析得出的。

虽然《元嘉历》中冬至时刻的系统误差并未完全消除(仍然有一50刻的误差),但是何承天《元嘉历》中提出了昼夜漏刻长度的对称性。以上测量史料和数据,反映了中国古代对太阳空间运动认识的历史过程。

通过以上分析认为,中国古代通过晷影的精细测算来认识和归纳得出太阳的运动规律。前人已经研究证明,东汉四分历的测影精度比后来的高,说明这时对反映太阳运动的晷影测量工作很精细。那么为什么东汉四分历的测影精度较

① [梁]沈约,《宋书·律历志》,北京:中华书局,1974:261。

② 同上,第285页。

③ 严格说来,晷影和昼夜漏刻长度并非严格以冬至点和夏至点为对称点的。原因如下:1. 日行有赢缩,古历用平气,太阳在相同的时间并不走过同样的角度。二至前后相应各气日行距离不等,对应的赤纬(去极度)各异;2. 由于椭圆轨道,在远地点、近地点,各气对应的中心差不同,再加上大气折射等等原因。所以,晷影、昼夜漏刻长度是不可能严格以冬至点和夏至点为对称点的。但是,以上是现代天文学精度下的考虑,在古人测量所允许的误差范围内,以上两个原因导致的误差要比测算得到的在二十四气晷影、漏刻的数值小得多,所以本书暂忽略上述几点。

高,但仍然有“春分日长,秋分日短,差过半刻”的现象出现?主要原因是东汉四分历的冬至时刻的测定误差太大,这一点也是被前人研究证明的<sup>①</sup>。可见以上研究结论基本上支持古代冬至时刻的测定直接影响到晷影测量的误差,和笔者对太阳运动所取的近似处理意见吻合。

第三句话是关于昏旦时刻中星位置的确定。昏旦中星位置的测定在我国起源很早,它的两个主要用途是确定季节和确定日躔所在,确立的前提是二十八宿距度体制的建立和测角仪器的使用。据《汉书·律历志》记载,在汉代对昏旦中星的观测技术较战国时期有了长足进展,其中有一段话说:“日行不可指而知也,故以二至二分之星为候。日东行,星西转。冬至昏,奎八度中;夏至,氐十三度中;春分,柳一度中;秋分,牵牛三度七分中,此其正行也。……日行疾,则星西转疾,事势然也。”这是对昏中星的观测,古人据此就可以推算冬至点的大概位置。最后一句话说明,在汉代由昏旦中星的测定已经发现了太阳运动的快慢,关于这方面还有一个证据就是在《月令章句》有:“中星当中而不中,日行迟也。未当中而中,日行疾也。”<sup>②</sup>

在东汉四分历里给出了二十四气第一日躔位置和昏旦中星距度值。计算方法如下:据平气推算,一气为 $\frac{365.25}{24}=15\frac{7}{32}$ 日,以太阳每日行一度计,得到二十四气太阳位置=斗 $21\frac{1}{4}+(n-1)\times 15\frac{7}{32}$ 度。这里 $n$ 为从冬至起二十四气的顺序号。

昏旦时刻中星的推算方法就要复杂一些了。在汉代昏明时刻改三刻为二刻半的测算规则的基础上,根据术文“昏明之生,以天度乘昼漏,夜漏减之,二百而一,为定度。以减天度,余为明;加定度一为昏。其余四之,如法为少。二为半,三为太,不尽,三之,如法为强,余半法以上以成强。强三为少,少四为度,其强二为少弱也。又以日度余为少强,而各加也”。得到:

$$\begin{aligned}\text{二十四气昏中星位置} &= \text{昏时日躔位置} + \text{昏时太阳时角} \\ &= \text{二十四气日所在(夜半)} + 1\text{度} - (\text{夜漏} - \text{昼漏} \\ &\quad \times \text{周天度}) / 200\end{aligned}$$

同样,二十四气旦中星位置=二十四气日所在(夜半)+(夜漏-昼漏×周天度)/200。

中国古代采用分数记法,根据以上术文得到四分历的12分度制如表2.2:

① 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995。

② [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975;3055、3075、3033、3076。

表 2. 2

度强	1/12	半强	7/12
少弱	2/12	太弱	8/12
少	3/12	太	9/12
少强	4/12	太强	10/12
半弱	5/12	度弱	11/12
半	6/12	整度	12/12

根据上述公式依次进行计算,就可以得到东汉四分历二十四气表格中“日所在”、“昏中星”和“旦中星”所有位置。我们看到,东汉四分历关于昏旦中星的位置的确定已经从早期的经验观测中解放出来,而发展了一种有效的计算方法,这无疑是对太阳运动规律性正确认识的结果。东汉天文学为后世天文历法“步晷漏”术的发展确立了基本模式,从而奠定了其历史地位。在长期的观测实践中,建立一种合理的空间模型,从而建立有效的计算方法,进一步和观测相互验证,正是这个时期天文学的一个显著特点,而东汉四分历中二十四气日所在黄道去极、晷景、昼漏刻、夜漏刻、昏中星、旦中星的系统数值表格(表 2. 1),就是为实现这个目的而产生的一定历史阶段的产物。

3. 圭表——晷仪——日晷

日晷作为最早的计时器之一,应当起源于圭表。圭表本身具备一定的计时功能,起着某种程度的地平式日晷的作用。表影在一天中的方位变化实际上反映了太阳方位的周日变化,利用这一点便可制成日晷测量地方真太阳时。由此很容易使人联想到,如果在一个式盘的中央垂直立一细棍,就成为简单的日晷,再把式盘加以改造,按细棍(晷针)不同时刻在盘上的投影刻上刻度,在白天日照时间,放在外面便可计时。

光绪二十三年(1897 年)出土的山西托克托城(现内蒙古托克托县)的汉代晷仪,和 1932 年在洛阳金村出土的晷仪成为最早的实物证据。学术界有人认为还有第三座晷仪,且考证它们均为秦末汉初的物体。李鉴澄对此三物进行研究,并以汉代和汉以前典籍中关于晷影观测的大量史料为佐证,论证了以上三件日晷均应正名为“晷仪”<sup>①</sup>。这项工作具有重要意义。

① 李鉴澄,《晷仪——我国现存最古老的天文仪器》,《中国古代天文文物论集》,北京:文物出版社 1989,145—153。

出土晷仪晷面上的六十九条刻画,是指时间刻度,这应是夏至日的最长白昼六十九刻,对应地,春秋分为50刻,冬至为31刻。其盘面刻画了最长白昼69刻便于使用。晷仪的用途不是唯一的,除了秦汉时期人们用以测定方向这一主要用途外,晷仪还可以用作漏壶的校准器,其盘面的69刻画,应该是从浮箭的刻度划分得来,除了修正一年中不同季节的浮箭,还可校正一天中的各时辰,在这一过程中,晷仪和漏壶配合使用,共同完成计时的任务。正如《汉书·律历志》所言:“议造汉历,乃定东西,立晷仪,下漏刻”。

《隋书·天文志·漏刻》有:“开皇十四年,副州司马袁充上晷影漏刻。充以短影平仪,均布十二辰,立表,随日影所指辰刻,以验漏水之节。”下面的论述揭示出一个新的问题。“十二辰刻,互有多少,时正前后,刻亦不同,其二分二至用箭辰刻之法,今列之云。”<sup>①</sup>这里袁充发现用这种短影平仪测得的十二辰刻,并不均匀分布,这是地平式日晷的必然后果,限于当时的水平,袁充没有有效解决这个问题。直到明末,中国的学者们也都未去尝试这个问题。但是,这也正好说明,从汉至隋,晷仪及短影平仪均不能用于精确计时,因为晷盘平置无法均匀反映太阳周日视运动,而新的晷盘刻画又没有解决。由此,笔者认为,这一时期晷仪和短影平仪的发展均尚未完善,属于日晷的起步阶段。

中国隋代以前因为没有解决水平日晷晷面刻画与太阳周日视运动的关系,因此不能完成地平式日晷的主要功用——测时。从这一点来看,中国从未产生真正意义的地平式日晷。

但赤道式日晷确是中国特色的产物。梅文鼎《勿庵历算书目·日晷备考》有:“吾郡日晷依赤道斜安,实为唐制。”但遗憾的是,在唐代文献中没有找到有关记录。有记载的是南宋曾敏行的《独醒杂志》(1176)中写道:“南仲尝谓:古人揆景之法,载之经传,杂说者不一,然止皆较影之短长,实与刻漏未尝相应也。其在豫章为晷影图,以木为规,四分其广而杀其一,状如缺月,书辰刻于其旁,为其以荐之,缺上而圆下,南高而北低。当规之中,植针以为表。表之两端,一指北极,一指南极。春分以后视北极之表,秋分以后视南极之表。所得晷景与漏刻相应。自负此图以为得古人所未至,予尝以其制为之。其最异者,二分之母,南北之表皆无景,独其侧有景,以其侧应赤道。春分以后日入赤道内,秋分以后日出赤道外,二分日行赤道,故南北无景也。其制作旁礴如此。”<sup>②</sup>

以上清楚记载了赤道式日晷的原理和结构。这种日晷的晷针垂直于晷面,

① 《隋书·天文上》:527—528。

② 曾敏行,《独醒杂志》,卷二。

且横穿晷心,晷盘平行于天赤道,且正反面刻度相同,向北的一面用于春分到秋分这半年,向南的一面用于秋分到春分这半年。晷影在晷面上的方位角和时角相等,故晷影所指时刻为等分刻度形式。这种日晷设计制作较简便,且在不同地方,只要调节晷面的倾斜度与当地天赤道面重合就可以使用了。如果将其制成便于携带的式样,它可以在相当大的范围内使用,故这种中国传统的赤道式日晷是最为实用,最为简便的,宋以后流传相当广泛。不过后来人们逐渐把木质缺圆改为石质整圆晷面,以抵御风雨侵蚀。明代学者徐光启说“圆石欹晷是为赤道晷。”<sup>①</sup>

元代天文学家郭守敬曾创制仰仪。《元史·列传第五十一·郭守敬》有:“以表之矩方,测天之正圆莫若以圆求圆,作仰仪”<sup>②</sup>。郭守敬创制仰仪的目的,是为了以仰仪之半球体模仿天球,以测天,其效果和表相同,但又优于表。既测天,以协天运,一定也可用来测时。在《元史·天文一·仰仪》中记有:“仰仪之制,以铜为之,形若釜,置于砖台。内画周天度,唇列十二辰位,盖俯视验天者也。其铭辞云:‘不可体形,莫大天也,……辨方正位,日子卦也,……小大必周,入地画也,……列刻五十,六时配也,……以负缩杆,子午对也,……视日透光,何度在也。暘谷朝实,夕餼昧也。寒暑发敛,验进退也。薄蚀起自,鉴生杀也。以避赫曦,夺目害也。’”<sup>③</sup>在《梅氏丛书辑要》“仪铭补注”中有对这段铭文的详细解释。<sup>④</sup>由此可知,这段文字陈述了仰仪的功能是用来验节气、测时刻和辨方正位。另外郭守敬还提出,可以通过木孔的投影,来观测日蚀,省去了直接观测对眼睛的损害。

这种仰仪的制作较为直观,采用了天球坐标网,可以由此直接读取时值、节气。这种仪器后被专门用作太阳时指示器,故又称仰釜日晷,李约瑟在《中国科学技术史》中提到,有两件类似的日晷分别由朝鲜和日本保存,但是李约瑟认为这种日晷“无疑是来自中国的”<sup>⑤</sup>。

以上罗列了中国古代少有的几条关于日晷和与日晷有关的一些史料记载,由于没有投影几何知识,中国古代一直没有掌握地平式日晷晷面的正确分划方法,这可能是地平式日晷得不到流行的主要原因。相对来讲,由于赤道式日晷是均匀分刻的,大约从南宋开始,这种日晷流行于世,南宋学者王应麟在《小学增珠》中已将其列为四种计时器之一<sup>⑥</sup>,只不过仍称之为圭表。“日晷”特指测影计

① 《明史·天文一》:360。

② 《元史·列传第五十一·郭守敬》:3947。

③ 《元史·天文一·仰仪》:993。

④ 梅文鼎,《梅氏丛书辑要》,卷六十,杂著,仪铭补注。

⑤ 李约瑟,《中国科学技术史》,4(1),北京:科学出版社,1975:301。

⑥ 李迪、邓可卉,关于中国古代计时器分类系统的探讨,《内蒙古师大学报》1997(4):66—70。



时仪器及其晷影投影原理和科学的晷面刻画线方法的形成,是明末传教士把西式日晷及制晷技术传入中国以后的事情。

第四节 中 星 观 测

圭表测影和黄道中星的观测都与子午圈有关,子午圈是从圭表测影推衍出来的,所以当出现了原始的圭表之后,就有可能进行昏旦中星的观测了。正如圭表测影代表了中国古代天文学的基本手段、内容一样,昏旦中星的观测也体现了传统天文学的特点。

早期的有文字可考的文献《尧典》记载了根据鸟、火、虚、昴中星时来定四时,“日中星鸟,以殷仲春;日永星火,以正仲夏;宵中星虚,以殷仲秋;日短星昴,以正仲冬”。《礼记·月令》中谈到昏旦中星有“孟春之月,日在营室,昏参中,旦尾中……”。这是在用仪器观测二十八宿距星和距度之前,以目视观测为基本手段的观象授时阶段的一些内容,古人由此能够初步确定十二个月的昏旦中星和日躔位置,具体内容如表 2.3。此表取自潘鼐《中国恒星观测史》。大概在公元前 2000 年左右,还出现了昏旦观测大火南中以定二至的事情。

表 2.3

月 份	日所在	昏中星	旦中星	备 注
孟春之月	营室	参	尾	《逸周书·周月解》:“昏昴毕现”。 高诱注《吕氏春秋》及《淮南子》均云:“弧星在昴鬼南,建星在斗上”。
仲春之月	奎	弧	建星	
季春之月	胃	七星	牵牛	
孟夏之月	毕	翼	婺女	
仲夏之月	东井	亢	尾	《礼记·月令》为“昏火中”,余三书均用心。 《礼记·月令》为“昏建星中”,余均用斗。 《礼记·月令》为“觜觿”,余均用“觜离”。
季夏之月	柳	心	奎	
孟秋之月	翼	斗	毕	
仲秋之月	角	牵牛	觜离	
季秋之月	房	虚	柳	
孟冬之月	尾	危	七星	
仲冬之月	斗	东壁	轸	
季冬之月	婺女	娄	氏	
				《淮南子》日在位置均不载。

古代白天观测日影,而到了夜晚则要观测某些固定时刻的中星。昏旦中星

位置的测定在我国起源很早,它的两个主要用途是确定季节和确定日躔所在,确立的前提是二十八宿距度体制的建立和测角仪器的使用。这二者构成了测量和表述天体在天球上位置的方式,是一种近代的极坐标系,它的性质属于赤道坐标系。赤道坐标系在中国古代天文学中应用很早,至迟在战国初的《石氏星表》中就用赤道坐标系统标定恒星的位置,这是中国天文学的一大特点。李约瑟在其巨著中对这一特点给予高度评价。

据《汉书·律历志》记载,在汉代对昏旦中星的观测技术较战国时期有了长足进展,其中有一段话说:“日行不可指而知也,故以二至二分之星为候。日东行,星西转。冬至昏,奎八度中;夏至,氐十三度中;春分,柳一度中;秋分,牵牛三度七分中,此其正行也。……日行疾,则星西转疾,事势然也。”这是对昏中星的观测,古人据此就可以推算冬至点的大概位置。最后一句话说明,在汉代由昏旦中星的测定已经发现了太阳运动的快慢,关于这方面还有一个证据就是在《月令章句》有:“中星当中而不中,日行迟也。未当中而中,日行疾也。”<sup>①</sup>

中国古代长期利用昏旦中星法和夜半中星法确定冬至日躔所在。其中昏旦中星法发明的年代最早。在《吕氏春秋》等先秦典籍中,已经把12个月的太阳所在宿度与昏旦中星的记录有机地联系起来。昏旦中星法至迟在战国时期已发展成熟,而且被广泛使用。梁武帝大同九年(543年)虞翻在详述前代的太阳所在宿度的测算法后说,“汉世课昏明中星,为法已浅”,唐代一行也曾经论西汉落下闳等人“候昏明中星,步日所在”<sup>②</sup>。通过上面对于东汉四分历所载晷漏表的研究说明,表格各列数值包括二十四气太阳所在宿度和昏中星、旦中星等,它们之间的数量关系可以通过算式求出,这是昏旦中星法在早期得到普遍使用的例证。这张数表后面又有:

中星以日所在为正,日行四岁乃终,置所求年二十四气小余四之,如法为少、大,余不减,三之,如法为强、弱,以减节气昏明中星,而各定矣。强,正;弱,负也。其强弱相减,同名相去,异名从之。从强进少为弱,从弱退少而强。从上元太岁在庚辰以来,尽熹平三年,岁在甲寅,积九千四百五十五岁也。<sup>③</sup>

这是通过中星确定日所在以及回归年长度的方法。由于长期观测中星,发现其位置前后有强弱、小大的变化,而这些变化不能不考虑,因为它影响到了确

① [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975:3055、3075、3033、3076。

② 《新唐书·历志三上》。

③ [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975:3081。

定日躔所在,从而影响到了回归年长度的准确性问题。引文给出的计算比较粗疏,缺乏定量化,但是古人至少已经发现了这个问题。从理论上讲,这是和岁差问题有关的。

冬至日躔所在的测量与二十八宿距度的确定有极大的关系,可以说,二十八宿星象系统是昏旦中星法和夜半中星法确定太阳位置的基础。这同时也牵扯到二十八宿体制的所谓耦合问题,即地球上二十八宿位置对于以地球为中心的几何学上的中心对称问题。因此,关于二十八宿星象体系的测量是历代历法改革的重要内容之一。大约有明确记载的是《周髀算经》中“立二十八宿,以周天历度之法”的二十八宿距度的测量,除了距度,还有二十八宿距北极度的测量。

为了准确观测,历代还创造和制作了星象观测的仪器。在汉代集中反映了这一成果。杨雄(公元前53年—公元18年)《法言》说:“或人问浑天于雄,雄曰:落下闳营之,鲜于妄人度之,耿中丞象之,几乎莫之违也。”梁沈约据何承天书作《宋书·天文志》有:“雄……举此三人以对者,则知此所人制造浑仪,以图晷纬,……以此而推,则知西汉长安已有其器矣。”综观历史记载,在汉代制造浑仪的人有杨雄、落下闳(公元前135—公元前74年)、鲜于妄人(公元前105年—公元前50年)、耿中丞(耿寿昌,公元前100年—公元前30年)、张衡等人。落下闳是工匠出身,他是如何得到浑仪的制作技术的,至今还是一个谜,很可能是从战国时期传授下来;鲜于妄人在汉昭帝时,曾任主历使者;耿寿昌,汉宣帝时为大司农中丞,在甘露二年(公元前52年)曾制作图仪,并曾和浑仪同时使用<sup>①</sup>。至东汉,张衡又制作浑天仪,《后汉书》本传称“其作浑天仪,步考阴阳最为详密”,这和贾逵制作的黄道游仪,可互相补充,成为汉代仪器的亮点。

和观测中星有关的天度采用中国特有的 $365\frac{1}{4}$ 度制,度以下分为十二等分,依据《后汉书》中的记载“……其余四之,如法为少。二为半,三为太,不尽,三之,如法为强,余半法以上以成强。强三为少,少四为度,其强二为少弱也。又以日度余为少强,而各加也”。根据引文得到度以下十二等分的名称和分度分别为:度强:1/12,少弱:2/12,少:3/12,少强:4/12,半弱:5/12,半:6/12,半强:7/12,太弱:8/12,太:9/12,太强:10/12,度弱:11/12,整度:12/12。

恒星中天具有实时性,所以许多天象记录,特别是涉及恒星的记录只能反映当时的情况,这也成为中国历代改革历法的原因之一。在理论上,按照岁差规律归算恒星相对于二分二至点的位置,以确定古代天象记录的年代,也成为研究中国天文学史的一个常用方法。夏商周渐代工程用了这个方法。但是中国古代的

<sup>①</sup> [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975:3029、3039。

天象记录,如日月食或恒星位置大多没有给出具体的发生时刻,这个误差会造成后来十几个世纪的差异。

## 第五节 中国古代天文仪器系统

中国古代的天文仪器多数为官方制造,为了得到精确的天文观测和预报,历代统治者不惜重金专门组织人力、物力和财力支持天文观测和历法改革,历史上的天文仪器多为青铜制造,特别是从唐代以来出现了大型天文仪器,从一个侧面反映了统治者对于天文观测的重视程度。天文仪器制造是国力的体现和国家统一的象征。

天文仪器的出现是天文学走向量化的必然结果,只有借助于天文仪器才能精确地测定各种天文数据。中国古代的天文仪器具有独特的中国古制系统。中国古代天文学文献中对于天体坐标描述和天文仪器的刻度分划采用“度”,但是这不同于现代的“度”,而是中国的古度,它不是角度,而是长度<sup>①</sup>。《周髀算经》里记载了划分圆周的方法,一度就相当于长度单位一尺,这样的划分不利于做进位制的换算,实际操作比较复杂;在这个系统里,取圆周率为3,误差的产生是必然的,直到元代,这种传统的圆周率制度仍用于天文测量和计算。

中国古代由表、仪、象和计时器组成一个天文观测仪器系统。它们在一定的条件下各自独立测量,实现其基本的历法功能。如前文所述,表是最简单、最古老的测天仪器,它是早期测定方向、时间、节气和回归年长度等的仪器,从东汉以后和刻漏配合使用,共同完成晷漏测量,为后世历法中的“步晷漏”术奠定了理论和技术基础;仪,是测定天体球面坐标——天体位置的仪器,与中国早期的恒星观测、二十八宿距星及其体系的确定有着密切的联系。历代关于浑仪制作各不相同,但它基本上是由许多同心圆环组成,中有窥管。浑仪大约是西汉落下闳首先设计制造的<sup>②</sup>,仪分为赤道仪和黄道仪,赤道仪是中国传统的赤道二十八宿体制下的产物,而黄道仪产生于东汉,傅安、贾逵等人曾经用黄道度日月,从东汉四分历开始,日月五星运动位置的测量改用黄道度<sup>③</sup>,这是古人对于日月五星运行轨道认识更加精准的反映。东汉贾逵、张衡,东晋孔挺,唐代李淳风、一行,北宋

① 关增建,传统365以分度不是角度,《自然辩证法通讯》1989,63(5):77—79。

② 《史记索引》,引自《益部耆旧说》。

③ 中国天文学史整理研究小组,《中国天文学史》,北京:科学出版社,1978。

沈括、苏颂等均对浑仪作过不同程度的改进,使它有利于实际观测。而元代郭守敬的简仪则是对浑仪革新的产物。学术界长期以来认为黄道系统是古希腊天文学的产物,而赤道系统显示了中国古代天文学的特点,但是,中西方古代天文学在后来的发展中,这两个系统相互联系起来,是不可分的;象,是演示天体在天球上视运动现象的装置,耿寿昌曾制“古旧浑象”,但其形制尚无定论,最早的浑象是由东汉张衡制造的,他利用水运传动装置使得浑象偕天象转动起来,具有了初步的计时原理和功效;天文计时器是一个独立的系统,主要包括刻漏、日晷和机械计时器等,但是根据学术界的最新研究,陆续发现了许多其他的计时器,如轮漏<sup>①</sup>、木漏,还有鞞弹和星丸漏<sup>②</sup>等等。刻漏是古代的一种计时工具,漏是指装满水的漏壶,刻是指一天的时间划分单位,漏壶中的浮箭刻度可以显示和计量一昼夜的时刻。刻漏的计时方法可分为泄水型和受水型两类,张衡、沈括等人都对刻漏的技术问题进行改进和完善,已经使它发展成为一种独立的计时系统。日晷在明清时期作为重要的天文计时器,由于西学的传入和影响而得到科学化的发展,明末清初以来,随着西方传教士陆续来华,西方文艺复兴以来的三角学、几何学、射影几何和天文学知识传入中国。清代朝野研究日晷之风日盛,日晷形成一个庞大家族。明末清初以来的地平式日晷、面东西日晷等的晷面作图方法和制作是建立在西方近代天文学理论、三角函数和几何学的基础上,成为中西科技交流的见证。

浑仪制造在北宋时达到了高峰,先后有四次重要的制造和改革<sup>③</sup>,加之苏颂的“水运仪象台”的设计制造,使得传统浑仪系统更加完备化,这一时期的恒星观测水平和方法得到明显提高。以北宋韩显府的至道浑仪为例,他在当时的司天台任司天冬官正,大约公元980年左右,主要研究“浑天之学”,经过长期试验、研究,终于在淳化年间(990—994年)完成了浑仪的设计,得到批准后于至道元年(995年)制成浑仪,并写了一份仪器使用说明书《法要》十卷,其序和主要内容保存下来,被载于《宋史》、《玉海》和《职官分纪》中,而全书已佚。根据韩显府的原文,笔者研究了浑仪结构和性能,以及它的一些创造性工作,例如,韩显府不仅使用水泉以定平准,而且在地平圈上设置了“地盘平准轮”调节仪器各部分的水平,这个发现纠正了学术界以前认为的在地平环上开水平沟始于皇祐浑仪的

① 邓可卉、李迪,关于轮漏的解释,《中国科技史料》,1997(3)。

② 李迪、邓可卉,关于中国古代计时器分类系统的探讨,《内蒙古师范大学学报》(自然科学版),1997(4)。

③ DENG Kehui, Han Xianfu and His ZhiDao Armillary Sphere, The Proceeding of International Congress the 3<sup>rd</sup> History of Oriental Astronomy, 2000, 日本福冈。

说法<sup>①</sup>，韩显府明确地把定天极高度作为一个理论和技术性很强的事情，直到元代郭守敬在简仪上设置了定极环；韩显府通过“上规”、“中规”和“下规”区分了“四时常见”星和“四时常隐”星，大胆取消了白道，简化了浑仪；设计了二直矩用以夹“窥管”，保证仪器运转的稳定性等等<sup>②</sup>。韩显府的原文引述如下<sup>③</sup>：

一曰双规。皆径六尺一寸三分，围一丈八尺三寸九分，广四寸五分，上刻周天三百六十五度。南北并立，置水臬以为准，得出地三十五度，乃北极出地之度也。以觚贯之，四面皆七十二度。属紫微宫，星凡七十二座。一百七十有五星，四时常见，谓之上规。中一百一十度，四面二百二十度，属黄赤道内外官，星二百四十六座，一千二百八十七星，近日而隐，远日见，谓之中规。置臬之下，绕南极七十二度，除老人星外，四时常隐，谓之下规。

二曰游规。径五尺二寸，围一丈五尺六寸，广一寸二分，厚四分，上亦刻周天，以觚贯于双规巅轴之上，令得左右运转。凡置管测验之法，众星远近，随天周遍。

三曰直矩二。各长四尺八寸，阔一寸二分，厚四分，于两极之间用夹窥管，中置关轴，令其游规运转。

四曰窥管一。长四尺八寸，广一寸二分，关轴在直矩中。

五曰平准轮。在水臬之上，径六尺一寸三分，围一丈八尺三寸九分，上刻八卦、十干、十二辰、二十四气、七十二候于其中，定四维日辰，正昼夜百刻。

六曰黄道。南北各去赤道二十四度，东西交于卯酉，以为日行盈缩，月行九道之限，凡冬至日行南极，去北极一百一十五度，故景长而寒；夏至日在赤道北二十四度，去北极六十七度，故景短而暑。月有九道之行，岁匝十二辰，正交出入黄道，远不过六度。五星顺、留、伏、逆行度之常数也。

七曰赤道。与黄道等，带天之絃以隔黄道，去两极各九十一度强。黄道之交也，按经东交角宿五度少，西交奎宿一十四度强。日出于赤道外，远不过二十四度，冬至之日行斗宿，日入于道内。亦不过二十四度，夏至之日行井宿，及昼夜分，炎凉等。日月五星阴阳进退盈缩之常数也。

八曰龙柱四。各高五尺五寸，立于平准轮下。

九曰水臬。十字为之，其水平满，北辰正。以置四隅。各长七尺一寸，

① 中国天文学史整理研究小组，《中国天文学史》，北京：科学出版社，1981：190。

② 邓可奔，韩显府及其天文仪器研究，《内蒙古师范大学学报》（自然科学版），2002，31（2）：179—186。

③ [元]脱脱等，《宋史·卷四十八·天文志一》，北京：中华书局，1977：952—954。

高三寸半。深一寸。四隅水平,则天地准。

韩显符对铜浑仪所给出的各环的直径和圆周尺寸,符合 $\pi=3$ 的规律,另外,对每个环、矩的阔、厚都有相应的尺寸,在子午环、游规等上均刻365刻分。我国古代一直采用圆周为 $365\frac{1}{4}$ 度。可见这里他忽略了分数部分。引文中各种角度的计算偏于粗疏,大概是浑仪之制考虑了各环槽的宽、厚,而作者未将其误差除去,也可能是古代1度的概念比今小的缘故,但仍瑕不掩瑜。除了一些必要的尺寸外,“浑仪九事”对浑仪使用原理、可行性都有叙述,这在历代有关浑仪记录中是独特的。

可惜宋制仪器到元朝时已经无法保持原来的设计功能,为了编修《授时历》,元代郭守敬会同许衡等人从至元十三年(1276年)起在大都设计制造了一系列19件天文仪器,在传统圭表的大型化、精确化方面以及浑仪的各圈环分别安装、减少相互遮挡和提高观测的针对性方面进行了大力改革,取得了许多划时代的精确观测数据。这些仪器虽然借鉴了当时传来的阿拉伯天文学的内容,但是仍然保留了中国传统天文仪器系统的主要特点。

中国古代官方利用制造的天文仪器进行了系统测量,主要体现在,集中司天监人员,组成强大的天文队伍,主要进行天文观测和历法编算工作;历代把天文仪器的改革和制造作为重要的事情,天文仪器和测量水平都在前代基础上有所创造,测量精度有了进一步的提高;天文观测的范围扩大到全国,例如唐代一行等人和元代郭守敬组织的都是全国大规模的测量,由此明确了许多天文理论,做出了不少新的发现。历代利用新制仪器对于天文基本常数系统的测算,是历法中的一项重要内容。

古希腊天文学中只发展了几件非常必要的天文仪器,没有像中国古代一样形成庞大的仪器系统,在《至大论》中涉及的只有为数不多的几件,有古六环仪(Ptolemaic astrolabon)、古三直游仪(Ptolemaic organon parallaktikon,托勒玫原命名为dioptra——即测量高度和角度的光学仪器)、子午环仪(simple apparatus)、准线方法(method of alignments)等等。托勒玫利用astrolabon测量天体的黄道坐标,黄道经度和纬度可以直接在仪器上读出,它可以直译为“星盘”,但是和星盘没有关系,《测量全义》已指出它就是浑仪<sup>①</sup>;托勒玫的dioptra由四个立体杆构成,主要用于观测月球的视差和天顶距;后两件仪器构造简单,准确地说测量方法,没有传入中国,但是托勒玫利用它们分别测量了黄赤交角和岁差

<sup>①</sup> 罗雅谷、徐光启译撰,《测量全义》卷十,见《新法算书》,文渊阁四库全书,第789册,台湾:商务印书馆,1983。

值,根据历史记载,这两件仪器在托勒玫之前甚至更早就有人使用,不是托勒玫发明的。到了第谷时期,他制造了许多大型观测仪器,其天文学体系以及一系列天文仪器后随传教士传入中国,对于明清时期的天文学改革产生了重要影响。下文将详细阐述。

## 第六节 历法的代数特点

中国古代历法的制订具有悠久的历史,古代历法的内容除了对年、月、日进行历日安排以实现历书功能之外,还包括大量的对日、月、五星运动的研究,具体而言,有朔、晦、弦、望、节气、卦候、闰月的计算,每日昼夜漏刻长度、昏中星和旦中星的推算,日月交食的预报,日月五星位置的推步等等,这几乎涉及现代天文学中的太阳系力学的主要内容。正如学术界已经阐明的,中国古代的历法“不单纯是计算朔望、二十四节气和安置闰月等编排日历的工作,还包括日月食和行星位置的计算等一系列方位天文学的课题,类似编算现在的天文年历”。<sup>①</sup>

古代历法的推步和计算主要采用了以内插法为主的代数数值计算方法,例如仅《授时历》中就包括以下代数学方法,如招差术、弧矢割圆术,高次方程的数值解法、会圆术、三次内插法等等,中国古代历法通过一套算理揭示太阳系天体的视运行情况,所以现在学者常称之为数理天文学。古代历法推步术从唐代开始明确地分为七个部分,步气朔、步发敛、步日躔、步月离、步晷漏、步交会和步五星等,代表了传统历算的内容,构成历算的基本框架。

中国古代和古希腊的数理天文学研究的内容和对象都以太阳系宇宙结构及其中的天体理论为主,而且都是通过数学形式和方法描述天文学,强调数学在天文学中的作用,都不同于现代力学或物理学方法下的天文学,但是中西古代天文学的传统和方法却不尽相同,甚至差别巨大,比较和澄清有关方法、理论和特点的差异,有助于进一步认识中国古代天文学。中西古代数理天文学面临的共同话题、不同的产生背景和理论方法预示了中西传统天文学比较研究的极大空间,具有重要的科学史意义。

中国古代历法特点鲜明,从形式上,历代不但有重视制订历法的传统,而且大多数历法都被记入二十四史志中,因此二十四史志成为后世历法研究的主要

<sup>①</sup> 中国大百科全书出版社编辑部编,《中国大百科全书·天文学》,北京、上海:中国大百科全书出版社,1980:563。



文献。从内容来看,历代历法拥有众多的计算数表,它们分别以文字形式和表格形式给出,各种缺乏必要联系的大量的名词术语,一系列缺少明确的推算或构建依据的天文数据,历算家建立一系列“历表公式化”的数理基础是什么,具体公式是如何构造的等等,都成为当代天文学史家研究的内容。从清代开始,天文历算家已经在注释、考证和解读古代历法方面做了许多工作,留下一些宝贵历史资料。但是,由于历代官修史志中对于天文数据和天文表格的测算依据,相应的数学方法的创用,以及有关推步方法的建立依据的记载少而又少,为历法研究带来困难,通过戴内清、李俨、钱宝琮、严敦杰、刘金沂、陈美东、张培瑜、薄树人、陈久金、曲安京、纪志刚、王荣彬等等中外天文学史家孜孜不倦的努力,已经使得古代历法研究进入一个新局面<sup>①</sup>,研究成果得到了中外科学史界的极大关注和重视。

古代历法是在非力学体系下建立起来的经验公式,它是在拟合了以往实时观测资料的基础上归纳得到的预报函数,故在一定时期内具有一定的准确性,但由于古代数学手段和计算方法的限制,加之数学模型本身的问题和其他的如观测精度等等问题,长期使用,必然会导致历法失验,另外,古代历法观测、名词术语、数学模型的建立缺乏继承性,所以除去政治原因外,这构成历代进行改历的主要理论因素。

关于中国传统历法的构造机理,下面以五星理论为例进行说明。从汉代以后陆续建立起了以纯粹的文字描述到以动态表的形式对于日月五星进行数值分段描述,各段日数、每日行度、每段内行度组成各列内容,每横行是各段段名。各代历法之间的段法有一定的继承性,但纵向栏的名称和含义既有所变化,又有继承。大衍历五星动态表纵向栏有以下五栏:变行日中率——横向各段所经历的日数;变行度中率——横向各段内视运动的实际行度;差行损益率——横向各段内每日实行度的递增或递减值;变行度常率——横向各段内五星相对于五星近日点的平均速度;变行乘数、变行除数——计算横向各段内由五星平合时日求定合时日改正数时,需要乘除的系数。五星动态表各栏内容从一行大衍历以后趋于稳定。

古人治历,以夜半为一日的开始,朔旦为一月的开始,冬至为一年的开始,这样,一日、一月和一年的长度分别取相邻两个夜半、朔旦和冬至之间的间隔就确定下来。中国古代历法重视历元和上元积年的推算,这是传统历法的一个重要

---

<sup>①</sup> Qu Anjing. The Third Approach to the History of Mathematics in China. In: Proceedings of the International Congress of Mathematicians 2002, vol. 3. Beijing: Higher Education Press, 2002:947—958. 有关的详细内容可参见其中的主要引文。

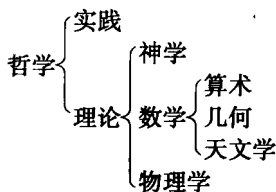
特点。正如《后汉书·律历中》所言：“建历之本，必先立元，元正然后定日法，法定然后度周天以定分至，三者有程，则历可成也。”所谓上元是一种理想的历元，它要求在某个甲子年天正十一月的甲子日夜半，而且此时正好是合朔冬至时刻，月亮经过升降交点与远近地点。上元还要求日月合璧、五星连珠，这就需要考虑七政的周期。从汉代的《三统历》(公元前 104 年)就已经开始了对理想上元的推求，各历家都列上元以来的积年为历法的第一条。从理论上说，由于日月五星各有运动周期，并且这些周期都有各自的假设的起点，这些起点的时刻距离某年十一月朔前面的甲子日夜半，各有一个时间差数，以各个周期和相应的差数推算上元积年，是一个关于整数论中的一次同余式问题。中算家使用大衍术和演纪术等两种算法求解一次同余式组，来计算上元积年。

这一方法虽然在理论上是成立的，但是实际上求解一个同余式组的解的操作非常困难，尤其在古代没有任何计算条件和设备的情况下。古代对于上元积年的推算，不知花费了历代多少历算家的心血和精力。但是上元积年的推算客观上带动了天文学的进步和发展，例如：由于推算冬至朔旦同在同一天，所以历算家历来重视观测日影变化和昏旦中星，而对于黄道中星的描述需要确定基本的周天十二次和二十八宿的基本系统；由于确定日月合璧的时间，所以重视对于日月食的发生规律的认识和预报精度的提高；由于选择五星连珠的特殊天象，所以很早就认识了关于五星的顺、逆、伏、见的周期，以及五星凌犯的规律性等等。这些内容既能反映古人天文观测的成果，又是古代数理天文学的重要内容。

## 第三章 《至大论》的方法

### 第一节 地心宇宙观的信仰与怀疑

托勒玫继承了前人的哲学思想,在《至大论》第一卷中对于世界的一些普遍问题进行了思考,对于一般哲学进行了分类,体现了古希腊学科分类的一些特点,他对各种知识的分类如以下图式



托勒玫认为天文学属于数学的一部分,由此他提出了托勒玫天文学的研究方法和主要目的,是揭示天体运行的数学规律,这一点是古代天文学的共同特点。无论在古代中国还是古希腊,天文学主要是一种通过数学手段认识宇宙,从而运用数学思想和语言表达天体运动的一门科学。

对于宇宙的物理真实性的探索,始于开普勒。在哥白尼《天体运行论》出版后,欧洲学术界曾经为其中一个版本中的“就本书中的假设致读者”中的声明发生过激烈的争论,争论的焦点是哥白尼日心说到底是一个假设,还是物理真实。显然,哥白尼及其前人包括托勒玫天文学努力的一个目标就是只要计算与观测相符合就足够了。最终使这件事尘埃落定的人是开普勒。他不仅在他的《新天文学》(*Astronomia Nova*)题词中公开宣布,哥白尼并非把自己的宇宙模型当成是一种数学上便利的假设,而是当成一种物理上的实在;开普勒维护了哥白尼天文学说的历史地位,而且在这方面他走得更远。他不仅用他的物理洞察力很好地解释了太阳具有基本物理诱因的向心性,但并非真正的中心,而且进一步提出了椭圆定律。金格里奇说,“开普勒是哥白尼体系的真正锻造者”,开普勒行星三大运动定律的提出说明了在“假设”和物理真实之间的一致性,需要通过观测确定。他把历史向前推进了一步。中国在明清时期也开始了对于宇宙的物理动因

的进一步探索,以传统学说作为立足点提出太阳系天体运动原因的有明代的邢云路,在西学传入以后讨论太阳系天体运动动力原因的主要学者有王锡阐、杨文言、梅文鼎、江永等。<sup>①</sup>

托勒玫在他的《至大论》中详细地阐述了以下四个观点,1. 天空是球形的,并整体作为一个球运动;2. 地球从整体考虑也是球形的;3. 地球处于天空的中央;4. 在大小和距离方面和固定恒星球存在一定的比例,地球相对天空的比率是,地球是无穷小。在托勒玫之前的学者就从观测现象中得出了这些结论,托勒玫的宇宙论基本源于亚里士多德,但是他们对于这个观点的论证的方法却不尽相同。从托勒玫的原文能够更加深刻地了解古希腊人的思想,他对于以上事实的陈述,以及他的工作的重要性是在观测现象与提出的观点之间建立了联系。

托勒玫对于观测现象反复利用归纳和反证等逻辑推理的方法进行论证,例如,如果地球不在宇宙的中心,人们所观测到的昼长的增加和减少的规律将会非常混乱;另外,因为月亮没有直接对准太阳,还不够半圆的间隙,地球就进入日、月之间,所以月食将不仅仅在月亮正对太阳的时候发生,这与观测到的事实矛盾。

对于托勒玫来说,与天球相比,地球只能被看作是一个点。这是在地球不同地方所见星群,以及星辰之间的距离相同等等现象归纳后得到的结论,但是这个思想却充满了假设的味道,更具有一般的数学意义。

对于第4点,托勒玫认为,不管在地球上任何地方立一个圭表,把它作为地球的中心,就像浑仪(星盘)的中心一样,到天体的视线和由它们观测的影长,与通过地球中心的观测,在数学上的解释一致。除了球形天空的概念,其他任何假设都不能很好地解释日晷结构如何产生许多正确的结果。

另外,他相信,天空的球形概念保证天空的运动是最畅通无阻和最自由的。圆是所有平面图形中表面积最大,球是所有立体图形中体积最大的<sup>②</sup>,同样,球形天空比所有其他物体都大。从物理角度考虑,空间的“以太”能最好并且最接近地描述天体之间彼此相符的成分——只有各种球体的表面能保持彼此相似。所以,能合理地推测由于围绕在天体周围的以太,以与它相似的部分保持匀速圆周运动,所以也具有相同的性质,是球形的。利用这个观点托勒玫进一步解释了地球为什么保持不动的原因。他认为大气在地球附近自然地上下运动,但是他又承认物质具有绕中心自然旋转的特点,另外,他还利用了大气向宇宙中心施加

① 薄树人,中国古代关于控制行星运动的力的思想,引自《薄树人文集》,合肥:中国科学技术大学出版社,2003:55—62。

② 这里是在指在界面大小相同的几何体中,球体积最大,这实际涉及了球的等周问题。

压力的思想,这使得他的分析很复杂,证明也显得有点含糊不清。

地球在宇宙中心且保持不动是第一个被一个天文学的论据很简单就证明了的。如果地球是离开中心运动的,它必将进入其他另外的不可能位置的命题已经被驳倒了。如果托勒玫意识到论据值得怀疑,他就不会这么告诉读者了。事实上,证明了地球相对于天空是一个点后,托勒玫不得不承认地球的移置等同于它的直径长度将不影响观测到的现象,也许他坚持认为,这会影响地球、月球和太阳的相对位置,并且基于食现象的原因是不可能的。托勒玫促进了一系列基于物理考虑的过程,亚里士多德像托勒玫一样已经给出那些天文证明的比较。这些物理证据包括,亚里士多德的重力理论。当看到所有的重物都趋向于地球的时候,再去探究趋向中心的原因,在托勒玫看来似乎是多余的了。理解此事的唯一捷径是,一旦证明地球是作为宇宙中心的不动的球体,那么重物运动的趋势是随时随地都垂直于落体与地球表面接触点的切面。由于经过地球中心的直线总垂直于这个切面,所以很明显,如果重物不是受到地面的阻挡,它一定会到达地球的中心。

反之,那些认为地球这个重物既不摇晃又不运动是一件怪事的人是受自身的经验所缚误入歧途了。他们没有从整体出发去考虑问题。托勒玫相信,如果他们想一想地球相对于天空是一个点,他们就会认为地球相对极小,由于受到宇宙这个极大的均匀作用而被固定在空间是可能的。对于地球而言,宇宙无上下之分;但是它并不像其他地面的小物体会被甩出它的位置,从天穹中坠落出去。

从理论的严密性考虑,托勒玫进一步考虑了对于大多数人来说,下面的假定是成立的:天空是静止的,地球每天从西向东绕着轴旋转一周;或者地球和天空都在绕着同一轴旋转,只不过前者被后者一次次地超过。对于这个既定的假定托勒玫驳斥道,如果从围绕我们大气所发生的事情来看,那些轻微的物体或根本不动或与那些沉重的物体毫无区别是不可能的,为了接受这些概念,他们不得不承认地球比它周围所有物体都转动得快,而在空中也不会看到云彩或其他东西在飞翔或被掷向天空。但是,我们看到的所有这些物体都在运动,而运动的快慢丝毫不受地球运动的影响<sup>①</sup>。

但是培德森认为托勒玫关于地球不动这个问题的证明或多或少是存在一些问题的<sup>②</sup>。这成为后来对于地心说攻击的一个突破口,理论本身的漏洞和不完

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984. 卷 1, 7 章。

② O. Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense university press, 1974:37—46。

善,也多少道出了托勒玫之流对于地心说的信仰和怀疑并存的事实。

## 第二节 《至大论》之源

历史学家通常把兴起于埃及、美索不达米亚、中国和印度等地域的古代文明称为“河谷文明”。它们分别是在尼罗河、底格里斯河与幼发拉底河、黄河与长江、印度河和恒河等河谷地带首先发展起来。从史料考证的结果看,古埃及和美索不达米亚的数学天文学起源更早,历史更加悠久,但是在公元前均告衰微。古希腊的数学天文学极大地继承了这两大文明。

《至大论》在对于早期天文观测资料和数据の利用方面,与古代巴比伦天文学有着深刻的联系。它们的直接接触是从公元前 331 年,巴比伦城被亚历山大大帝的军队征服以后开始的,从此,思辨的希腊几何天文学,与巴比伦注重国家事务的、以观测为基础的算术天文学发生接触<sup>①</sup>。早期的巴比伦观天者通常被认为是星占学家,虽然他们的天文学活动的目的是增进他们预言的效率,但是由于他们长期地记录了各种天象,所以他们在天文学史上的贡献是难以估量的。通过对这些频繁出现的现象的观测记录的整理,可以发现太阳、月球和各行星运行的周期和规律,于是得到了宇宙秩序中的规则。

保存下来的、能够为天文学史家所利用的古代巴比伦和希腊的文字资料,非常有限。迄今为止,通过各种不同途径被发现的大量巴比伦泥版,大部分比人的手掌还要小。在总共大约 50 万块<sup>②</sup>泥版中,和天文学有关的泥版的数目还不确切,但是它们的完成年代大约是在公元前的七个世纪中,其中大部分写于从公元前 323 年亚历山大大帝去世以后开始的“希腊化时代”,到公元前 120 年左右,这是古希腊最伟大的天文学家喜帕恰斯(Hipparchus,约前 190—约前 125 年)死后的若干年。这些巴比伦泥版中有几乎是唯一保存下来的所有古代巴比伦和希腊的科学史料<sup>③</sup>,它们包含有历史的表格和数据,这是早期天文学定量地理解 and 解决宇宙问题的尝试,由此在巴比伦形成了一个成熟的、具有预言天象能力的天

① 江晓原、关增建、钮卫星译,〔英〕米歇尔·霍斯金主编,《剑桥插图天文学史》,山东画报出版社,2003,18—40。

② 李文林,《数学珍宝》,北京,科学出版社。书中认为其中大约有 300 多块是数学文献,而且它们的时间跨度分属两个相隔遥远的时期,这揭示了一个远较埃及人先进的美索不达米亚早期数学文化。

③ 江晓原、关增健、钮卫星译,〔英〕米歇尔·霍斯金主编,《剑桥插图天文学史》,山东画报出版社,2003。

文学。而这样的科学在希腊化时代得到进一步发展,从此,希腊和巴比伦这两条路径交会到了一起。

这些泥版书上记录有各种表格和数据,对于数学史的意义超过对于天文学史的,但巴比伦的六十进位制计数系统和符号,确实在天文学史上具有重要的意义。

巴比伦的历法是太阳和太阴混合历,为了在整数个年中安排整数个月份,大约在公元前 8 世纪,由巴比伦的抄写员们在系统观测和记录天象的活动中发展形成了 19 年 7 闰的周期——后来称为“默冬章”(Meton's cycle),巴比伦天文学定量解决宇宙问题的主要方法是数值方法,一种叫做“Zig-Zag 曲线”(就是折线曲线)的方法可以很好地解释太阳周年视运动的不均匀性,对于月球和五大行星运动的描述,主要是通过编制比较复杂的数表而完成的。这些都反映在泥版书中。巴比伦人很早发明了由固定的月食间隔计算月球平均运动速度的方法,由此他们发现了“沙罗周期”——18 年 11.5 天;托勒玫的《至大论》中的朔望月周期不是来源于喜帕恰斯,而是直接利用了巴比伦天文学家的求证过程和数据<sup>①</sup>。除此以外,学术界没有更多的关于他们心目中的宇宙结构模型的根据,另外关于这些数据背后潜藏的知识,需要希腊天文学家和历史学家们通过研究泥版上的数表中反映出来的时间与角距之间的算术关系来揭示<sup>②</sup>。

古埃及对于希腊天文学的贡献,除了它们的单位分数以外,埃及的历法构成古代世界文明中的一部分。古代埃及几何测量中使用的单位“cubit”(腕尺),是托勒玫天文学测量中的一个重要单位。古代埃及的历法是由迦勒底时期的天文学家编制的,对外部世界产生了有益影响。这是一种包含了 12 个月,每月 30 天,再在年末增加 5 天的纯粹源于实用的行政历法,没有更多的天文学内容。在《至大论》和之前的伊巴谷对于“太阳年”的精确测量和计算中,经常使用这个量值,并称之为“埃及年”;托勒玫还频繁地使用了 12 个译成希腊文的埃及“月名”。“埃及历法成为一个可参考的标准的天文学体系,在中世纪后仍保留活力,哥白尼就在他的月球和行星表中使用。”<sup>③</sup>

古埃及的第二个天文学贡献是把一天分为 24 小时的方法,这个小时的长度不固定,依赖季节而定,故又称为“季节小时”。在迦勒底天文学理论中常常用有固定长度单位的“分点小时”来代替,这弥补了“季节小时”的不足。这时的天文计量采用 60 进位制,在涉及分数时分点小时被分为 60 等分。我们今天把一天

① O. Pedersen. A Survey of the Almagest. Odense: Odense University Press. 1974:162—164.

② O. Neugebauer. The Exact Sciences in Antiquity. New York: Dover Publications, Inc. 1969: 97—144.

③ 同上,第 81 页。

分为 24 小时,每小时 60 分的分法是迦勒底时期埃及人的实际生活和巴比伦的计数法相结合的一个变型。

埃及天文学的另外一个重要的影响是“decans”(旬星),这是亚历山大的后继统治者们开始使用的名词。它们在黄道上,每一宫代表  $10^\circ$ ,它的产生和星占学有关,也和天狼星的升起以及每年 12 个月,每月 30 天的民用年有关。《至大论》中许多数表的基础分度采用了黄道十二宫,每宫  $30^\circ$  下又分为 3 个  $10^\circ$ 。以上内容对《至大论》的影响可以通过阅读原文看出来。

希腊传统的科学反映了希腊天文学形成的特点。第一个宇宙学家来自繁荣的希腊殖民地爱奥尼亚,他就是米利都的泰勒斯(Thales of Miletus,约前 624—约前 547 年),他主张自然界有一个基质。米利都的阿那克西曼德(Anaximander,约前 610—前 547 年)有一个关于世界如何不断地从无穷向存在变化的解释。他的理论之后有一个重要的变化:先前的神话被代之以一个自然,在这个自然中有一个非个人的法则在起作用。在南意大利的希腊殖民地中,一个宗教教派的成员们也主张自然结构的背后有统一性,毕达哥拉斯(Pythagoras,约前 580—约前 500 年)为该教派的创立者,他提出了“万物皆数”和“和谐宇宙”(cosmos)的重要观点,后者成为文艺复兴时期天文学发展的强大驱动力。毕达哥拉斯学派的哲学家认识到地球是球形的。毕达哥拉斯认为不能狭义地去拟合观测,也就是认为符合理性比符合经验更重要,由此,思辨方法产生了,这种对理性的追求被称为“希腊人的奇迹”。雅典三大哲学家之一的柏拉图(Plato,约前 427—前 347 年)是用这种方法建立天文学的一个重要代表,他除了赞成“和谐宇宙”的观点外,还将注意力集中在基于数学推理的确定性上,因此一个可以接受的清晰答案是:所有天体都在作匀速圆周运动。此后,人们相信理论的价值标准是普遍性,普遍的理论比个别的现象更加可信,如果有少数现象违背了这一点,应该“拯救现象”。

希腊人不仅同意大地是球形的,地球没有运动,而且提出球形的大地在宇宙中心,宇宙被限制在一个巨大的球壳之内。在这方面,欧多克索斯与他的同时代人卡利普斯提出并论证了同心球模型,但是随之而来产生了一系列问题,不能解释更多观测到的现象。

希腊人仍然相信和谐宇宙的秘密就是匀速圆周运动,所以他们需要引入更好的模型,并且参考巴比伦的观测或者由此计算得到的参数去发展他们的宇宙理论。阿波罗尼奥斯提出本轮均轮模型,本轮均轮的叠加运动正好可以解释行星的轨道不是简单的圆的现象。喜帕恰斯提出了偏心圆模型,很好地解释了太阳运动的不均匀性;关于月亮运动模型的一些参数,由喜帕恰斯根据在巴比伦天



文表中发现的交食记录计算出来。在模型方面,托勒玫新提出了“偏心等速点”(equant)概念,假定地球在离开一个给定圆周的圆心有一定距离的点上,那么“偏心等速点”位于地球的镜面对称位置,他考虑的是,圆周上的点不是以匀速运动,而是以变速运动,速度变化的规律是,让一个在“偏心等速点”上的观测者看来是匀速的。

欧几里得的著作《几何原本》整合了他的先辈们的数学工作,以至于他之后的数学史家必须分解《几何原本》,将每个部分分别重新放回到原来的上下文中,得以重建欧几里得时代的数学史。从这个意义上来说,《至大论》的重要性也非常突出了,体现在:托勒玫的最重要前辈伊巴谷的工作在《至大论》中得以保存下来;对于中世纪的阿拉伯和拉丁文明,《至大论》是令人敬畏的遗产。托勒玫的《至大论》在整个历史过程中最完整地继承和陈述了古代天文学的观测和理论,并且进一步提出新的理论模型,是对由古希腊建立的科学方法进行系统阐述、论证和发展的最重要的天文学。《至大论》是逻辑严密的高水平的天文学经典著作,它代表了其后十几个世纪的天文学的发展水平,对于后世许多不同民族的天文学的发展产生了重要影响;托勒玫天文学的由观测——模型——观测——修正模型参数的特点,被近代天文学和其他科学继承;《至大论》以逻辑安排极为严密的形式为后世天文学文献提出一个很高的标准。

### 第三节 《至大论》的独立形态

#### 1. 《至大论》中球面天文学的名词术语

现代天文学名词有不少就是直接源于《至大论》的。针对上述问题,我们对《至大论》有关名词术语进行解释和说明。

##### 1.1 直球面(sphaera recta)和倾斜球面(sphaera obliqua)

在《至大论》中经常提到这两个术语,可以分别把它们翻译为“直球面”和“倾斜球面”,这是在球面天文学建立之初,托勒玫把一系列复杂问题有效地进行分解后再逐一进行探究的一种方法,在明代末期随传教士传入中国的天文学中,分别称为“正球”和“欹球”<sup>①</sup>,也是对于在托勒玫天文学基础上发展了的古典球面天文学的引介,这种直观的形式很容易被接受。在《崇祯历书》的基础性文献《测天约说》和《测量全义》中,分层次分别详细介绍了关于“正球”和“欹球”的相关概

<sup>①</sup> 邓玉函,《测天约说》。

念、命题、解法和证明。“直球面”和“倾斜球面”是与观测者所在地理纬度及其所见天象有关的两个概念,当观测者在赤道上时(地理纬度为 $0^\circ$ ),他看到的天赤道垂直于地平圈,这种现象就是“直球面”;当观测者在赤道以外的其他地方时(地理纬度不等于 $0^\circ$ ),他看到的天赤道倾斜于地平圈,这种现象就是“倾斜球面”。由于古希腊人最初经常考虑在“直球面”中天体的“上升时间”(rising-time)或者“升起时间度”(time-degrees),因此在《至大论》中有 rising-time at sphaera recta 和 rising-time at sphaera obliqua 两种情形。现代天文学中的“赤经”概念表述为 right ascension,就是由此演变而来。

### 1.2 赤道(equator)

字面意思是 circle of equal day 或者 equinoctial(“赤道的”或者“春秋分的”),托勒玫在《至大论》中解释说:“因为它总是一些平行圈中被地平圈平分的那一个,并且因为当太阳运动到它上面时,不管任何地方都产生了昼夜平分点(春秋分点),所以有这个术语。”<sup>①</sup>

### 1.3 子午圈(meridian)

字面意思是 middle circle。托勒玫解释说:“因为它总是与地平圈直交。在这个位置的圈把天球分成两半,地面上和地面下的部分相等,定义了每天昼和夜的中点。”<sup>②</sup>由于子午圈的使用,“规定”了一件最精确的测量“仪器”,就是“中天”。

### 1.4 至圈(colure)

过赤极和黄极做的大圆叫做至圈,它和另外一个过春秋分点和黄极的分点圈把黄道和赤道分成四个象限,每一个象限和一个季节对应。在欧多克斯时期就对此进行了规定。

### 1.5 高度圈(altitude circle)

是通过天顶垂直于地平圈的大圆,在《至大论》中关于它没有特殊的术语,只是说:“通过天顶作一个大圆。”

### 1.6 黄道(ecliptic)

托勒玫在《至大论》中从未严格给出定义,只是说“和食有关的圈”,或者是“穿过十二宫的圈”,有时又称为“倾斜圈”,但后者容易和月球轨道混淆。

### 1.7 黄纬(latitude)和黄经(longitude)

在《至大论》中 latitude 和 longitude 不是地理纬度和经度,而是指黄纬和黄经。如果不特别说明,《至大论》中所说的纬度和经度都是指黄纬和黄经。

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:46.

② 同上,第47页。

### 1.8 非匀速运动(anomaly)

关于这个名词,托勒玫的界定和使用也不很严格,但是在书中的使用频率相当高。按照他的本意,应该指“非匀速运动”,但是有时又针对月球或行星在各自本轮上的运动,因为天体在本轮上表现为非匀速运动,这和辐角差或者 equation of anomaly 对应。现代天文学中由于非匀速运动和天体的近(远)日点有关,这个词特别指“近点角”。

### 1.9 辐角差(equation)和中心差(centrum)

这是两个中世纪的术语。辐角差(equation)相当于 equation of anomaly,本书涉及时用符号  $a_m$  或者  $a$  表示,主要是指本轮上运动的天体位置的改变;centrum在图默译本里偶尔出现在脚注中,表示在均轮上运动的本轮中心到远地点的角距离,本书用  $c$  或者  $c_m$  表示。这两个词在《至大论》中的意思比较含混,但是都涉及了上面的含义。

### 1.10 远地点(apogee)和近地点(perigee)

在《至大论》中由于地心体系,这两个名词分别是指远地点和近地点。而在现代天文学中,它们也分别被用来表示远日点和近日点。这是来源于古希腊的两个概念。

### 1.11 黄道十二宫(zodiacal signs)

在《至大论》中处理各种天体的位置时,需要解决球面三角计算问题,与现代球面天文学的计算方法不同,托勒玫各种球面三角计算的唯一三角函数就是他的“弦表”——一个“准正弦”函数表,“弦表”和梅内劳斯定理在托勒玫的球面天文计算中被发挥得淋漓尽致,这也是托勒玫天文学的特点之一。各种天体的黄道坐标以及各种数表经常使用黄道十二宫的“某宫某度”进行描述。

### 1.12 天顶

在《至大论》卷1的球面天文学内容里,由于计算各种天文坐标量经常使用这个术语,这和现在的概念含义差不多。

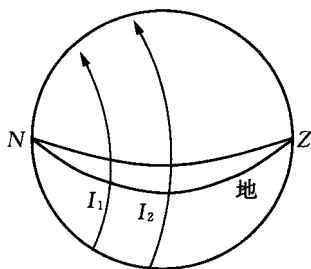


图 3.1 相同赤经的两星同时上中天

## 2. 球面天文的实际应用

### 2.1 赤经的概念

托勒玫或者其他早期天文学家认为,天体的基本坐标系是和黄道关联的,在他们看来,赤经不是一个坐标概念,而是作为对上升、下落、中天时间理论有用的一个“特征函数”。例如图 3.1 中,分别有两个星  $I_1$ 、 $I_2$ ,它们的  $\alpha_1 < \alpha_2$ ,在  $t_1$  和  $t_2$  时分别上中天,如果  $\alpha$  以度为单位,  $t$  以小时为单位,则有

$$\alpha_2 - \alpha_1 = (t_2 - t_1) \cdot 15^\circ$$

因此,有相同赤经的两星同时上中天;如果它们的赤经不同, $\alpha_2 - \alpha_1$ 就是它们上中天时间先后的差别。现代天文学中的赤经常常以时间单位表示,来源于古希腊的传统;在托勒玫时期,它们被以“时间度”(degrees of time)给出,并且规定 1 时间度 $=\frac{1}{360} \times 360^\circ$ 。

中天时间在古代和现代天文学中都很重要。实际上,中国古代很早就有了观测昏旦中星的传统,并且这个传统一直持续到很晚;古希腊天文学家也用粗略的仪器沿着子午圈测量星宿,但是西方早期天文学中更注重给出地平圈上的测量,如决定一个星在地平圈上的升起、落下的位置和时间。由于上中天的时间差等于赤经差,按照现代天文学,后者和升起时间几乎没有联系;但是托勒玫巧妙地在二者之间建立了联系。

赤经相同的两星将同时上中天,但是升起时间不同——除非观测者在赤道。因此,托勒玫首先考虑“直球面”的情形。只有赤道上的观测者既可以决定赤经相同时的星的升起情况,又可以决定赤经不同时的上升时间差。

托勒玫更加关注“倾斜球面”时的情形,这是《至大论》卷 2 的内容,这部分内容由他居住的北半球开始考虑。这些内容纯粹建立在天文学推理之上,而不是观测之上。由于从未听说表影会在中午投向南方,他只考虑了北半球的情况。

## 2.2 关于太阳的一些天文量的测量和计算

在《至大论》卷 2 介绍基本情况之后,托勒玫开始讨论在不同时间和不同地点看到的有关太阳运动的一系列问题,阐述关于这些问题的展开程序,用他的话说:“(太阳运动)在每一个北赤道平行圈和它们下面的地面上不同的地域之间(建立联系),是最重要的现象。”<sup>①</sup>这样,他的整个讨论的范围是假定观测者的位置在赤道以北的斜球面上。他首先认识到下面的关系:

① 赤道的极到地平圈的距离,或者换言之,从赤道到天顶的距离,可以沿子午圈测量;(笔者注:就是指某个地方的地理纬度在量上等于极的高)。

② 在哪些地方、什么时间太阳会到达那些地方的天顶?

关于这个问题,托勒玫只用较少的篇幅在卷 2.4 中归纳了其方法,而没有进行实际的计算。他认为:“很显然对那些与赤道距离大于  $23;51,20^\circ$  的平行圈下面的观测者来说,太阳从未达到天顶;对那些与赤道距离正好等于  $23;51,20^\circ$  的平行圈下面的观测者来说,太阳在一年中只有一次达到天顶。”“什么时候发生,

<sup>①</sup> G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:75—76.

在前面的‘黄道倾斜表’中提供。”关于这个问题,托勒玫考虑到“因为我们采用的到赤道平行圈的距离,就是正在讨论的平行圈的度数(笔者注:就是观测地地理纬度),它在夏至点以里,相当于表1的第二列;我们的第一列相应地从 $1^{\circ}$ — $90^{\circ}$ ,是当正在讨论的那些地方太阳位于天顶时,太阳从每一个分点到夏至点的距离。”<sup>①</sup>

这里实际上涉及,求当 $\delta(\lambda) = \phi$ 时的 $\lambda_1 = \lambda(t_1)$ ,  $\lambda_2 = \lambda(t_2)$ 和与此相关的时间 $t_1$ 和 $t_2$ ,具体问题的解决必须在阐述了太阳运动理论之后。

托勒玫还考虑了以下几个问题:

- ① 分、至点正午日影相对于圭表的比率是多少?
- ② 从分点以后的最长和最短昼长的差是多少?
- ③ 昼长和夜长各自的增加和减少;
- ④ 随已知黄道弧升起和落下的赤道弧长?
- ⑤ 一些重要的大圆之间的夹角和特殊性问题等等。

托勒玫讨论了太阳出没方位角的计算,给出了方位角的概念,给定了地理纬度和昼长(方位角)以及太阳赤纬之间的“函数”关系,证明了黄道上对应的点,昼(夜)长度相等。托勒玫也很重视圭表理论,这是托勒玫地理学的基础,由此可以得到太阳的天顶位置和一年中最长日的分布规律,进一步在地球上分划出各个地理带。但是托勒玫没有局限于讨论和太阳运动有关的一些天文量的计算,而是进一步探讨了天球上任意一个星的升起和下落、黄道在天球上的位置和黄道与高度圈的夹角等等问题<sup>②</sup>,这得益于古希腊的天球概念和他的娴熟的关于天球坐标量之间的球面三角学的计算方法。他讨论的问题具有一般性,是综合运用演绎法的结果。

### 3. 计数规则与计算系统的特点

#### 3.1 巴比伦的60进位制

巴比伦数学产生于另外一个河谷文明——美索不达米亚文明。早在公元前4000年,苏美尔人就在这里建立起城邦国家并且创造了苏美尔文字,两河流域的人们用尖芦管在湿泥板上刻写楔形文字,然后烘干保存。对于楔形文字的释读比埃及文字要晚。现存泥版书中大约有300多块是数学文献,记录了远较古

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 80.

② 邓可卉,《希腊数理天文学溯源——托勒玫〈至大论〉比较研究》,济南:山东教育出版社,2009: 41—52.

埃及人先进的美索不达米亚早期的数学文化。美索不达米亚人创造了一套 60 进位制的记数系统。

托勒玫《至大论》中数的表示基本上都采用了巴比伦的 60 进位制。这是历史上最早的位置制计数系统之一,世界数学史中另外一个较早的位置制计数系统是源于中国殷商时期的十进制位置制。这种记数法只有两个符号,纵向楔形符号表示 1,横向楔形符号表示 10,因此,最早用它可以比较方便地表示较大的数目和分数。例如 3,23;51,20 可以表示为

$$3 \times 60^3 + 23 \times 60^2 + 51 \times 60^1 + 20$$

$$\text{或者 } 3 \times 60 + 23 + 51 \times 60^{-1} + 20 \times 60^{-2}$$

$$\text{或者 } 3 \times 60^{n+1} + 23 \times 60^n + 51 \times 60^{n-1} + 20 \times 60^{n-2}$$

托勒玫也用 60 进位制来表示分数或者较大的数,但是一个缺点就是应用在天文学计算中时,不可避免导致近似计算。托勒玫在实际应用中进行了以下修正:

第一,托勒玫放弃了原来的楔形符号,代之以希腊字母作为数学符号。这些字母保持了它们在希腊数学中同样的意义。这使得他的表示更易于被希腊读者所理解。但是这种做法增加了表示数字的符号,多少破坏了原来系统的简单美。

第二,托勒玫对整数部分仍然保留了希腊传统的十进制,就是说,他采用了两种进位制混合使用的方式记数。在《至大论》原文中采用十进制和巴比伦的 60 进制混合的方法表示数,并且在整数和小数之间用“;”分隔,其他地方用“,”。例如上面的数在正文中直接写成 203;51,20。

第三,托勒玫引进了希腊字母 0 作为空位记号,这与后来印度数学中 0 的作用是一样的。符号 0 的使用,避免了因为空位造成的混乱。

利用 60 进位制可以进行基本的算术运算。托勒玫对 60 进位制的除法和开方运算有一套固定的程式。详细过程可以参考培得森的著作<sup>①</sup>。

### 3.2 埃及的单位分数

埃及古老的文明以象形文字和巨大的金字塔为主要象征,从公元前 3100 年左右莫尼斯(Menis)统一埃及建立第一王朝起,到公元前 332 年亚历山大大帝灭最后一个埃及(波斯)王朝止,总共经历了约 3 000 年时间。埃及人在一种纸莎草(Papyrus)压制成的草片上写字,就是我们今天所说的纸草书。这些纸草书有的幸存至今,成为研究埃及数学和天文学的主要原始资料。埃及人很早就发明了象形文字(hierolyphic)记号,这是一种以十进制为基础的系统,没有位置制

<sup>①</sup> O. Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense university press, 1974:47—56.

的概念。后来随着更先进的青铜文化的崛起,分数概念与分数记号也产生了。在埃及象形文字中,有一种特殊的记号是用来表示单位分数的,所谓单位分数,就是分子为1的分数,通常是,在整数上方画一个椭圆,就表示该整数的倒数;在纸草书中,则用一点来代替椭圆。在埃及数学中,单位分数被广泛使用,这样,对于其他所有真分数都可以表示为若干单位分数的和,而且埃及人利用单位分数进行基本的乘除运算的加倍运算技巧已经非常熟练,这形成了埃及数学的一个重要特点<sup>①</sup>。

在《至大论》中涉及的分数不多,但是基本上都是用单位分数表示的。例如:

$$\text{年长} = 365 + \frac{1}{4} + \frac{1}{76} \text{ 天, 还有 } \frac{2}{23} = \frac{1}{12} + \frac{1}{276}.$$

在卷8恒星星表中关于单位分数的使用比较多,在这张表中,按照现代习惯以度、分作单位,但是,托勒玫以度和度的简单分数给出,这些简单分数只有7个,分别是① $\frac{1}{2}^\circ$ ,  $\frac{1}{4}^\circ$ ; ② $\frac{2}{3}^\circ$ ,  $\frac{1}{3}^\circ$ ,  $\frac{1}{6}^\circ$ ; 和由前两个的和得到的 $\frac{3}{4}^\circ = \frac{1}{2}^\circ + \frac{1}{4}^\circ$ ,  $\frac{5}{6}^\circ = \frac{1}{2}^\circ + \frac{1}{3}^\circ$ 。这些数分别是恒星表中以 $10'$ ,  $15'$ ,  $20'$ ,  $30'$ ,  $40'$ ,  $45'$ ,  $50'$ 表示的数,当它们需要换算成以 $^\circ$ 为单位时,就变成了单位分数。

国外对于《至大论》的研究重点是,除了关注其重要的数学天文学具体内容的来源和发展以外,已经注意到这些单位分数的使用,从一个侧面反映了《至大论》中有关数据表格和天文仪器所达到的精度。一般地,《至大论》的数学、天文数据和所使用的天文观测仪器都是利用了60进位制系统,在对于观测数据的精确表示和仪器的刻度划分方面,都要用到单位分数。这是当时最便利的方法。

### 3.3 《至大论》中的“似三角函数”计算

托勒玫在《至大论》的天体运动理论之前的准备工作中,对于三角学的几何基础进行了慎重的阐述,并且通过具体的例子加以解释。他在这方面的一个重要成果就是“弦表”,关于“弦表”的应用见于《至大论》每一卷的大量计算中,这是《至大论》所有相关计算的三角学基础。下面我们通过太阳理论中的一个例子进行说明。

在图3.2中,根据建立太阳运动模型时的参数,已经知道均轮半径是 $AD = 60^P$ ,本轮半径是 $AH =$

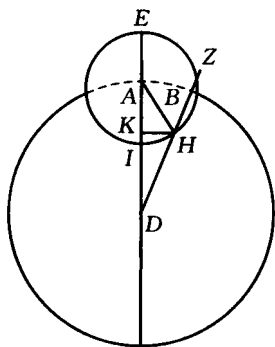


图 3.2 《至大论》中的三角计算例子

① 李文林,《数学史概论》,北京:高等教育出版社,2002:16—20。

$2;30^P$ ，现在假设太阳运动到了本轮上的  $H$  点，它离近地点  $I$  的截弧  $IH$  等于  $30^\circ$ ，连接  $AH$  和  $DH$ ，并延长到均轮上的  $B$ ，下面要求改正角（或中心差） $\angle ADH$ 。按照现代方法计算，只要从  $H$  作  $HK$  垂直于  $AD$ ，利用正弦和余弦定理就很容易计算。托勒玫当时的计算方法如下。

已知弧  $IH$  是  $30^\circ$ ，

即  $\angle IAH = 30^\circ$ （这里 4 个直角  $= 360^\circ$ ，笔者注：即圆心角）

$= 60^\circ$ （这里 2 个直角  $= 360^\circ$ ，笔者注：即圆周角）

因此在关于直角三角形  $HKA$  的圆中， $\text{arc } HK = 60^\circ$ ，并且  $\text{arc } AK = 120^\circ$ （补角）

因此利用弦表得到相应的弦  $HK = 60^P$ ， $AK = 103;55^P$ （这里假设直径  $AH = 120^P$ ）

已知本轮半径  $AH = 2;30^P$ ，半径  $AD = 60^P$ ，

利用相似三角形从直角三角形  $HKA$  变换到图中均轮大圆系得到： $HK = 1;15^P$ ， $AK = 2;10^P$

因此从半径中减去  $AK$  上得  $KD = 57;50^P$ 。

因为  $DH^2 = KD^2 + HK^2$ ，斜边  $DH \approx 57;51^P$ ，

因此在  $DH = 120^P$ ， $HK = 2;34^P$  的关于直角三角形  $DHK$  的圆中，利用弦表得  $\text{arc } HK = 2;27^\circ$ 。

$\therefore \angle HDK = 2;27^\circ$ ，这里 2 个直角  $= 360^\circ$ ，（圆周角）

$= 1;14^\circ$ ，这里 4 个直角  $= 360^\circ$ （圆心角）

这里  $1;14^\circ$  是弧  $AB$ ，即非匀速运动改正量。因为  $\angle KAH$  为  $30^\circ$ 。因此加上这个量得到本轮上太阳从近地点起在黄道上的视运动  $\angle BHA$ ，等于  $31;14^\circ$ 。

托勒玫的上述计算有以下几个特点：

第一，托勒玫的弦表是在假设圆的直径为  $120^P$  的情况下得到的弦长，可以从上述计算中心差的过程中看出，只要是利用“弦表”计算有关边和角，问题就归结为求解一个直角三角形，而计算直角三角形的一般方法是想象一个关于这个直角三角形的外接圆，再假设它的直径（即直角三角形的一条边）是  $120^P$ ；

第二，在均轮和本轮中本来是圆心角，但是由于分别解直角三角形使它们变成了圆周角，托勒玫很自如地反复进行四个直角相加为  $360^\circ$  和二角相加为  $360^\circ$  的不同单位系的变换，也就是， $\theta^\circ = 2\theta^\circ$ ，那么对应的外接圆上的弧是  $2\theta^\circ$ 。这里，“半度”用符号“ $^P$ ”表示，而“ $^\circ$ ”代表了直角是  $90^\circ$  时的标准度。

第三，由于托勒玫没有正切函数，在具体求解直角三角形时，他利用了“毕达哥拉斯定理”及其他转换的形式。在《至大论》中他虽然没有明确的陈述，但是基



本使用了下面的方法。例如,对于一个直角三角形的三边和三角有,  $a^2 + b^2 = c^2$  (欧几里得 I, 47),  $\sin A = \frac{a}{c}$ ,  $a = c \sin A$ ,  $\sin(90^\circ - A) = \frac{b}{c}$ ,  $b = c \sin(90^\circ - A)$ ,  $b = \frac{a \sin B}{\sin(90^\circ - B)}$  等等形式。

对于一般直角三角形,他通过相似三角形的方法,把它和一个直径为  $120^p$  的直角三角形进行比例转换,反复利用上述公式变换得到;对于斜三角形,他通过建立与之相关的两个直角三角形进行求解<sup>①</sup>,如果用现代三角学公式表达,有的可能很复杂,但是其基本理论和思想的合理性而显而易见的。总之,托勒玫所有以上变换的一个宗旨就是归结为一个直角三角形的正弦计算。

托勒玫解决球面三角问题时,最多用到的是梅内劳斯定理。梅内劳斯的《球面学》(Sphaerica)是球面三角学的开山之作,之后球面三角才成为数学的一个特殊的分支。《球面学》后由 Maurolyco (1558), Mersenne (1644) 和 Halley (1758) 印刷出版拉丁文本,该文本是在原始希腊文本散失后,基于阿拉伯文译本而成。

梅内劳斯的《球面学》分三个部分展开,首先给出一系列的定义,球面三角形定义为由球面上的三个大圆弧组成,然后是 35 个命题,分别是关于这些三角形的一致性特点的调查,命题 11 陈述了三角形内角和大于  $180^\circ$ 。第 2 部分包括在德阿多西阿(Theodosius of Bithynia, 约 100BC)定则基础上的扩展,仍然没有球面三角学内容。第 3 卷系统陈述了球面三角学,包括两个命题,即梅内劳斯定则,有平面形式和球面形式两种,由托勒玫在《至大论》中证明<sup>②</sup>。

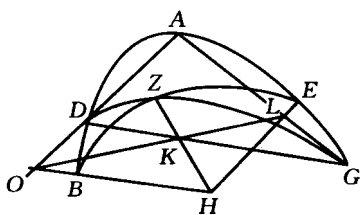


图 3.3 梅内劳斯定理

梅内劳斯第一定理:  $GA : EA = (GD : DZ) \cdot (ZB : BE)$  (平面)

梅内劳斯定理的球面三角形式如图 3.3, 在一个球面  $H$  上作大圆弧  $BE$ ,  $GD$  相交于  $Z$ , 从球上一点  $A$  连接  $AB$ ,  $AG$ , 使得每一段弧  $AB$ ,  $AG$  小于半圆弧, 则有,

$$\text{Crd arc } 2GA : \text{Crd arc } 2EA = (\text{Crd arc } 2GD : \text{Crd arc } 2DZ) \cdot (\text{Crd arc } 2ZB : \text{Crd arc } 2BE) \quad (\text{球面})$$

同样,梅内劳斯第二定理:  $GE : EA = (GZ : ZD) \cdot (DB : BA)$  (平面)

① Olaf Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense University Press, 1976, 65—69.

② G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984, 64—69.

$\text{Crd arc } 2GE : \text{Crd arc } 2EA = (\text{Crd arc } 2GZ : \text{Crd arc } 2ZD) \cdot (\text{Crd arc } 2DB : \text{Crd arc } 2BA)$  (球面)

在《至大论》中,为了证明球面形式的梅内劳斯定理,还给出两个引理如下:

引理 1: 如果已知  $\alpha + \beta$  和  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ , 那么, 弧  $\alpha$  和弧  $\beta$  可以各自求得。

引理 2: 如果已知  $\alpha - \beta$  和  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ , 那么, 弧  $\beta$  可以求得。

以上两个引理不仅用于解决梅内劳斯定理证明过程中,由平面过渡到球面的问题,而且在解球面三角形问题时被经常用到。

以上梅内劳斯定理 1 和定理 2, 在《至大论》正文中分别用缩写符号“M. T. 1”和“M. T. 2”表示。需要说明的是,在实际应用这两个公式时,由于部分边和角等于  $90^\circ$ , 因此这两个定理还有许多其他简洁的表达形式。

早期的希腊天文学主要用几何学方法解释和论证模型的特征。《至大论》不仅最大程度地利用了欧几里得《几何》的许多结论,而且托勒玫进一步发展了自己的方法,并证明了他和前人的许多结论,前面的所谓“平面与球面三角学”中介绍的内容,实际上在托勒玫看来,都是《至大论》天体理论的几何基础。

### 3.4 多元函数的思想

古希腊从喜帕恰斯开始,已经不满足于建立抽象的几何模型,而是试图为这个几何模型提供相应的数值参量,如果没有一定的除了几何学以外的数学知识,这是不可能做到的。托勒玫很好地继承了先辈的工作,在《至大论》中出现了下面两种形式的数学内容,一种是在数值计算中包含了一定的数学方法,它被假设是先决的和不言自喻的;另外一种方式是托勒玫用文字描述了某个数学计算过程,他的这一方法被 Pedersen 称为 programmes<sup>①</sup>。

托勒玫《至大论》中出现了类似于现代函数的思想,即从一个数集到另一个数集的关系,他没有给出两个“变量”之间的解析表达式,而只强调两组数之间的某种关系。按照狄里克雷(L. Dirichlet, 1805—1859 年)的广泛的函数定义,可以认为在托勒玫的 programmes 中存在着不同变量组之间的函数关系。下面我们将结合原文进一步分析托勒玫用文字表述的 programmes,在《至大论》中主要包含了下列两种形式的“函数”关系,即文字陈述的变量函数和表格函数。关于托勒玫涉及数学内容的 programmes,可以查阅 Toomer 英译本中每一卷的“关

① Olaf Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense University Press, 1976: 79; 169.

于“××天体位置的完整计算”一章的内容。

在《至大论》中有一类被假设是先决的和不言自喻的计算,实际上就是在具体的关于太阳、月球或者行星的计算例子里使用的一种线性关系,这是最经常使用的单变量函数。例如在“关于太阳位置的计算”中有:

如果我们想知道在任何时间太阳的位置,我们从起点(习惯称为历元)计算到给定时间(和在亚历山大的地方时有关),可以在匀速运动表中去查。我们增加它们与不同周期(有 18 年、1 年和 1 月等周期)相关的分割度,加上在起点时的远地点的距角  $265;15^\circ$ ,从整体减去全部运动,或者从 Gemini  $5;30^\circ$  向后按顺序通过各个宫,我们得到的点将是太阳的平位置。下面以从远地点到太阳平位置的距离(为引数)查太阳非匀速运动表,在第三列得到有关的改正量。如果这个量加上第一列不到  $180^\circ$ ,我们从匀速运动中减去“改正”;但是如果这个量加上第二列大于  $180^\circ$ ,我们把它加到匀速运动中去。那么我们就得到真位置或太阳的视位置。<sup>①</sup>

这段文字的前半部分用现代数学语言表示就是,太阳的平经度为  $\lambda_m(t) = \lambda_m(t_0) + \omega_t(t - t_0)$ ,后半部分涉及关于太阳的真位置的计算公式就是,  $\lambda(t) = \lambda_m(t_0) + \omega_\odot(t - t_0) + q(a_m)$ ,这是托勒玫在各种天体理论中经常用到这两个基本的关系。

线性函数思想是托勒玫在计算所有表格值的中间值时经常用到的插值方法的核心思想,在《至大论》中被非常普遍地使用。

如,在计算“弦表”的中间值时,托勒玫利用了相当于如下公式的方法。

$$ch(a) = ch(a_n) + (a - a_n) \cdot f(a_n).$$

$$\text{这里 } f(a_n) = \frac{1}{30} \left[ ch\left(a_n + \frac{1}{2}^\circ\right) - ch(a_n) \right]$$

在《至大论》中另外一种以文字描述的多元函数的数学计算公式举例如下。在托勒玫看来,月球运动第二模型中的辐角差是双变量函数,即  $p(a_v, c)$ ,因此在他的表格中对应地有两列是作为它的自变量的,他分析说,如果取每隔  $3^\circ$  列表,将会得到 61 行,61 列的共  $61^2 = 3721$  个表格值。为了避免庞大的计算工作量,托勒玫天才地采用近似的方法,即他考虑到  $a_v$  是强变量,  $c$  是弱变量;另外,由于表格的对称性,他只考虑当  $0^\circ < c < 180^\circ$  和  $0^\circ < a_v < 180^\circ$  的情形,这样,他通过对于各个量值的几何定义最终把双变量函数变成了单变量函数。托勒玫

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:169.

用文字描述了整个数学计算过程,原文如下:

总是首先对距角的表格值两倍,如果必要从  $360^\circ$  中减去,然后开始计算非匀速运动表第三列( $q(c)$ )的有关数据。如果两倍距角不到  $180^\circ$ ,我们把第三列的有关数据加到平非匀速运动平远点角上,但是如果两倍距角大于  $180^\circ$ ,我们从平非匀速运动平远点角中减去第三列的有关数据。我们由得到的真远点角( $a_v = a_m + q(c)$ )的真非匀速运动开始计算下一栏,并取第四列的有关改正(模型一的)和第五列的相应的增量,然后分别写下来。下一步我们由两倍平距角进入表,取第六列中的 60 进制表示的值,把它乘以前面写下来的两量,把结果加到前面的第四列计算的改正中。如果真远点角小于  $180^\circ$ ,我们从平经度和平纬度[宗量]中减去这个和;如果真远点角大于  $180^\circ$ 就加上这个和。这样我们得到两个数,把一个加到平月球在历元的位置上,得到月的真位置。

纬度[宗量]从北极限点计,在表中和第七列相关的数将是月球中心到黄道的距离,沿着通过黄极大圆而测。如果宗量落在前 15 行,将在黄道北,反之在黄道南。第一列宗量是从北向南,第二列宗量是从南向北。<sup>①</sup>

托勒玫的完整的月亮非匀速运动的表格各列的内容包括

1	2	3	4	5	6	7
宗 量		$q(c)$	$p_1(a_v)$ ( $a_v$ 对应 1, 2 列)	$p_2(a_v) - p_1(a_v)$	$f(c)$ 60 进制 ( $c$ 对应 1, 2 列)	纬度

托勒玫上述一段文字包含深刻的数学内容,这实际上是托勒玫对改正方程,即二元函数  $p(a_v, c)$  的近似处理方法,包含了以下数学关系:

$$p(a_v, c) = p_1(a_v) + \{p_2(a_v) - p_1(a_v)\} \frac{f(c)}{60}$$

这里,  $p_1(a_v)$  和  $p_2(a_v)$  分别表示在均轮的远地点和近地点上月球在真幅角  $a_v$  位置时的中心差改正值,  $p(a_v, c)$  表示远地点和近地点之间任意本轮中心位置的改正差。上面函数式的含义是,由和真幅角  $a_v$  有关的远地点的改正差,加上一个和同样的真幅角  $a_v$  有关的,从远地点到近地点之间改正差整个增量的某个分数  $\frac{f(c)}{60}$ , 这个分数由下面的插值函数决定。

对一个由距角  $c$  值决定的本轮的位置,其最大值是  $p(a_v, c)$ , 这里  $c$  是常

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 239.

数,而 $a_v$ 是变量。这个 $p(c)$ 可以看作是从地球中心看,本轮半径的最大张角。托勒玫在表格中给出的定义相当于

$$f(c) = 60 \cdot \frac{\max p(c) - \max p(0^\circ)}{\max p(180^\circ) - \max p(0^\circ)}$$

最后的月球真位置由函数式 $\lambda(t) = \lambda_m(t) + p(a_v, c)$ 计算得到。对于托勒玫通过文字表达的函数关系式,现代数学家 Petersen 已经证明了它的误差很小<sup>①</sup>。

通过上面对托勒玫《至大论》中出现的一系列“准函数”的分析,可以基本了解他在处理有关问题时的数学方法。托勒玫的双变量和三变量表格函数建立在单变量函数的基础上,由若干个单变量函数叠加而成。虽然已经产生了类似于现代函数的思想,但是实际上他的所有的表格形式的函数只能表示离散变量的取值情况;他既没有更多地分析这些变量,也缺乏对于量的抽象;托勒玫的“函数”只不过是在数量上对几何关系的一种反映。无疑,进一步考察托勒玫在多大程度和以什么方式处理了“函数”的连续性和可微分性,将成为数学史方向的一个新的研究课题。

#### 4. 法则的建立过程——“假设”的生命力

##### 4.1 一般假设

在太阳理论中,托勒玫不仅给出本轮模型和偏心圆模型的数理基础,并用相当的篇幅证明了它们的等价。他除了在喜帕恰斯的基础上,进一步论证并给出两个模型的基本参数值,即远地点黄经和偏心率以外,还证明了太阳匀速运动在 $88\frac{1}{8}$ 天里经过 $86;51^\circ$ ,在 $90\frac{1}{8}$ 天里经过 $88;49^\circ$ 。也就是太阳从秋分点到冬至点用了 $88\frac{1}{8}$ 天;从冬至点到春分点用了 $90\frac{1}{8}$ 天。托勒玫天文学告诉我们,由于春天包含的天数最多,所以速度最慢,而秋天包含的天数最少,速度最快,可见古希腊的天文学家把春分点和秋分点作为两个关键点来考虑太阳运动。托勒玫利用必要的几何证明,非常漂亮地确定了中心差改正的极大值发生的位置。以上内容说明,《几何原本》的公理化体系对于《至大论》的影响是深刻的,他的建立天体运动模型的方法建立在一套严密的数学化、公理化的基础上,从而奠定了托勒玫天文学从古代以来长时间内在科学史中的地位,成为近现代天文学发展所依据的重要范本。

① Petersen, V. M. The three lunar models of Ptolemy. Centaurus, 14(1969):142—171.

另外,按照托勒玫在《至大论》中的论述,古代只是发展了太阳、月球运动的几何动力学模型(关于月球,是指它的第一模型),并且可以用它们成功地描述现象,例如可以预报食。但是古代的行星理论是不令人满意的。从托勒玫的叙述了解到,依巴谷没有建立行星理论,只是发现了现有理论不能满足观测等问题<sup>①</sup>。托勒玫对所有已有的力学模型(匀速圆周运动)的基本原理进行了天才的修正,借助实际观测得到的有参数的几何模型建立了五个行星的理论,此外,他对月球模型进行了重要改进,而这两点是他对天文学的原创性贡献。

对于月球周期理论,古人为了得到准确的月球周期,考虑选择较长时间内对月食的长期观测,由于月食不受月球视差的影响,可以选择和把握相同月食的时间间隔,由这个时间间隔可以很容易求出月球的运动周期,而且这个间隔选定的越长,周期也越准确。托勒玫在《至大论》中涉及的月球周期有4个,包括回归月、朔望月、平非匀速运动月和平交点月,第3种相当于现代的平近点月,因为托勒玫时代没有发现椭圆运动,但是察觉到了月球的这一周期是月球在黄道上的非匀速运动,即在黄道任一点它有最大、平、最小速度,这样,月球连续两次经过同一速度的时间间隔就是托勒玫定义的非匀速运动月。

对于月球的非匀速运动,托勒玫认为无论如何,选择两个满足所有观测的完全相等的月食间隔是不可能的,必须在一定条件下考虑。关于这两个条件,他明确地以两个假设的形式表达出来,一方面,他认为可以考虑忽略太阳非匀速运动的影响,只有这样,月球经过两个月食间隔的弧度才可能相等,太阳匀速运动经过这个间隔的弧也相等。其次,他认为不要太注意月球速度的变化。

托勒玫的月平行理论包含了最基本假设和思想,他给出较准确的月球周期以后,进一步反复验证了它的平角速度值,这些必要的改正,有的是在他完整地论述了月球所有模型之后,又回到最初的问题,利用得到的数据修改前面的平角速度值。他关心平角速度的精确度的原因是,这和建立月球平运动表格有关。托勒玫对于每一种天体首先建立了一个平运动表格,建立的依据是对于不同的天文量值,有各自不同的类似于公式  $\lambda_m(t) = \lambda_m(t_0) + \omega_t(t - t_0)$  的表达,这是《至大论》中的基本数学关系。这样,初始值  $\lambda_m(t_0)$  确定后,给出它的平角速度  $\omega_t$ ,就可以依式计算任意时间的真位置  $\lambda_m(t)$ 。对任意一种角速度,托勒玫总是基于从那些周期得到的新的改正的角速度,但是改正本身是基于模型的参数的。因此还有一个重要的考虑是,注意到这个改正在这段时间里变化不大。因此在选择观测数据时,必须利用在时间上尽量接近的三次月食,使任何长期改正正在平运

<sup>①</sup> G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984. 卷9, 2.

动中只有很小的影响。

以上在太阳理论和月球理论中考虑的一些问题,在《至大论》中讨论其他天体理论时经常重复呈现,就某一具体理论,如周期理论、中心差理论或者历元问题等等,也会以类似的方式呈现出来,体现了托勒玫天文学的系统性、完整性。

#### 4.2 模型的建立

托勒玫在《至大论》中经常混用模型(Model)和假设(hypotheses)这两个词汇,他使用时经常互换,这传达了在托勒玫思想中,这两个词是等同的。托勒玫天文学给出了最典型的一种科学方法——模型假设的方法。

以月球理论为例,除了上面提到的平日运动,月球理论建立在两个来源于观测的定量化陈述上:

事实1:月球在黄道任一点有它的最大、平、最小速度,不像太阳总是在固定的近地点有最大速度。

事实2:月球在黄道任一点有最大的北(或南)纬。同样,平纬度 $0^\circ$ 也可以发生在任何一点,所以月食可以发生在黄道上任何位置。

托勒玫提出的问题是,解释月球运动的理论怎么在这个基础上建立起来。托勒玫认为一个简单的非匀速运动模型不够,必须建立两个相互独立的非匀速运动模型假设。第一个模型假设是一个近点月的偏离,它只决定于月亮在黄道上的位置,和太阳理论有些相似;第二个模型假设是决定于月亮和太阳相对位置的微小偏离:它是距角的作用。它在上下弦处最大,在一个朔望月中两次为零。他认为第二个模型假设必须建立在第一个的基础上,而第一模型假设是独立的,为了解释他发现的第二模型假设,他对喜帕恰斯的第一模型假设进行了修改。这样最终的月球理论一步步建立起来。

下面首先讨论他的月球第一模型假设的建立过程。对应太阳理论中的这个模型,偏心圆模型和本轮模型被证明是等价的,因为本轮中心的运动和太阳在黄道上运动周期完全相等。但是月球理论不是这样,因为月亮的近点月 $T_a$ 比回归月大,所以托勒玫首先考虑相似的等价性是否成立。他通过几何证明说明了:对于月球的第一种假设,在两个模型之间可以建立等价的条件是,偏心圆有一个以 $D$ 为圆心的均轮和一个围绕地球中心,以角速度是 $\omega_t - \omega_a$ 运转的远地点 $A$ 。这个角速度是 $\omega_t - \omega_a = 0;6,41,2,15,38,31$ ,有关周期是 $T = 360^\circ / (\omega_t - \omega_a) \approx 8;85$ 年。

第一月球模型假设的一般特征可以描述为:一个是在黄道平面上与黄道同心的圆,另一个是同样大小也与黄道同心位于与它倾斜成最大 $5^\circ$ 角的平面上。

这两个圆的共同直径是交点线(the nodal line),它关于中心自东向西每天运动 $0;3^{\circ}$ 。这一套解释了上面提到的事实2。倾斜圆正好是月球均轮,本轮中心C在它上面自西向东以平角速度 $\omega_l$ 运动。本轮是在倾斜平面上的一个小圆,月球P在其上以平角速度 $\omega_a$ 向相反方向运动。因为 $\omega_l$ 和 $\omega_a$ 大小不等的运动解释了事实1。很容易看出这个模型假设可以解释大多数观测到的现象:以变速(因为本轮)导致的在经度方向的运动,因为倾斜平面产生的纬度方向运动,因为交点线的运动导致的最大纬度运动,和因为 $\omega_l \neq \omega_a$ 产生的最大速度的运动。

在《至大论》中,托勒玫充分讨论了建立在第一模型假设基础上的月球第二模型假设的建立过程。托勒玫通过观测发现,月球和太阳的距离有时符合第一模型假设的计算,有时不符合,其差异有时大,有时小。但是当他充分注意所讨论的非匀速运动的情形,并且仔细考察它们的连续周期时,会发现在朔望时的观测和计算的差异是觉察不到和很小的,这个差只是由月球视差产生的;但是在上下弦,当月球在本轮的远或近地点时差异很小或几乎没有,当月球接近其平均速度时,那么第一非匀速运动改正也达到最大;另外在上下弦,当第一非匀速运动改正是负的,月球的观测位置经度比起计算经度,是较小的,那么需要减去第一非匀速运动改正;但是当第一非匀速运动是正的,它的真位置经度比计算经度大,那么需要加上第一非匀速运动改正,这个差异的大小和第一非匀速运动改正的大小密切相关,由这个情况托勒玫认为必须假设月球本轮在一个偏心圆上,在朔和望时离地球最远,在上下弦时离地球最近<sup>①</sup>。托勒玫按照下面的叙述修正了第一模型假设。

在月球的倾斜平面上想象一个与黄道同心的圆,代表月球在纬度的<sup>②</sup>运动,这个运动反映在经度运动中,就是月球关于黄道极以和在纬度方向的增量相同的速度变化。再想象月球以和第一非匀速运动返回相关的速度经过这个“本轮”。在这个倾斜平面上,托勒玫假设有两个相反方向的运动,它们相对黄道中心是匀速。其一是负载“本轮”中心的运动,以和纬度方向相同的速度向后经过宫,另外一个偏心圆的远地点运动,并且和倾斜平面同面,向前以相反顺序经过宫,它以纬度方向的速度和两倍距角之差为速度。例如:某一天本轮中心以和纬度方向的速度相同的速度向后经过宫是 $13;14^{\circ}$ ,但是在黄道经度方向经过表

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 220.

② 托勒玫的“在纬度方向”实际就是指在“倾斜圆”(白道)上运动的月球回到同一黄纬的运动,它与现代月球周期“交点月”有关。在本书中出现的“在纬度方向”,都按此理解。



现为  $13;11^\circ$ ，因为月球整个倾斜平面经过的差是相反方向上  $0;3^\circ$ ，同时偏心圆的远地点向前经过  $11;9^\circ$ ：这是两倍距角超过纬度方向运动的量  $11;9^\circ = 24;23' - 13;14'$ 。这两个发生在相反方向的运动结合，正如黄道中心将产生本轮中心的承载半径和偏心圆半径被  $13;14'$  和  $11;9'$  之和的弧分离的结果，大约等于两倍的距角量（一个距角是  $12;11\frac{1}{2}'$ ）。这样本轮在一个平朔望里经过偏心圆两次。托勒玫认为它在平朔和望返回偏心圆远地点。

为了解释这个模型的细节，作图 3.4，在月球倾斜平面上的圆与黄道  $ABGD$  同心，圆心是  $E$ ， $AEG$  是直径。偏心圆的远地点，本轮的中心，在北的极限是 Aries 的开始，平太阳和所有的点是在  $A$ 。那么一天中整个倾斜平面向前关于圆心  $E$  从  $A$  运动到  $D$ ，大约  $3'$ ：北极限点  $A$  到达 Pisces  $29;57^\circ$ 。这两个相反方向的运动由关于黄道中心  $E$  的匀速运动的半径  $AE$  实现。那么我们说一天中通过偏心圆中心和  $EA$  有关的半径向前以和宫相反的顺序匀速运动到  $ED$ ，偏心圆的远地点到了  $D$ ，弧  $AD = 11;9^\circ$ 。同时和  $EA$  有关的通过本轮中心的半径关于  $E$  向后匀速通过宫到达  $EB$  位置，本轮中心到达  $H$ ，产生弧  $\text{arc} AB = 13;14'$ 。那么  $H$  的视距离，就是本轮中心在纬度方向从北极点  $A$  开始，是  $13;14'$ ；在经度从 Aries 开始（因为北极限点  $A$  同时运动到 Pisces  $29;57^\circ$ ），是  $13;22'$ ； $\text{arc} AD$  和  $\text{arc} AB$  的和，也就是两倍的距角，从偏心圆远地点  $D$  开始，是  $24;23'$ 。依此方式，通过  $B$  和通过  $D$  的运动在半个平朔望月后彼此相遇，明显地，这些运动在朔望周期的第一象限或第三象限，就是平上、下弦时正对。那些时候位于  $EB$  的本轮中心，和位于  $ED$  上的偏心圆远地点正对，将是偏心圆的近地点。

在这种情况下，偏心圆自己将不产生任何平运动改正。因为线  $EB$  的匀速运动不是沿着偏心圆  $\text{arc} DH$  计，而是沿着黄道  $\text{arc} DB$ （事实上， $\text{arc} DB$  不是  $\text{arc} DH$ ）计，因为其运动不是关于偏心圆中心  $Z$ ，而是关于  $E$ 。只有一个改正产生，那是由于本轮影响的差造成的：当本轮朝向近地点运动，它将对非匀速运动改正（增或减是一样的）产生连续增量，因为由本轮形成的角在靠近近地点时在观测者看来最大。另一方面，通常地当本轮中心在远地点  $A$  时，也就是在平朔和望，就第一假设而言不存在任何差。

如图 3.6，如果作关于点  $A$  的本轮  $MN$ ，正如我们在月食证明中得到的， $AE : AM$  是相同比率。当本轮到达偏心圆近地点  $H$  时有最大差，因为本轮半径  $XH$  总是常量，同时  $EH$  是所有从地球中心到偏心圆连线中最短的，所以  $XH : HE$  比任何其他位置的比率大。而这发生在平上下弦。（如图 3.5 中的  $B$  的位置）

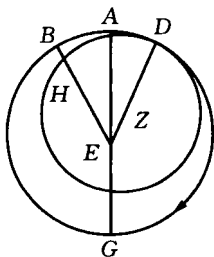


图 3.4 偏心圆的运动

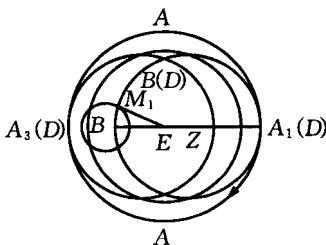


图 3.5 在上下弦的改正最大

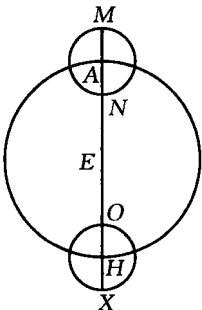


图 3.6 Heiberg 的解释

5. 天体运动的终结性指标

5.1 观测数据“库”

古巴比伦和希腊的观测数据对托勒玫来说是取之不尽的一个有效的“数据库”，表现在他的一系列对于古代天文学观测数据的分类和选择的工作中。首先，喜帕恰斯也是在前人大量观测数据基础上开展他的工作，但是对一系列连续观测的困惑，使得他不能够确定太阳年到底是不是常数，针对这个问题，托勒玫认为这只能通过长时间的观测决定。从大量的观测中他选择了 15 项，如下表，前 3-11 项是喜帕恰斯的观测，只有 12-15 项是托勒玫自己的观测。在《至大论》中涉及大量的不同天体的观测，其中最重要的是完整的和时间跨度较长的在美索不达米亚的一系列关于食的观测。虽然托勒玫所作的工作在体系上没有根本变化，但是他对于古代观测进行了明智的选择和利用。

表 3.1 太阳理论的观测数据

编号	观测内容	《至大论》中的观测日期	儒略日期
S <sub>1</sub>	夏至点	Apseudes, 7 月 21 日早上	-431 年 6 月 27 日
S <sub>2</sub>	夏至点	Calippos I 50 年末	-279
S <sub>3</sub>	秋分点	Calippos III 17 年 12 月 30 日日落	-161 年 9 月 27 日
S <sub>4</sub>	秋分点	Calippos III 20 年年终剩余第一日早晨	-158 年 9 月 27 日
S <sub>5</sub>	秋分点	Calippos III 21 年年终剩余第一日中午	-157 年 9 月 27 日
S <sub>6</sub>	秋分点	Calippos III 32 年年终剩余第三日午夜	-146 年 9 月 26 日
S <sub>7</sub>	春分点	Calippos III 32 年 6 月 27 日早晨	-145 年 3 月 24 日
S <sub>8</sub>	秋分点	Calippos III 33 年年终剩余第四日早晨	-145 年 9 月 27 日
S <sub>9</sub>	秋分点	Calippos III 36 年年终剩余第四日夜	-142 年 9 月 26 日

(续表)

编号	观测内容	《至大论》中的观测日期	儒略日期
S <sub>10</sub>	春分点	CalipposⅢ 43 年 6 月 29 日午夜	-134 年 3 月 23 日
S <sub>11</sub>	夏至点	CalipposⅢ 年 7 月 1 日日落	-127 年 3 月 23 日
S <sub>12</sub>	秋分点	Hadrian17 年 3 月 9 日正午后 2 <sup>h</sup>	+132 年 9 月 25 日
S <sub>13</sub>	秋分点	Antoninus3 年 3 月 7 日日出后 1 <sup>h</sup>	+139 年 9 月 26 日
S <sub>14</sub>	春分点	Antoninus3 年 9 月 7 日正午后 1 <sup>h</sup>	+140 年 3 月 22 日
S <sub>15</sub>	夏至点	Antoninus3 年 12 月 11 日子夜后 2 <sup>h</sup>	+140 年 6 月 25 日

虽然喜帕恰斯已经首次给出比较精确的回归年年长值,但是太阳运动理论中关于年长的一系列合理论证却是由托勒玫完成的。托勒玫充分考虑了既古老又准确的观测的周期,在大量由默冬(雅典天文学家,首先提出了“默冬章”)学院、欧克特蒙学院和亚里士塔库学院的数学家们对夏至点的观测值中,选择那些被喜帕恰斯特别强调和很保险地决定的春分点的观测,再加上他自己用仪器测量的精度很高的观测数据。由此他发现在大约 30 年的时间里分点(或至点)的发生比一天的 1/4 天早。托勒玫比较了当前和以前的观测,从它们的一致性进一步认为,回归年是一个与太阳运动有关的重要参数,观测的所有现象都和这个量有关。他把一天分配到 300 年中,每年得到一天的 12 秒,从一年的 1/4 增量中减去它,得到年长是 365;14,48 天(365.246 6 日)。

再例如月球理论,在托勒玫之前古代天文学家就意识到月球的平均速度,最大和最小速度以及它所达到的最北和最南纬度在黄道的任何部分都可能发生。于是古代天文学家想得出是否存在一个间隔,里面有整数个月,每个月(他们定义了不同的月的周期)的长度相同,不管在哪个点人们都能找到这个间隔,巴比伦天文学中著名的沙罗(Saros)周期就是这样一个间隔。毫无疑问,这个问题需要长期观测。托勒玫对于天体运动周期的确定,利用了古代的大量的观测数据。总计有历经 900 年的 15 次月食记录是托勒玫月球理论的基础。在他的模型参数计算中,托勒玫从巴比伦观测中只挑选出古代三次月食就足够了。他对观测数据的精心选择和观测数据与模型假设之间建立的联系体现了托勒玫天文学的特点。

5.2 计算“程序”——表格的应用和一个终结性公式

以月球理论为例,托勒玫通过适当选择古代的三次月食观测数据,进一步给出了第一模型假设的各个参数,即本轮半径和偏心率等;不止于此,托勒玫反过

来进一步通过一些观测数据验证了这些模型参量的符合程度,如果出入太大,他重新通过观测数据确定参量的值,直至符合较好为止。历元初始值是托勒玫天文学中的另外一些参量,在已知一些量的情况下通过初始条件(基本公式)他慎重地给出所求量值的大小。

托勒玫对于每一种天体理论的讨论,除了必要的证明和法则的建立以外,最终都归结为给出一个改正公式,这个公式的计算过程包含了托勒玫每一种天体理论的计算程序。

例如,按照托勒玫的思想,通过平运动理论求出天体的平角速度,根据选定的观测得到月球平运动的初始值,计算天体的各级改正差的过程相当于给出了另一个公式,对于有的天体,例如月球来说,改正差不止一个,所以需要进行二次、三次改正,这些改正最后都要加到真位置的计算公式中。根据平运动公式  $\lambda_m(t) = \lambda_m(t_0) + \omega_t(t - t_0)$  和中心差改正公式  $\lambda(t) = \lambda_m(t) + p(a)$ ,托勒玫最后建立了相当于如下公式的月球模型

$$\lambda(t) = \lambda_m(t_0) + \omega_t(t - t_0) + p(a)$$

这里  $\lambda(t)$  是任意时间月球中心的黄经,  $\lambda_m(t_0)$  是初值,  $\omega_t(t - t_0)$  查平运动表可得,  $p(a)$  是与时间  $t$  的平辐角  $a$  相关的改正角,查改正表可得。这样,  $\lambda(t)$  的计算省去了复杂的三角计算。对于表格的中间值,只需借助简单的线性插值即可得到,最后,通过“60 进制数的加减运算”就可以完成了。

托勒玫给出了改正值  $p(a)$  以及  $a(t_2)$  和  $\lambda_m(t_2)$  的计算过程之后,强调改正表的第一列在  $0^\circ - 90^\circ$  之间是  $6^\circ$  间隔,在  $90^\circ - 180^\circ$  之间是  $3^\circ$  间隔,托勒玫进一步阐述了后两象限的关系符合  $p(a) = -p(360^\circ - a)$ <sup>①</sup> 的关系。

以上过程体现为一套整齐而规律的计算程序,这个计算程序建立在一系列数表的基础上。数表表头显示的各个天文量的含义,是托勒玫在每一种天体理论中进行大量论证和计算的主要内容。因此,托勒玫天文学归结为两个基本目的,一是给出各个天体理论的数表,二是给出这些数表的使用方法——一个规律的计算程序。对于一般的使用者,只需要学会使用数表就可以计算任意时刻天体运动的真位置。

### 5.3 数表和运算

托勒玫在每一种天体理论的前面所陈述的内容,揭示了其理论模型的合理性,他利用了大量数学证明的方法,建立了许多假设,并对假设的合理性进行细

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 209.

致的阐述,保证了他的理论的严密性。此外,他利用了大量前人的观测数据,他的技巧和功劳在于,对于这些观测数据的有效选择,这些古代的观测对于托勒玫来说相当于一个可选择的数据库。最后通过对于模型的参量以及初始参量的计算和论证,托勒玫在观测数据和假设之间建立起了联系。

在数学思想和数学语言的表述方面,他同样利用了古巴比伦的六十进位制计数规则和古代埃及的单位分数的形式,而且进一步产生了相当于现代函数的思想,他在《至大论》中的函数形式,涉及到了单变量函数、双变量函数和三变量函数,函数的形式有表格函数、一般线性函数和三角函数,对于函数的处理方法,他采用了通过分析双和三变量函数中每个自变量变化的强弱程度,分别转换成单变量函数。由于托勒玫的“函数”的离散性,他对于函数与函数之间的量值,更多地使用了插值方法进行计算。

在《至大论》至少包括十几种不同类型的天文表,它们依次是:“升起时间表”、“太阳、月球和行星的平运动表”、“太阳、月球和行星的非匀速运动改正表”、“太阳赤纬表”、“黄纬表”、“留点表”、“地平升起和落下表”、“月球视差表”、“新月和满月表”、“日食和月食表”、“不同国王统治的纪年表”等等。其中许多表是为实际使用提供方便而作,每个表格都有一些固定的参数,用文字阐述了每一个表格的使用方法,并且在有些地方提供了如何使用这些表格的指导,这些方法以及对它们的简化和改进的其他形式一直被沿用至中世纪。

## 6. 《至大论》的方法论基础

托勒玫的工作对于近现代科学的产生与发展起了巨大的推动作用,其重要原因就是全面继承和发展了古希腊的科学和哲学思想。下面将通过一些比较典型的案例,详细分析和讨论《至大论》中有代表性的方法,《至大论》作为一部系统而完整的著作,这些方法是值得重视的。

### 6.1 托勒玫宇宙论的逻辑推理基础

在托勒玫的《至大论》卷1中主要论证了地心宇宙论观点的形成,这里,观测和假设占有重要位置。托勒玫在原文中反复利用了归纳法和反证法等逻辑推理的方法。

对于“天空是球形的”观点,在托勒玫之前的学者就从观测现象中得出了一些结论,托勒玫进一步进行了验证。他的工作的重要性是在观测现象与提出的观点之间建立了联系。

托勒玫注意到了“常见星”(相当于现代天文学中的恒显星)的运动——被观测到总是关于一个中心的圆形轨道。形成了球形天空极的概念,越靠近它的那

些星的圆轨道越小,离它远的那些星,以和它的距离成比例的关系画出较大的圆周运动,直到距离大到出现看不见的星。根据这种情况,他注意到那些靠近“常见星”的一些星,总有一段时间看不见,距离“常见星”越远,看不见的时间越长。他得到上述观点的一个推理依据就是,因为所有现象和已经提出的相反的观点相矛盾,这是利用了反证法;在以后的观测中他发现所得到的结论对任何情况都符合,这又是利用了归纳法。

对于天体在地平附近明显增大的现象,他认为这不是由于它们的距离的增加引起的,而是由于观测点到天空之间充斥在地球附近的湿气的发散造成的。正如物体放在水中比它本身大一样。他提出的太阳和月亮在地平附近变大的现象是符合实际的,关于原因的解釋也基本正确。但是他在后来的另一本著作《光学》中把这些现象解释为是心理作用。

除了球形天空的概念,其他任何假设都不能很好地解释日晷的结构。他从物理角度考虑,空间的“以太”能最好并且最接近地描述天体之间彼此相符的成分——只有各种球体的表面能保持彼此相似。他合理地推测,由于围绕在天体周围的以太以与它相似的部分保持匀速圆周运动,所以也具有相同的性质,是球形的。

在对于“地球是球形的”论证中,托勒玫认为:日、月或其他星对地球上每个观测者不是同时升或落,而是对东边的人更早一些,对西边的人晚一些,因为对所有观测者同时发生的食,特别是月食,对不同观测者从未在同一时刻发生,也就是被东边观测者记录的时刻总是晚于西边的,在时刻上的差异与两地的距离成正比。因此可以合理地推断的,地球表面是球面,因为它的均匀的表面被每一个地方的观测者切断,这些观测者反过来又变成有规律的,而他观测到的现象也是有规律的。

如果地球不是球形,上面的现象将不会发生。托勒玫列举了许多反例说明问题。他进一步注意到我们朝北走得越多,南边看不到的星越多,北边看到的星越多。很清楚,地球在南北方向上是一个规则而均匀的曲面,他进一步提出地球在所有方向都是球面。

最后,托勒玫举例说,从任何方向靠近海岸上的山时,首先看到的是山巅,然后才可以逐渐看到山腰和山脚,这说明了地球是球形。我们发现,托勒玫关于天空和地球球形的认识基本上都基于纯粹的天文学证据。

托勒玫认为“地球处于天空的中心”。托勒玫进一步假设如果地球不是宇宙的中心,那么地球必须是下面情形中的任意一个(1)地球不在宇宙的轴上,而是在到两极等距离的轴以外的位置;(2)地球在宇宙的轴上,但是朝向其中一个极

移动;(3)地球既不在轴上,也不与两极等距离。而以上情况通过反证法证明是不成立的。

托勒玫宇宙论的最后也是最重要的一个观点是:地球相对天空的比率——地球无穷小。托勒玫把天空“姑且称作”固定恒星的天球——事实上他已经意识到固定恒星天球有一个运动,现代称之为恒星的进动,在《至大论》第七、八卷中有详细论述。地球相对天空的比率,明显的现象是不管从地球任何地方观测,在任何时候,恒星的大小和距离都是相同的。正如从不同地理纬度观测同一个目标相互没有一点差异一样。一个强烈的事实是,不管在地球上任何地方立一个圭表,把它作为地球的中心,就像浑仪(星盘)的中心一样,对天体的视线和由它们观测的影长与通过真正的地球中心的观测,在数学上的解释是一致的。另一个清楚的迹象是在地球上任何地方所作的地平圈总是平分整个天球(天赤道)。但是如果考虑地球的大小(和天空的比例),并且认为地球大小是能感觉到的,上述情况不会发生;这时只有通过地球中心作的地平圈才会等分天球,而这时通过地表任意一点作的平面只会使得天球的下面一部分大于上面的部分。这些不符合实际情况。所以地球相对天空是无穷小的。

## 6.2 对自然假说的数学化

雅典三大哲学家之一柏拉图(Plato,公元前427—348/7年)是用思辨方法来建立天文学的一个重要代表,他除了赞成“和谐宇宙”的观点外,还将注意力集中在基于数学推理的确定性上,在他看来一个可以接受的清晰答案是:所有天体都在作匀速圆周运动。此后,人们相信理论的价值标准是普遍性,普遍的理论比个别的现象更加可信,如果有少数现象违背了这一点,应该“拯救现象”。

希腊人不仅同意大地是球形的,地球没有运动,而且提出球形的大地在宇宙中心,宇宙被限制在一个巨大的球壳之内。欧多克索斯(Eudoxus of Cnidus)提出了同心球模型(Concentric Spheres),他只简单地用了一对同心圆,就可以解释行星的逆行。但是他为太阳运动所构造的三层球叠套系统,却不令人满意。这是对于行星运动问题的数学解的尝试,它们和描述这些天体如何运动是等价的。他的同时代人卡利普斯(Callippus)给出一个靠增加天球数目而获得更大适应性的系统,使得描述精确度进一步提高<sup>①</sup>。但是很快,同心球体系产生了严重缺陷就是,不能解释更多观测到的现象,增加球层对反映行星与地球中心之间的距离变化不能有所帮助,不能解释行星的亮度变化。

<sup>①</sup> B. L. Van Der Waerden, The Motion of Venus, Mercury and the Sun in Early Greek Astronomy, Journal for the History of Astronomy, 1981, 12:99—113.

希腊人仍然相信和谐宇宙的秘密就是匀速圆周运动,所以他们需要引入更好的模型,并且参考巴比伦的观测或者由此计算得到的参数去发展他们的宇宙理论。阿波罗尼·奥斯(Apollonius of Perga)在他的两个关于宇宙的几何设计中提出本轮均轮模型,本轮均轮的叠加运动正好可以解释行星的轨道不是简单的圆的现象。喜帕恰斯(Hipparchus)在处理观测数据中显示了令人敬畏的技巧,他提出了偏心圆模型,很好地解释了太阳运动的不均匀性;在模型的数学化方面,托勒玫最先提出了“偏心等速点”(equant)概念,假定地球在离开一个给定圆周的圆心有一定距离的点上,那么“偏心等速点”位于地球的镜面对称位置,他考虑的是,圆周上的点不是以匀速运动,而是以变速运动,速度变化的规律是,让一个在“偏心等速点”上的观测者看来是匀速的。他在行星运动理论中引入的“偏心等速圆”的含义也类似。

我们知道,天体运行轨道并不是正圆形,所以任何建立在天体作匀速圆周运动这样一个普遍理论基础上的几何模型,都不能真正弥合模型与实际现象之间的差异,尽管可以通过增加本轮的数目,逐渐地逼近天体运行的实际现象,并且从精度的要求来看,如果不断增加本轮的数目,精度就会不断地提高,但是,模型与计算都将因此而繁不胜烦。17世纪由于第谷的观测(Tycho Brahe, 1546—1601年)达到了前所未有的观测精度,而使得模型与实际现象之间的差异较小。所有前人的努力,促成了德国天文学家开普勒(Johannes Kepler, 1571—1630年)放弃了圆周轨道,而采用椭圆轨道,才彻底解决了这个问题。尽管模型与实际现象之间的差异对于托勒玫来说也是不可避免的,但是托勒玫天文学是在整个过程中最完整地继承和陈述了古代天文学的观测和理论,并且进一步提出新的数学化的理论模型,对由古希腊建立的科学方法进行系统阐述、论证和发展的最重要的天文学。

### 6.3 理想假设的重要性

在托勒玫看来,所谓太阳只有一种非匀速运动,是一种理想假设。托勒玫把太阳运动从一切与它有关的其他运动现象中分离出来,采取了必要的假设。太阳运动的最自然的定义是太阳在这个过程中从一个分点(或至点)或者黄道上的任何一点出发,又回到相同点。托勒玫认为它是最简单的和可能的假设,通过这个假设能很好地解释现象。最后得出回归年是一个常数。这是托勒玫太阳理论的基础。

托勒玫认为:“它是最简单的和可能的假设,通过这个假设能很好地解释现象。”虽然喜帕恰斯已经首次给出比较精确的太阳年年长值,但是太阳运动理论中关于年长的一系列合理论证却是由托勒玫完成的。托勒玫比较了当前和以前



的观测,从它们的一致性进一步认为,太阳年是一个与太阳运动有关的重要参数,观测的所有现象都和这个量有关。在太阳年年长是否固定的问题上,喜帕恰斯对一系列连续的观测有所困惑,认为太阳的运动周期不是恒定长度。这表现出托勒玫和喜帕恰斯处理问题的不同。

还有一个典型的例子是,在取舍前人决定的月球周期关系时,托勒玫通过对许多的数据分析认为,前人决定周期的方法不是简单和容易掌握的,而必须非常小心。他在下面两个假定前提下考虑两个间隔完全相等的两次月食。一方面,除非太阳不受非匀速运动的影响,只有这样,月球经过两个间隔的弧度才可能相等,太阳匀速运动经过这个间隔的弧也相等。其次,他认为不要太注意月球速度的变化,因为在许多情况下月球在相等的时间里经过相等的弧是可能的。这实际上相当于他在考虑决定月球运动的周期时,给出了两个理想条件。

托勒玫认为无论如何,选择两个满足所有观测的完全相等的月食间隔是不可能的,必须在一定条件下考虑。他认为这实际上也是喜帕恰斯在考虑这个问题时以他的方式极慎重地选择两个间隔的原因。但是他明确地以两个假设的形式表达出来。

#### 6.4 托勒玫天文学体系的严密性

为了保证所建立的平运动表格能够长期使用,托勒玫在给出模型和模型参量后,利用新的参量验证了最初的月球平角速度,这显示了他的理论体系的严密性。他发现包含整数月的周期和真实值没有明显差别,但在近点月和交点月周期中有一点出入,为此,他给出了如下新的改正值:

$$\omega_a = 13;3,53,56,17,51,59^\circ/\text{天}$$

$$\omega_d = 13;13,45,39,48,56,37^\circ/\text{天}$$

另外,托勒玫认为在每个天体的平运动表格计算中,有一个不言的前提就是,时间间隔相等,所有的太阳日都是等长的,但是事实上不是这样的。就是说,虽然在表格中的平太阳日有相等的间隔,但是在实际观测中的时间都是以真太阳日计的。因此在《至大论》中托勒玫采取如下方法决定这个时间差。托勒玫考虑到在一个间隔  $\tau - \tau_0$  里包含整数个真太阳日,于是用下面的步骤解决这个问题。

首先,在  $\tau$  和  $\tau_0$  时分别计算太阳的平和真经度,然后得到它们的差  $\Delta\lambda = \lambda(\tau) - \lambda(\tau_0)$  和  $\Delta\lambda_m = \lambda(\tau) - \lambda(\tau_0)$ ;其次,利用赤经表和第一章的球面天文学方法把黄经变化为赤经,最后得到  $\Delta\alpha = \alpha(\tau) - \alpha(\tau_0)$ ;然后计算非负的时间差,得到关于  $\tau$  和  $\tau_0$  的函数如下:

$$|E| = \frac{|\Delta\alpha - \Delta\lambda_m|}{15}$$

那么,当  $\Delta\alpha > \Delta\lambda_m$  时,  $t - t_0 = \tau - \tau_0 + |E|$ ; 当  $\Delta\alpha < \Delta\lambda_m$  时,  $t - t_0 = \tau - \tau_0 - |E|$ 。这样就可以计算得到用平太阳日表示的时间间隔  $t - t_0$ 。

以上我们从托勒玫的纯粹的文字论述中,给出了他在其中包含的数学公式。我们认为他还没有明确负数概念,但是关于时间差的天球图的投影问题他很清楚,所以如果把他的方法和现代天文学计算时间差的公式相比,会发现除了符号问题以外,它们的公式是近似相同的。此外,托勒玫还对一年内  $|E|$  的变化情况作了估计,首先他计算了  $|E|$  对于中天的影响成分,认为它依赖于太阳运动的不等性;其次,估算了黄道倾斜的最大影响成分;然后他把两种影响综合考虑,得到上面给出的公式<sup>①</sup>。

### 6.5 对几何模型的一般考虑

在解释太阳的视非匀速运动之前,托勒玫首先给出关于匀速圆周运动的假设。下面是他的思路:由于人们认识到行星相对天空的向后位移,在每种情形,就好像天空在以匀速圆周的特征向前运动。就是说,如果我们想象天体或它们的圆被(和圆心相连)直线拉着,绝对地,在每种情形下这种直线在相等时间里在它运动的中心画出相等的圆,托勒玫进一步认为它们的视非匀速运动是由那些承载天体运动的圆的位置和次序的不同而造成的。他认为,实质上,就现实中存在的无序的现象来说与它们的永恒特征没有相违背,视非匀速运动的原因可以由两个最基本和简单的假设解释。当它们的运动被认为是和想象的与黄道在一个平面的圆有关,中心正好是宇宙的中心(又它的中心正好是我们观测者),那么能设想,其一,每一个天体匀速运动的圆不与宇宙同心;其二,即使它们有这样一个同心圆,但是它们的匀速运动不在这个圆上,而在另外一个被第一个圆携带的叫做“本轮”的圆上。这两个假设<sup>②</sup>的任何一个将显示太阳运动在相等时间里在与宇宙同心的黄道上走过不相等的弧。

托勒玫认为对基于上面两个假设的视非匀速运动,可以通过一个附加的条件联系起来,这就是,对任何一个假设,只要它们二者都保持相同的比率,所有现象将无差别地被呈现。托勒玫指的比率相同,是指在偏心圆假设中观测者中心与偏心圆中心的距离和偏心圆半径之间的比率,必须等于在本轮假设中本轮半

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984: 169—172.

② 实际上就是偏心圆和本轮两种假设。由 G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest 141—144 页的论述,我们发现托勒玫用假设(hypotheses)来解释他的本轮和均轮模型(model)。

径和携带它的大圆(均轮)半径的比率。另外,天体对不动的偏心向后运动的时间必须等于相对以观测者为心的均轮上的本轮向后运动所用的时间,同时这个天体关于本轮是以等角速度运动的,而它在本轮的远日点的运动是向前的<sup>①</sup>。

如果这些条件都被满足,两个假设将产生同样的现象。首先在两种假设中,匀速运动和视非匀速运动之间的最大差别发生,当考虑远地点和一个象限相比的明显距离时,远地点位置和上面提到的平均速度的位置之间的时间比平均速度和近地点之间的时间长。其次对偏心圆假设和本轮假设而言,在远地点的速度总是向前的,从最小速度到平均速度的时间大于从平均速度到最大速度之间的时间;并且最慢的运动发生在远地点。在后面托勒玫进一步通过这些抽象的比率(也即模型的参量)和实际观测数据,设计各个天体的非匀速运动表格。

托勒玫使用的处理问题的方法和他的许多令人信服的系统陈述,使得他成为在开普勒之前最彻底并且最具天才的理论天文学家,由此,托勒玫天文学体系一步步地建立起来。他的工作是前人对于宇宙进行数学化的继续,他假设了数学化的几何模型,成为他所有工作的基础,特别是,他认为满足所有条件的观测事实是不存在的,必须作“适当的取舍”。也就是给出约束条件,再分别考虑它们。他的整个思路是严密的,突出体现在他对平运动参量的建立与修正,他认为只有这样才能保证从标准历元出发得到的天体黄经的时间函数的准确性和连贯性。托勒玫的方法无疑具有科学的意义,他的先建立平运动,考虑改正后,得到真运动的方法和由观测出发,建立几何模型和必要的参量,最终由观测进行验证的方法被现代天文学继承。

---

<sup>①</sup> 向前,就是从Z到K,实际上托勒玫在这里规定了最小速度将发生在远日点。

## 第四章 中西古代天文学 案例比较研究

### 第一节 中国古代和《至大论》中一些球面天文方法的比较

#### 1. 太阳视赤纬问题

从现代天文学角度来看,太阳视赤纬的测算与晷影漏刻等课题的研究密切相关,它是解决晷影漏刻问题的一个关键。通过解读中国古代文献和《至大论》原文我们发现,古代中国和希腊都意识到了这个问题,都非常重视太阳视赤纬的测算。

在中国古代,太阳视赤纬这个概念是用黄道去极度或者赤道内外度来代替的。《开元占经》内石氏二十八宿中记载有各宿的黄道内外度,是从天球赤极出发度量的,因此它不是黄纬,我们不妨称为“斜黄纬”或“似黄纬”。在印度古代天文学和古希腊时代喜帕恰斯古星表中有许多这类坐标,被称为“伪黄纬”<sup>①</sup>。在《开元占经》内,石氏二十八宿中还记载着各宿的所谓黄道内外度,学术界已经认识到,这些数据可能是在东汉时期测定的<sup>②</sup>。关于“黄道内外度”明确见于可靠文献的,是在《后汉书·律历下》的有关论述及其表格中,这种包含黄道内外度在内的表格形式的测算法是东汉四分历首创的,从此以后,历代历法大多都有太阳视赤纬算法,而学术界已经对这个问题进行了深入研究<sup>③</sup>。

赤纬概念在托勒玫的《至大论》中被他描述为“黄道倾斜度”或者是“赤道和黄道的夹角”,这是在《至大论》中缺少专业术语的一个典型的例子。在卷1中托勒玫不仅描述了他用自己的测量方法所得到的交角<sup>④</sup>,而且通过计算验证了这

---

① H. Vogt, Versuch einer wiederherstellung von Hipparchs Fixsternverzeichnis, Astronomische Nachrichten vol. 224 No. 5354—55(1925):18—54.

② 孙小淳,关于汉代的黄道坐标测量及其天文学意义,《自然科学史研究》,2000,19(2):143—154.

③ 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995.

④ G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London:Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:61—63.

个量<sup>①</sup>。具体过程包括,托勒玫利用了他的简单仪器得到观测值,  $2\epsilon = 47;42, 40^\circ$ , 最终求得黄赤道夹角由  $0-23;51, 20^\circ$  的变化值;由弧求弦时他利用了他的弦表,但是每隔半度的弧值不可能正好是他在实际应用时使用的弧度,因此对于中间值,他利用线形插值法求出,在他的文章里我们常常会看到“by linear interpolation”;从他规定的黄经定义看,他关于黄经的起算点与现代规定是一致的。

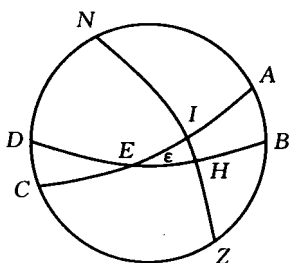


图4.1 求点H的赤纬和赤经

托勒玫在他的《至大论》中已经明确了黄赤道坐标的含义<sup>②</sup>,在他的“弦表”和梅内劳斯(Menelaus, 约公元1世纪)法则的基础上,他给出了相当于现在的赤经与黄经的变换数据表格。托勒玫在《至大论》卷2中解释了这个问题,如图4.1是托勒玫的黄赤道量变换图,给出了赤极Z、赤道AC和黄道DB的天球图,在由黄道和天赤道等大圆弧ZA、ZI和大圆弧EA、EB围成的球面三角形中,他利用了早期球面三角学中的梅内劳斯定理(M. T. 1),得到  $\sin \delta(H) = \sin \epsilon \cdot \sin \lambda(H)$ , 给定不同的黄经值  $EH = \lambda(H)$  从  $0-90^\circ$  变化时,计算赤道与黄道之间的截弧——即太阳视赤纬  $IH = \delta(H)$  的值,最后列“黄道倾斜表”(Table of obliquity of the ecliptic)。

这里的太阳视赤纬也即中国古代的黄道内外度。笔者研究发现,托勒玫的黄赤道量是在没有黄极的情况下定义的,他的太阳视赤纬相当于喜帕恰斯的伪黄纬,也相当于中国古代的“黄道内外度”。

## 2. 黄赤道坐标量变换问题

托勒玫在解决这个问题时,首先选择了一种特殊情况,赤道的极位于地平面上的“垂直球面”(地理纬度  $\Phi = 0^\circ$ ) 的情形,因此,这可以理解成当通过地球上任一地平面的子午线截得的黄道量给定后,求春分点升起或落下的时间。在他的“弦表”和梅内劳斯法则的基础上,他给出了相当于现在的赤经与黄经的变换数据表格。因为黄道12宫每一个天宫相隔约  $30^\circ$ ,托勒玫用线性插值法求出了黄道上每隔  $10^\circ$  对应的赤道弧度(赤经)的变化,并列表<sup>③</sup>。

① 同上,第69—72页。

② D. Duke, “Hipparchus’ coordinate system”, *Archive for History of Exact Sciences*, 56(2002), 427—433, Springer-Verlag 2002; 427—433.

③ G. J. Toomer, *Ptolemy’s Almagest*, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984; 100. “Table of rising times at  $10^\circ$  intervals”中的第1、2、3列。

这与中国古代的求黄赤道进退差问题相类似。中国古代关于赤道宿度转换为黄道宿度的计算是历代编制历法的基础,它们之间的差又称黄赤道差。在二十四史中记录的历法中大多有黄赤道宿度表格,早期是伴随着古人对日月运动和黄道的认识而发展起来,由于古人发现了太阳在黄道上运动,为了方便,必须把二十八宿的赤道距度换算成黄道距度。黄赤道宿度在汉代由于观测和计算昼夜漏刻长度、晷影长度和确定二十八宿的黄道和赤道位置的需要,而进一步得到量化。它的计算与日食预报的关系非常密切。古代早期就开始用仪器测量二十八宿黄道宿度。据《后汉书·律历中》载,贾逵在永元四年(92年)提出,永元十五年(103年)经和帝下诏,由东汉史官在西汉民间基础上,制造黄道铜仪,并测量了二十八宿距星的黄道距度。《后汉书·律历中》有:“仪,黄道与度运转,难以候。是以少循其事。”<sup>①</sup>这间接地表明,这些黄道宿度不是黄经差,而是赤经差的投影,也就是对赤经差换算得到。这些数据资料在光和元年(178年)由议郎蔡邕、郎中刘洪为补续《汉书·律历志》而辑录于《后汉书·律历志》中。

在东汉四分历中还有两张表分别是关于二十八宿在“右赤道度周天三百六十五度四分之一”和“右黄道(宿)度周天三百六十五度四分之一”各宿的“度数”,这是中国历史上第一张黄赤道宿度变换表。但是没有给出详细解释。在下文分析它的测量和计算方法。

在东汉四分历中用“进退差”表示黄赤道差,在张衡的《浑天仪图注》中也有详细的黄赤道进退差的描述,但这已经是后来的事情了。看一下《浑天仪图注》的术文:“上头横行第一行者,黄道进退之数也。本当以铜仪日月度之,则可知也。以仪一岁乃竟,而中间又有阴雨,难卒成也。是以作小浑,尽赤道黄道,乃各调赋三百六十五度四分之一,从冬至所在始起,令之相当值也。取北极及衡各针穿之为轴,……各分赤道、黄道为二十四气,一气相去十五度三十二分之七。每一气者,黄道进退一度焉。所以然者,黄道直时,去南北极近,其处地小,而横行与赤道且等,故以篋度之,于赤道多也。设一气令十六日者,皆常率四日差少半也。令一气十五日不能半耳,故使中道三日之中差少半也。三气一节,故四十六日而差今三度也。至于差三之时,而五日同率者一,其实节之间不能四十六日也。今残日居其策,故五日同率也。其率虽同,先之皆强,后之皆弱,不可胜计。取至于三而复有进退者,黄道稍斜,于横行不得度故也。春分、秋分所以退者,黄道始起更斜矣,于横行不得度故也。亦每一气一度焉,故三气一节,亦差三度

① [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975,3055,3075,3033,3076。

也。……”这里利用了小浑模型,如用竹篾作黄道圈,然后考虑进一步制造黄道铜仪。“本二十八宿相去度数,以赤道为距尔,故于黄道亦有进退也。”<sup>①</sup>,于是进一步计算各宿的黄道进退之数。

由东汉四分历两张二十八宿黄赤道变换数表,得到各宿的黄道进退之数,从牛宿起依次为

$$(8+12+10+17+\cdots) - (7+11+10+16+\cdots) = +1, +2, +2, +3, \cdots$$

即牛宿为  $8-7=+1$  度,女宿为  $(8+12)-(7+11)=+2$  度,虚宿为  $(8+12+10)-(7+11+10)=+2$  度等等。

关于这时期的黄赤道进退差的值,学术界基本认为是测量得到的,但是也有一些规律,如张衡提出的三气一节差三度,即黄赤道进退差的变化在进三度与退三度之间,这个规定一直到隋代都没有改变<sup>②</sup>。中国传统的黄赤道差计算带有浓厚的经验色彩。利用二次内插法计算黄赤道进退差的方法,始自刘焯的《皇极历》。虽然古代中国没有建立球面三角学,但是利用特有的测算方法解决了球面三角中弧的测量和变换。

托勒玫在《至大论》卷 8.5 中给出了黄赤道坐标转换的一般情况,这是他处理一般球面三角的一个典型例子。托勒玫给定一个星  $I$  的黄道纬度  $\beta$ ,求它的赤纬  $\delta$  的方法如下。

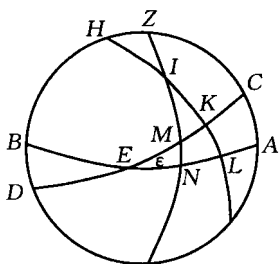


图 4.2 由黄道坐标  
求赤道坐标

如图 4.2, 赤极是  $Z$ , 黄极是  $H$ , 过  $Z$ 、 $H$  做的大圆叫做至圈, 它和赤道交于  $A$  和  $B$ , 和黄道交于  $C$  和  $D$ ,  $E$  是春分点。过星  $I$  和黄极  $H$  做大圆和赤道黄道分别交于  $K$ 、 $L$ , 过星  $I$  和赤极  $Z$  做大圆和赤道黄道分别交于  $M$  和  $N$ , 那么这个星的坐标量是  $\lambda = EK$ ,  $\beta = KI$ ,  $\alpha = EN$ ,  $\delta = NI$ 。在大圆弧  $AH$ 、 $AN$  和大圆弧  $LH$ 、 $ZN$  围成的图形中应用定理 M. T. 1

$$\frac{\sin HA}{\sin AZ} = \frac{\sin HL}{\sin LI} \cdot \frac{\sin IN}{\sin NZ}$$

化简得

$$\frac{\sin(90^\circ + \epsilon)}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin HL}{\sin LI} \cdot \frac{\sin \delta}{\sin 90^\circ},$$

① [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京,中华书局,1975:3075.

② 严敦杰,中国古代黄赤道差计算法,《科学史集刊》(第一期),1956:58.

$$\cos \epsilon = \frac{\sin HL}{\sin LI} \cdot \sin \delta \quad (4.1)$$

这里  $\sin HL = \sin(90^\circ + KL) = \cos KL$ ,  $\sin LI = \sin(LK + \beta)$

因为弧  $LK$  不垂直于赤道, 所以它不是赤纬。但是可以由卷 2.8 中“每隔  $10^\circ$  的升起时间表”, 可以先求弧  $EL(\alpha)$ 。然后进一步由式(4.1), 可以求出  $\delta$ , 可以看出  $\delta$  是  $\lambda$ 、 $\beta$ 、 $\epsilon$  的函数。

托勒玫应用定理 M. T. 2,

给出

$$\frac{\sin ZH}{\sin HA} = \frac{\sin ZI}{\sin IN} \cdot \frac{\sin NL}{\sin LA}$$

$$\tan \epsilon = \operatorname{ctg} \delta \cdot \frac{\sin NL}{\sin LA} \quad (4.2)$$

这里  $NL = NA - LA = 90^\circ - \alpha - LA$ ,  $LA$  由卷 2.8 中的表格  $KD = 90^\circ - \lambda$  得到。最后, 由公式(4.2)求得  $\alpha$ 。以上方法是托勒玫处理一般球面三角的一个典型例子。

### 3. 昼夜长短和黄道上上中天点的时间计算

标题里的问题分别对应于中国古代的昼夜漏刻长短、昏旦中星的观测和计算, 和中国古代一样, 托勒玫也考虑解决关于地球上的昼夜变化规律, 黄道上上中天的点的时间, 以及时间计量方法等等问题, 他把这些问题归结为建立一个“升起时间表”<sup>①</sup>, 他认为在此基础上, 所有其他和这个话题有关的问题不需要通过几何证明或建立特殊表格就很容易解决。关于“升起时间表”建立的原理, 托勒玫在《至大论》中描述如下, 如图 4.3,  $ABCD$  是子午圈, 地平圈是  $BED$ , 通过东点  $E$  的赤道是  $AEC$ , 黄道是  $HF$ ,  $H$  是春分点,  $K$  是北天极, 黄道上的点  $F$  的黄经是  $\lambda(F) = HF$ , 它刚好和赤道上的点  $E$  同时升起, 对任意的  $\lambda(F)$  值, 求上升弧段  $HE$  是多少?

托勒玫在弧  $CE$ 、 $CK$  和弧  $ED$ 、 $KM$  相交的图中利用梅内劳斯定理给出了当  $\lambda(F) = 30^\circ$  时,  $\theta(\lambda_\odot, \phi) = HE$  的值<sup>②</sup>。

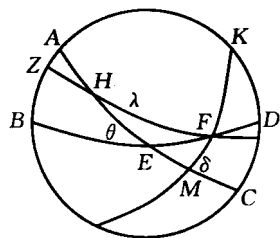


图 4.3 “升起时间表”的计算

① 又称“赤经表”, 古希腊天文学家由考虑天体的“升起时间”或者“时间度”而创造了相当于现代天文学的“赤经”概念。

② ⊙符号表示太阳。



“升起时间表”是在托勒玫球面天文学中解决实际问题的最有效的工具。首先,在托勒玫看来,赤经不只是坐标量,而在直球面中是升起的“时间度”,因此“升起时间”问题可以直接应用在“一天”时间长度的测定中,即昼长的计算。利用“升起时间表”可以得到:

$$\text{昼长 } t = \theta(\lambda_{\odot} + 180^{\circ}, \phi) - \theta(\lambda_{\odot}, \phi)$$

这个公式的天文学意义是,在图 4.3 中,  $F$  表示上升的太阳,那么在  $F$  对面的黄道和地平相交的那个点和赤道上与太阳同时下落的点有关。托勒玫进一步论述了当一个人从赤道向北移动时,太阳上升时间将从  $\theta(\lambda_{\odot}, 0^{\circ})$  到  $\theta(\lambda_{\odot}, \phi)$  减少。因此半日长将以量  $[\theta(\lambda_{\odot}, 0^{\circ}) - \theta(\lambda_{\odot}, \phi)]$  增加。

如果想知道黄道上太阳上中天的时间,托勒玫取从最近一个中午到给定时间昼或夜的整个季节小时<sup>①</sup>乘以适当的时间度( $15^{\circ}$ /小时),把这个结果加到“垂直球面”中太阳的升起时间中,即:  $\theta(\lambda_{\odot}, 0^{\circ}) = t \times 15^{\circ} + \theta(\lambda_{\odot}, 0^{\circ})$ , 随着“垂直球面”升起的黄道将在那个时间上中天。

托勒玫计算了黄道上与相同的至点等距离的点和与相同的分点等距离的点两种情形下,被赤道南北相同的平行圈切割后的不同昼夜长度,他得到在南北半球相对应的位置,南半球平行圈上的夜长(昼长)正好等于相对的北半球平行圈上的昼长(夜长),认识到了南北半球明显的对称性。

托勒玫认为,生活在相同子午圈下面的人,太阳到正午和到子夜的时间距离相同;生活在不同子午圈下面的人,太阳到正午和到子夜的时间距离不同,其差等于一个子午圈到另一个的度数。这是对于太阳上中天规律的正确认识。由此看来,托勒玫的关于昼夜长度的计算和黄道上天体上中天时间的计算,建立在他的空间天球概念的基础上;他很好地认识了黄赤道量的本质特性,进一步发展了“升起时间表”等一系列球面天文计算方法。

## 第二节 太阳年长度测定的比较

### 1. 中国古代对回归年长度的测定

在从春秋战国时期的古四分历到东汉四分历这段将近 1 000 年的时间里,年长一直采用  $365\frac{1}{4}$  日,前面已经提到,这个数据有可能是通过“立杆测影”方法

<sup>①</sup> 由于一年之中不同季节的昼夜长度不同,按照这种昼夜长度变化定义的时间单位,就是季节小时。

连续测量四年的冬至点之间的时间间隔,再除以4而得到的。这是古代测算年长的比较有代表性的方法。依次推演,如果采用尽可能长时间的观测作为间隔,可以缩小平均误差,从而提高测算精度。有的文献把回归年的单位记为“度”,按照中国古代对于“度”的规定,说明“日”和“度”,没有严格区分,它的长度值也不受影响。东汉末年,历算家刘洪(约129—210年)发现四分历冬至时刻后天的现象,他分析其原因,并给出一个新值。在相当长的时间里产生过重要的影响。刘洪从自古迄今的观测记录中,悟得“四分于天疏阔”,刘洪本人做了20多年的观测,他采用了年长 $365\frac{145}{589}$ 。但是刘洪是怎样得到这个新的回归年值的,他使用的方法到底是什么,还需要进一步研究。祖冲之“考影弥年,穷察毫微”,对于推求冬至时刻方法有重大改进。从而提高了连续两次冬至之间的长度——年长,上文在圭表测影中,已经详细介绍了他的方法。

何承天(370—447年)“立八尺之表,连测十余年”,他在当时测影手段并不先进的情况下,尽力把测影工作做得精细,将测定冬至时刻的误差降到了50刻左右。不仅如此,何承天曾经对关于东汉四分历历元问题的争论评价说:“四分于天,出三百年而盈一日。积代不悟,徒云建历之本,必先立元,假言讖纬,遂关治乱,此之为蔽,亦已甚矣。”这里涉及了一个新的回归年值,就是“出三百年而盈一日”,这与本书下面探讨的古希腊回归年值完全相等。

可惜关于何承天如何得到这个新值,没有史料可考,在历史上也没有受到重视。在何承天生活的南北朝时期,印度天文学已经传入,何承天的一系列天文工作可能会受其影响,因此,我们推测这一新的回归年长可能是从古希腊经由印度传入中国的,但要得出确切结论还需要更多的史料和进一步的研究。

周琮(1010—1080年)和姚舜辅(1064—1125年)是北宋时期在测定冬至时刻上贡献最大、影响也最深远的两个人。周琮还详细地讨论了计算方法:“先测立冬晷景,次测立春晷景,取近者通计,半之,为距之泛日;乃以晷数相减,余者以法乘之,满其日晷差而一,为差刻;乃以差刻(求冬至,视其前晷多者为减,少则为加,求夏至者反之),加减距之泛日,为定日;仍加半日之刻,命从前距日辰,算外,即二至加时日辰及刻分所在。”<sup>①</sup>根据《宋史》记载,杨忠辅(1160—1227年)著有《八历冬至考》一卷、《晷景考》一卷、《临安午中晷景常数》一卷和《将来十年气朔》二卷等有关圭表测量的书。他对回归年长度的测定取得了重大的进展。郭守敬(1231—

① 《历代天文律历等志汇编》(6),北京:中华书局,1976:1767。

1316年)在众多前人测定的数据中选择杨忠辅的回归年长度值不是偶然的<sup>①</sup>。

综上,中国古代的回归年长度测定和冬至时刻的测定是紧密相关的。回归年长度最初都是实测数据,后来发展到用计算导出,但无论从哪个角度,回归年数值的发展都经历了精度不断提高的过程。这个过程与以下几方面有关:圭表测量技术的改进;尽可能采用日差大的观测值和长期的观测作为间隔,缩小平均误差;采用多组测影结果进行至日时刻的推算;取用各组影长的平均值作为确定至日时刻的依据;从实践中总结出宝贵的经验等等。

## 2. 托勒玫对回归年长度的测定

对于托勒玫而言,太阳理论中首先涉及的是年长这个基本常数,他认为关于年长有以下三个主要问题:哪一个年长对太阳理论是实质性的?这个年长有固定长度吗?这个年的长度是多少?对第一个问题,托勒玫意识到365天的埃及年没有任何天文意义,因此在这个历法中规定的月和太阳运动的物理影响如季节的变化,没有任何联系。他认为太阳理论的主要目的之一是必须解释由于太阳的周年运动产生的季节问题,而埃及年中不涉及这些理论。这个事情整体强调的经验事实是,四季和太阳沿黄道的视运动有关。

托勒玫认为回归年和太阳理论有实质联系,因此他把太阳连续两次返回同一春分点(或至点)的时间周期定义为一个回归年,因为只有这个年能在变化的季节和年的长度之间保持关系。

关于太阳运动的第一个问题是年的长度问题。托勒玫从前人的文献,特别是喜帕恰斯这个“勤奋而又热爱真理的人”的文献中看出,他们对这个话题困惑的主要原因是当考察太阳回到同一点(或至点)的明显的回归运动时,他会发现年长超过365天不到1/4天,但是当他考察太阳返回同一固定恒星时,年长比 $365\frac{1}{4}$ 天大。然后喜帕恰斯得出固定恒星也有很慢的运动<sup>②</sup>。

像喜帕恰斯一样,托勒玫也知道恒星年是返回同一恒星的时间<sup>③</sup>。但是发现回归年比 $365\frac{1}{4}$ 天短,而恒星年比它长,对依巴谷,它是固定恒星相对固定黄道和它的分点向东有适当的运动。托勒玫对此有一个不同的解释,就是认为所有恒星沿黄道东进而否认春分点西退<sup>④</sup>。现在看来这是由于春分点自东向西沿黄道缓慢运动的岁差的影响造成的。这是托勒玫岁差理论的开始点,后来在

① [明]宋濂,《元史·历志》,北京:中华书局,1976:1122。

② G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984. 131.

③ G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984. 卷3, 1.

④ G. J. Toomer, "Ptolemy", Dictionary of Scientific Biography: 186—188.

卷7第2—3章中得到更详细的发展。托勒玫在后面讨论固定恒星球时将进一步探讨事实确实是这样,以及这些是怎样发生的。从他的《至大论》的章节编排看,岁差理论很靠后,因为它必须以前面建立的太阳和月亮理论作为基础。

当考察太阳年长度时,托勒玫解释了为什么恒星年不能和季节合拍,以至必须放弃它在太阳理论中作为基本常数的观点。托勒玫认为必须考虑的唯一参考点是太阳自身的返回,那是它来回移动的周期,是在被它自己运动限定的黄道圈上;而且必须考虑太阳从黄道上同一点出发又回到相同点所用的时间决定年的长度。他用了较大的篇幅从不同角度考虑,认为这些点可以是黄道上的分点(或至点)。

关于第二个问题,喜帕恰斯对一系列连续的观测有所困惑,认为太阳的运动周期不是恒定长度,托勒玫认为这只能通过长时间的观测决定。托勒玫从喜帕恰斯的计算猜测,他对太阳年长度不规则的怀疑的一个主要原因是他作的观测。因为他从年长归于 $1/4$ 天的剩余大量观测发现这个间隔没有什么差别,他认为有时由于仪器的结构和放置导致的相关误差是可以解释的。托勒玫认为由于喜帕恰斯毫不怀疑太阳只有一种非匀速运动,所以年长只能由返回同一分至点决定;另外,当考虑太阳周期是常数时,会看到在观测现象和基于以上假设的计算之间没有任何明显差异。但是如果相反,将会产生很明显的误差。

第三个问题是年长是多少?托勒玫认为当观测用了很长时间,超过365天的剩余天被观测之间间隔的许多年的总剩余分配后得到,并且观测用的时间越长,决定的运动周期的精度越高,这个规则不仅适用于这种情形,而且适用于所有周期运动。他说:“一个小的误差当分发于小数量的年,使得周年运动的精度较低,时间越长,积累的误差越大;但是当把它分配于大数量的年后,使得精度提高了。”<sup>①</sup>托勒玫充分考虑了既古老又准确的观测的周期,在大量的由默冬(雅典天文学家,他的长期观测决定了我们在第一章提到的默冬章)学院、欧克特蒙学院和亚里士塔库学院的数学家们对夏至点的观测值中,选择那些被喜帕恰斯特别强调和很保险地决定的春分点的观测,和他自己用仪器测量的精度很高的观测。由此他发现在大约30年的时间里分点(或至点)的发生比一天的 $1/4$ 天早。下面我们论述《至大论》中对喜帕恰斯观测和思考的详细记载<sup>②</sup>:

① O. B. Sheynin, *Mathematical Treatment of Astronomical observations*, Arch. Hist. Exact Sci. 1973(11), 97—126.

② 下面列举的关于《至大论》中的观测,详见本书中的表格3.1“太阳理论的观测数据”。

喜帕恰斯考虑了观测  $S_6$  和 285 年之后的观测  $S_{13}$ , 因此比较回归周期, 285 个完全的埃及年(一年 365 天)中有  $70\frac{1}{4} + \frac{1}{20}$  日的剩余日(闰日); 而不是按照卡利普斯历法的年长精确地等于  $365\frac{1}{4}$  天。在 285 个埃及年中有  $71\frac{1}{4}$  个剩余日(闰日), 所以年长的尾数应该是

$$\left(70\frac{1}{4} + \frac{1}{20}\right) / 285 = 1406/5700 \approx 0.2466\cdots$$

另外喜帕恰斯考虑观测  $S_7$  和 285 年之后的观测  $S_{14}$ , 发现这个周期的增量, 和同样 285 个埃及年的增量相比, 是  $70\frac{1}{4} + 1/20$  天, 而不是  $71\frac{1}{4}$  天。因此得到春分点回归的发生将是在 285 年里一共早

$$71\frac{1}{4} - (70\frac{1}{4} + 1/20) = 19/20 \text{ 天}。$$

托勒玫考虑到, 既然  $1 \text{ 天} : 19/20 \text{ 天} \approx 300 : 285$ , 所以得出太阳回归到春分点发生时间比它本来的  $365\frac{1}{4}$  天早, 大概 300 年早一天。可由下式计算得到:

$$[(70\frac{1}{4} + 1/20)/285 - 1/4]300 = 1 \text{ 天}$$

托勒玫把古代在默冬学院对夏至点的观测和他对至点的尽可能精确的观测比较后得到相同的结果。用同样的办法他另外计算了合 571 个埃及年内剩余天的增量是  $143\frac{5}{6}$ , 所以年长的尾数  $= 143\frac{5}{6} / 571 \approx 0.246643$  天。

$$\text{并且 } \left[143\frac{5}{6} / 571 - 1/4\right] \times 600 = 2 \text{ 天}$$

虽然喜帕恰斯也给出了比较精确的太阳年长值, 但是太阳运动理论中关于年长的一系列合理论证却是由托勒玫完成的。托勒玫比较了当前和以前的观测, 从它们的一致性进一步认为, 回归年是一个与太阳运动有关的重要参数, 观测的所有现象都和这个量有关。他把一天分配到 300 年中, 每年得到一天的 12 秒, 从一年的  $1/4$  增量中减去它, 得到年长是  $365;14,48$  天 ( $365.2466$  日)。这就是托勒玫从到手的资料中得到的最可能的回归年年长值。

综上所述, 古代中国和古希腊在回归年的研究方面都遵循了测量和计算结合的测算原则, 在测量中都提出了时间间隔愈长, 得到的年长愈准和日影关于冬至点对称的思想。但是测算方法存在明显的不同: 古希腊明确建立了基本的

空间几何概念,形成了判断和逻辑严密的论证,比较重视建立一套由观测出发的公理化系统,整套思想方法被近代科学所继承;中国古代比较重视经验和具体细节,关于回归年的测算精度不逊于古希腊,说明其采用的方法和对于晷影的认识是科学的。总之,古代中国和古希腊天文学中回归年测算方法的不同所导致的结局和各自的出路是不同的。

### 第三节 中西古代黄赤交角测算的比较

#### 1. 托勒玫对黄赤交角的测算

托勒玫在《至大论》的第一卷详细阐述了他的天球观,认为太阳的运动量在偏赤道南北的圆上等量增加,并且所有行星朝东的运动也在同一个环上,所以他提出第二种关于倾斜圆的极为轴、与赤道上的运动方向相反的运动,他称这个倾斜圆<sup>①</sup>为黄道。

赤道和与它倾斜的黄道(倾斜一个合适的角度)各自有两极,托勒玫做了如下规定:过上面提到的赤道两对极作一个大圆,如果它垂直于地平圈,称之为子午圈,它将平分赤道和黄道。在黄道上有四个点,与赤道相交的相对的两个点,它们被称作分点,行星在其上从南到北的交点叫做春分点,另一个叫做秋分点;过两极作的圆与这两个交点相对,它们被称作至点,赤道南的叫做冬至点,赤道北的叫做夏至点。

在赤道上的运动和在黄道上的运动相关联。关于至点之间的弧,托勒玫作出从 $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$ 之间每隔半度的圆弧所对的弦的表——“弦表”。有了表格化的弦长后,首先要确定黄道相对于赤道的倾角——黄赤交角,也就是过赤道两对极作的圆在黄赤两极之间截得的弧。

托勒玫使用下面的简单的仪器测量并决定黄赤交角。如图 4.5 是一南北方向放置的仪器,我们姑且称之为子午环仪,它的结构如下:它的主要部分是位于同一平面的联结的两个环,用相对的两个相同的金属板在小环的侧面固定小环,使得小环能在大环内以南北为轴自由运转。为了使它适合各种用途,把这个套在一起的环固定在金属柱上,金属柱的底座是一个水平放置的长方形金属截面。

<sup>①</sup> 托勒玫在月球理论中把白道称为倾斜圆(inclined circle)。在这里是用 oblique circle 表示黄道。虽然托勒玫很清楚它们的区别,但是如果从字面理解没有明显差别,由此可见在《至大论》中缺乏限定名词术语的习惯。

在使用时,首先,使得环面垂直于地平面,同时平行于子午线,为此,在环上的天顶方向选择一点作为悬挂铅垂线的点,然后调整底座各关节,使得铅垂线正对天顶;其次,从侧面注视移动金属柱的下边的面和运动的环面直到它们平行于子午线,仪器的环上用等分线标注。以上述方法放置好仪器后,我们通过转动内环在正午观测太阳南北方向的运动,直到较低金属板完全被较高的金属板的同样投影遮挡。这时指针的尖端告诉我们从天顶到太阳的距离,沿子午环测量它的度数。

还有另一种更简便的方法可以使用,用一个坚硬的正方形石头或木头片代替这些环,它的一面要非常光滑符合要求,在其上靠近一个角选一点为中心画一个象限弧,并等分象限弧为  $90^\circ$ ,把这些刻在这个石头面上,如图 4.5。在垂直于地平面的直线和底边朝南的直线上分别固定两个圆柱钉,垂线上的钉子一个在象限弧的中心,另外一个在垂线末端,其他两个钉与前两个钉的连线和底线成相等的角。然后,沿子午线放置石头,使得画在石头面上这部分子午线和实际的子午线平行。关于确定子午线的方法,公元前 1 世纪,亚历山大城和第欧得路斯(Diodorus)曾经利用三个直立的圭表投影解决了这个问题<sup>①</sup>。使用铅垂线保证两个钉之间的垂线垂直于地平面以及和底线成相等的角,再通过调整底座各因素弥补不足。正如前面的观测方法,在正午观测中心木钉的投影,为了准确,在石头弧面上放一些其他的目标使得影子通过它们。在象限弧上标志影的中点就是在南北方向的子午线上的太阳的位置。

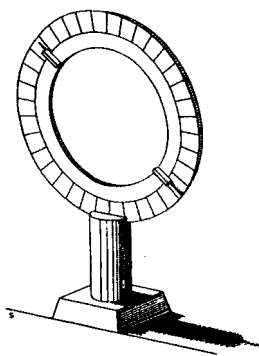


图 4.4 子午环仪

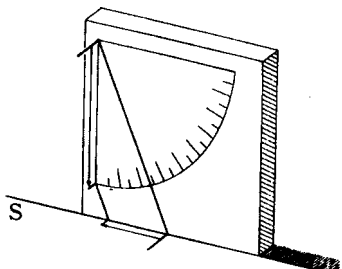


图 4.5 可代替子午环仪的简单装置

<sup>①</sup> O. Neugebauer, A History of Ancient Mathematical Astronomy, Springer-Verlag. 1975, 2:841—842.

这些观测,特别是对在至点附近的观测比较可以反映出太阳回归运动,从天顶到太阳的距离就是同一至点在子午线上到天顶的量。太阳在最南到最北点之间的弧就是冬至点和夏至点之间的弧,设为  $2\epsilon$ ,则托勒玫测量得到:

$$47 \frac{2}{3}^{\circ} < 2\epsilon < 47 \frac{3}{4}^{\circ},$$

喜帕恰斯也测量过这个量,他得到  $2\epsilon$  大约是  $11/83$  倍的圆周,可知

$$2\epsilon = \frac{11}{83} \times 360^{\circ} = 47;42,93,2^{\circ}$$

所以喜帕恰斯测定的黄赤交角  $\epsilon = 23;51,20^{\circ}$ ,而托勒玫测定得  $2\epsilon$  是在  $47;40^{\circ}$  和  $47;45^{\circ}$  之间,不是平均数<sup>①</sup>。那么, $\epsilon$  是在  $23;50^{\circ}$  和  $23;52,45^{\circ}$  之间。

## 2. 东汉时期对黄赤交角的测算

中国古代对黄赤交角的测量以及相关问题中,最早明确提到黄道的是《石氏星经》,永元四年(公元前 92 年)贾逵说:“石氏星经曰:黄道规牵牛初直斗二十度,去极百一十五度。”<sup>②</sup>《石氏星经》不是战国时期的石申所作,而是汉代人的托古之作,所以这里对于黄道去极度的描述实际上暗含了汉代早期对于黄赤交角的测量工作,这里牵牛初是冬至点的代名词。就是说,冬至这天黄道去极度是 115 古度,那么减去象限角 91 古度,得到黄赤交角是 24 古度。

通过对于汉代几次用浑仪测得的黄赤交角结果的分析认为,汉代采用的黄赤交角值分为三个阶段。第一阶段,东汉早期,傅安等人制造了一架黄道铜仪,黄赤交角采用 24 度,公元 92 年,贾逵极力向朝廷推荐这个仪器。按照贾逵的建议,102 年铸成“太史黄道浑仪”,黄赤交角也采用了这个数据。此后 20 年左右,张衡制造著名的“水运浑象”也采用了它。24 古度即  $23^{\circ}39'57''$ 。第二阶段,刘洪和杨伟所用黄赤交角值与东汉四分历相同,都采用  $23^{\circ}37'35''$ 。这个时期给出了“二十四节气日所在、黄道去极、晷景、昼漏刻、夜漏刻、昏中星、旦中星”的系统数值,关于黄道去极有清楚的算法如下:“黄道去极、日景之生,据仪、表也。”明确指出二十四节气黄道去极度和日影长度是分别使用浑仪和圭表测定,东汉四分历首创黄道去极度测算法为浑仪测量法和圭表间接测算法,并限定了后代历法黄道去极测算的发展模式。第三阶段是王蕃时代,他

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, published by Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:45—47, 63.

② [晋]司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975:3027.



对黄赤交角又取值为 24 古度,这是对于前辈的工作进行权衡、总结后作出的选择。

24 度这个数值的取得,是经过反复测量和计算的,这是学术界一致认可的<sup>①</sup>。测量和计算这个黄赤交角所用的方法主要是利用加有子午环的浑仪直接测量冬夏至太阳去极度而得到,其基本原理如下:

如果冬夏至太阳去极度分别表示为  $p_w$  和  $p_s$ ,那么黄赤交角

$$\epsilon = \frac{1}{2}(p_w - p_s)$$

具体测量方法是,在测量冬夏至太阳去极度时,用浑仪的窥管直接照准太阳,使太阳的上(或者下)边缘位于窥管正中间后,在子午环上读数。如此操作,既简便易行,又可以不考虑对太阳视半径、蒙气差和视差的改正。至于增加了对于蒙气差和地平视差的改正,那是后来的事情,在这里我们不赘。

### 3. 精度比较

根据现代天文学,黄赤交角有缓慢减小的趋势,其随时间( $t$ :公元年)而变化的理论公式为:

$$\epsilon = 23^{\circ}27'08''.26 - 0''.468\,45(t-1900)$$

按照这个公式计算得到,公元 130 年(这是张衡和托勒玫的主要活动年代)的黄赤交角理论值为  $23^{\circ}40'37''$ 。通过和以上中西测量值进一步比较认为,这个时期中国的黄赤交角测量值的精度精于古希腊的。

## 第四节 中西古代太阳运动理论比较

### 1. 古希腊太阳中心差曲线和速度曲线

根据托勒玫在《至大论》中的“太阳非匀速运动表”(表 4.1)和他建立表格所依据的线性原则,特别是他的文字阐述<sup>②</sup>,通过进一步分析给出了太阳中心差曲线,如图 4.6。依据这个表构造的图形符合似正弦曲线。

① 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995:94—125。

② G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:165—172。

表 4.1 太阳非匀速运动表

1 2 太阳远地点黄经		3 改正值	1 2 太阳远地点黄经		3 改正值	1 2 太阳远地点黄经		3 改正值
6°	354°	0° 14′	93°	267°	2° 23′	138°	222°	1° 39′
12	348	0 28	96	264	2 23	141	219	1 33
18	342	0 42	99	261	2 22	144	216	1 27
24	336	0 56	102	258	2 21	147	213	1 21
30	330	1 9	105	255	2 20	150	210	1 14
36	324	1 .21	108	252	2 18	153	207	1 7
42	318	1 32	111	249	2 16	156	204	1 0
48	312	1 43	114	246	2 13	159	201	0 53
54	306	1 53	117	243	2 10	162	198	0 46
60	300	2 1	120	240	2 6	165	195	0 39
66	294	2 8	123	237	2 2	168	192	0 32
72	288	2 14	126	234	1 58	171	189	0 24
78	282	2 18	129	231	1 54	174	186	0 16
84	276	2 21	132	228	1 49	177	183	0 8
90	270	2 23	135	225	1 44	180	180	0 0

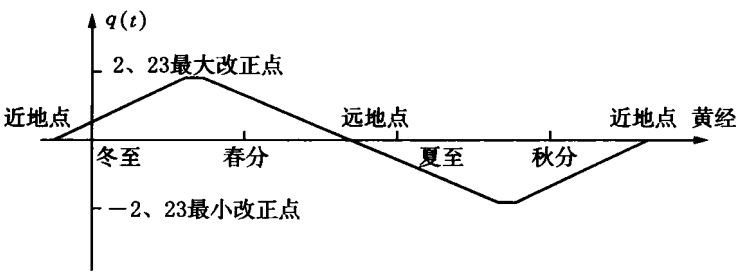


图 4.6 托勒玫太阳中心差曲线

从中心差表里无法判断太阳非匀速运动的速度究竟是如何变化的,一个有效的办法是对“中心差表”求一阶差分,得到它的瞬时速度,并且给出速度曲线,如图 4.7。

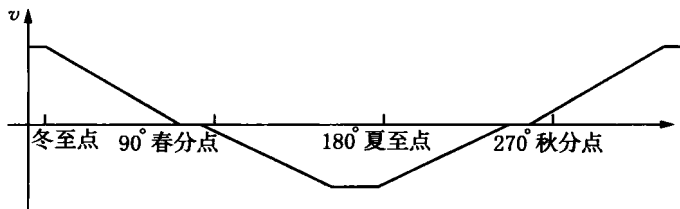


图 4.7 托勒玫太阳运动速度变化曲线

2. 近地点平黄经计算精度的分析与比较

由相对运动原理可知,太阳近地点平黄经同于地球的近日点平黄经,后者由现代天文学得知是一个随时间而变化的量:

$$\omega = 281^{\circ}13'15''.00 + 6\,189''.03T + 1''.63T^2 + 0''.012T^3 \tag{4.3}$$

式中  $T$  为 1900 年起算的儒略世纪数。下面我们分别计算了不同时期的近地点平黄经列于表 4.2。

表 4.2 古代希腊与中国太阳理论的几个重要参数的比较

时间或历法	约 120BC	约 140 年	皇极历	大业历	大衍历	崇玄历	纪元历	授时历
			604 年	608 年	728 年	893 年	1106 年	1281 年
$\omega$ 实际值	245; 30°	245; 30	270	270	270	270	270	270
$\omega$ 理论值	246; 14°	250; 04	259; 01	259; 08	261; 13	262; 74	263; 95	270; 60
绝对误差	-0; 44	-4; 34	10; 99	10; 92	8; 87	7; 26	6; 05	-0; 60
中心差 $2e''$ (历测值)		143'	163; 76	125; 36	143; 29	143; 51	143; 93	142; 00
中心差 $2e$ (理论值)		138; 26	118; 75	118; 74	118; 42	117; 98	117; 40	116; 92
绝对误差		4; 34	45; 01	6; 62	24; 87	25; 63	26; 53	25; 08

由公式(4.3)的计算值可以看出,近地点平黄经  $\omega$  的理论值有随时间而逐渐增加的趋势,也就是说,太阳近地点有越来越接近冬至点的趋势。但是中国古代历法基本上把冬至点当作近地点,就是实际上的近地点平黄经  $\omega$  始终选择 270°,这会带来较大的系统误差。而且从上表看到,年代越早,近地点平黄经的误差越大;由于近地点黄经具有长期变化,这个系统误差到了元代《授时历》基本自然消失。这个系统误差表现在中心差曲线图中就是它的正弦曲线整体滞后,滞后的量等于近地点平黄经的绝对误差(如果绝对误差为负,则整体提前)。由

此发现太阳运动曲线应该是以远(近)地点线——拱线成严格对称,而不是冬、夏至点为对称的。表 4.2 的第 2 和第 3 栏分别是喜帕恰斯和托勒玫时代的近地点平黄经值,由于托勒玫直接引用了喜帕恰斯的观测值,而没有注意到远地点黄经的长期变化,所以喜帕恰斯的精度要高于托勒玫的。总的来说,古希腊的近地点平黄经的精度是比较高的。

托勒玫计算中心差的公式如下:

已知远地点平黄经  $a_m$ , 有

$$\sin q(a_m) = \frac{DK}{DZ} = -\frac{e \cdot \sin a_m}{\Delta(a_m)},$$

这里  $\Delta(a_m) = DZ = \sqrt{e^2 \sin^2 a_m + (\cos a_m + R)^2}$  ①。

由此可以得到他的中心差表格。如果采用真远地点黄经  $a$ , 得到

$$\sin q = \frac{e}{R} \sin a$$

所以  $\sin q_{\max} = \frac{e}{R}$ , 这时  $a = 90^\circ$ 。

依据有关参数值, 计算得到  $q_{\max} = 2;23^\circ$ 。

按照现代天文学, 天体沿椭圆轨道的真近点角  $V$  和平近点角  $M$  之间的关系是

$$V - M = 2e \sin M + \frac{5}{4}e^2 \sin 2M + \dots\dots$$

这里  $V - M$  就是中心差, 即天体的实际行度与平均行度的差,  $e$  为黄道偏心率, 也随时间变化, 变化公式是  $e = 0.01675104 - 0.00004180T - 0.0000000126T^2$ , 式中  $T$  的含义和式(4.3)的相同。

这里需要强调一点就是, 当太阳在黄道上的真运动达到离远地点  $90^\circ$  时, 中心差的最大值就是太阳对偏心圆中心和黄道中心所张的角, 所以在规定了它们的半径后, 最大中心差就等于偏心率, 通常把这个偏心率用  $2e$  表示。

分别计算出托勒玫、古代中国不同历法以及现代天文学的中心差, 并把这些计算结果进行比较的工作, 已经有学者作过, 而且进一步得出结论认为唐宋时期的几部重要历法的中心差算式的精度逊于古希腊和印度的算式, 而授时历与之相比, 太阳、月亮和金星稍逊, 木、土、水星相同, 火星则较优, 可以说总的精度水

① Olaf Pedersen, A Survey of the Almagest, Odense: Odense University Press, 1974, 139.

平已经相当接近了<sup>①</sup>。分析认为,这里的“接近”是就历测值与理论值之差的绝对值平均数而言的,而不代表具体情况。笔者认为这些分析基本上符合实际。中心差的精度直接影响到正弦曲线的最大值问题,通过表 4.2 看出大业历的中心差精度达到历史上最高水平,这更说明了它直观地反映了实测水平,而没有在数学上人为修饰的事实;从大衍历以后较长一段时间里,古代中国的太阳中心差精度大体在一个水平,总体误差(这个误差指绝对误差)偏大也是不争的事实。

### 3. 关于中国古代太阳运动理论几个疑点的澄清

近十多年在国内涌现出一批中国古代太阳运动的研究成果,主要是对隋唐太阳运动数值表格的精度分析<sup>②</sup>和这一时期日躔算法的构造原理及其分析<sup>③</sup>。这些成果代表了这一时期对于古代历法研究的主流,是值得肯定的。笔者从比较研究的角度,引述前人的观点澄清以下几个问题。

#### 3.1 对于中心差的理解

学术界普遍认为日躔表中的“躔衰”栏是“日平行度一日实行度”之差,并进一步认为:躔衰/52=日平行度一日实行度,就相当于现代天文学中的中心差,这里的认识与实际存在一点偏差,在于没有严格界定中心差概念。中心差是在天体实际运行轨道是椭圆(或者相当于古希腊的偏心圆)的基础上产生的天文学概念,其天文学含义在于不论真近点角,还是平近点角,其度量的起点必须是近地点,从前面我们知道托勒玫给定的远点角与现代天文学的近点角类似,都符合这一点,而且由于角度的连续性,使问题的解决变得直观而容易。中国隋唐历法中的日平行度一日实行度是每相邻两段(节气)的差,“衰总”栏作为日平行度和日实行度之差的累积值,由于它是从冬至点(近似于近地点)开始度量的累积值,相当于现代天文学的中心差概念。实际上,“衰总”相当于中心差;而“躔衰”是衰总的一次差分,和中心差概念有差异。这一点可以从有关文献表中的比较数据得到很好说明<sup>④</sup>。从算法上讲,刘焯将一节气内的“躔衰”(衰总的一阶差商)视为太阳运动速度的变化,它的图象相当于现在以日数为引数的阶梯函数,对它求和类似于对一阶差函数积分,得原函数即是衰总。

① 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995:331—346。

② 同上,第 322、326 页。

③ 曲安京、纪志刚、王荣彬,《中国古代数理天文学探析》,西安:西北大学出版社,1994:277,226—235。

④ 张培瑜、卢央、刘桂霞,《大衍历关于日月运行的研究》,引自《中国天文学史文集》(四),北京:科学出版社,1986:77—103。

### 3.2 对于张子信发现的解释

前贤对于太阳运动的数理构造和模型已有了很好的成果,通过对大历和皇极历的日躔表中“躔衰”栏的分析,把张子信的“春分后则迟,秋分后则速”的说法解释为,从春分到秋分,太阳每日视行速低于平行速;而从秋分到春分,情况刚好相反。由张子信和刘孝孙、张孟宾、张胄玄等人的师承关系和由大历和皇极历的日躔表得到的太阳日视行速示意图 4.8 和图 4.9,我们发现这种解释基本反映了当时的实际,但太过粗疏。如果认同它,就不难得出张子信的发现是不符合天文实际的结论,就是说他的这个发现从“量化”角度看是不正确的。但如果这样,后人没有理由认为采用他的说法是“率意迂怪”,使后来的历学家互相指责为“偷窃行为”;也不会因为其在当时具有极强的神秘感而在隋朝首府长安两次遭到失败。后世也可以完全不用参考他的说法。

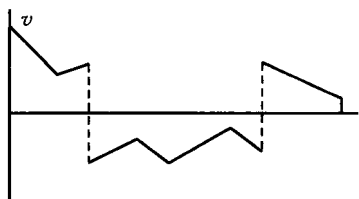


图 4.8 大历历太阳视行速变化示意图

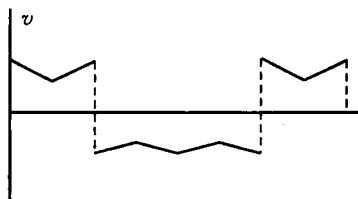


图 4.9 皇极历太阳视行速变化(躔衰)示意图

还有另外一种可能性就是,前面的解释所代表的真实含义符合后来一行对太阳视行速(图 4.10)的描述。针对这个解释,我们考虑问题的另外一个着眼点是,如果仅仅从张子信的“春分后则迟,秋分后则速”的字面意思看,它与古代中国传统历算的习惯不符,因为古代中国的传统历法一般首先考虑的是冬至点;但它却与喜帕恰斯强调的是二分点,并且考虑太阳运动不均匀的想法(春分点之后的春天最长,秋分点之后的秋天最短)一致。因此可以把张子信这句话解释为太阳运动到春分点之后速度逐渐变慢,作减速运行,这时的中心差改正曲线经过零点(远地点)呈递减趋势;秋分点以后速度开始逐渐增加,这时的太阳改正曲线经过零点(近地点)呈递增趋势。关于这个解释的一个很好的根据就是图 4.6 与皇极历的“衰总”(中心差)图 4.11 基本一致。这是本文给出的第三种解释。从刘焯的皇极历中的二次等间距内插法的算理分析发现,它所描述的是视行天体的匀变速运动,即已知天体在某个初始时段的行度及其在相邻两等长时段内的行度之差而求总行度的问题<sup>①</sup>。按照这个思路,基本认可皇极历中涉及匀变速运

① 刘钝,等差级数与插值法,《自然科学史研究》。1994;14(4), 331—336。

动,其“躔衰”相当于相邻两等长时段内的行度之差,而总行度相当于皇极历的“衰总”。但是中国历法实际数值计算却不完全是由“躔衰”到“衰总”进行的,否则就不能说明前贤的关于皇极历的“躔衰”曲线是不符合实际的,而“衰总”曲线却基本符合正弦函数,是正确的结论。

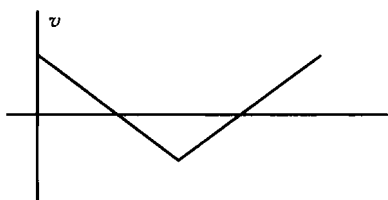


图 4.10 一行大衍历太阳视行速变化示意图

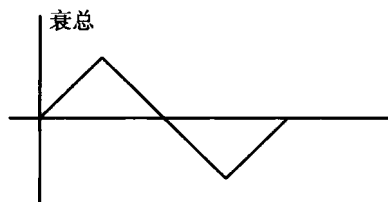


图 4.11 皇极历衰总(中心差)示意图

曲安京从皇极历日躔表所列四栏数据的考察和精辟分析对我们具有重要的启发,他认为只要确定了其中一栏各气数据,也就是皇极历“衰总”栏,它在春秋分点的最大值是根据盈泛 16 和亏总 17,依公式测算而得,其他三栏皆不难依术导出,历算家实际测算的数据是“衰总”,它相当于冬至后累积各气太阳实行度与平行度之差,这个分析是符合天文学和差分表构造的实际情况的。“躔衰”栏数据与实际情况不符,有所纰漏的主要原因是将春秋分太阳实行度与平行度之差分摊到各个节气中去,这个过程应当是对实测结果进行人为拟合的结果。他们所遵循的重要原则就是对称性和太阳视行速分段按等差数列变化这两个假设前提<sup>①</sup>。由此看来,古代中西方的太阳运动理论重点都是计算中心差,托勒玫对中心差的证明与求证过程应用了几何模型和逻辑论证;而古代中国对于中心差(“衰总”)的拟合利用了数值测算。

比较图 4.6 和图 4.11,是太阳中心差变化曲线;图 4.7 和图 4.10,是太阳视行速变化曲线,是前两图的一次差分图。由它们的相似性,可以认为关于张子信的发现的第二和第三种解释,分别是太阳视行速和中心差变化的角度进行描述,实质上是一致的,到此可以认为,张子信的叙述是符合天文实际的,事实上天文学史界已经注意到了这一点<sup>②</sup>。另外,由此推得的皇极历继承张子信的结论,从衰总入手,利用数值计算构造差分表,拟合太阳不均匀运动的史实和算法分析也都是合理的。

笔者注意到,在《麟德历》中有:“秋分后春分前日行速,春分后秋分前日行

① 曲安京,再论隋代前后的太阳运动理论,《大自然探索》,1994, 13(3):101—111。

② 江晓原,从太阳运动理论看巴比伦与中国天文学之关系,《天文学报》,1988, 29(3):275。

迟。速为进纲,迟为退纪。若取其数,纲为名;用其时,春分为至。进日分前,退日分后。凡用纲纪,皆准此例”的记载。这是史书记载的与张子信的“春分后则迟,秋分后则速”的说法一致的很少的例子之一。上述分析提供了一个思路就是,张子信的说法虽然是正确的,但缺乏可参考的数据和模型。隋唐一直遵从张子信的发现,试图寻找一个既符合实际测量又比较成熟的数理模型的思路,其间走了一些弯路,出现了小的偏差,到了一行的时候对张子信的发现的解释基本一致起来,比较图 4.7 和一行的盈缩分图(图 4.10),不难看出。后文还将解释一行的日躔模式存在的明显的系统误差。

### 3.3 中国古代没有把近地点和冬至点区别开来的缺陷

一行在其《大衍历》中对皇极历日躔模式批评道:“焯术于春分前一日最急,后一日最舒;秋分前一日最舒,后一日最急。舒急同于二至,而中间一日平行,其说非是。”那么,一行怎么解决这个问题?回到当时的天文实际,根据计算,当时冬至点和近地点不重合,而是相差约 8 度多一点,而一行的太阳运动规律是:“日南至,其行最急,急而渐损,及春分而后迟。迨日北至,其行最舒,而渐益之,以至秋分又及中而后益急。”这也并不是完全符合当时的天文实际的。但是“大衍历对‘躔衰’值的变化规律的掌握在总体上要比皇极历为佳,但在细节上还存在不小的欠缺”<sup>①</sup>,这也是不容否认的事实。笔者分析其原因在于,尽管这时对于二次内插算法的运用越来越成熟,对于太阳运动的连续性和速度的渐变特点也有所了解。但是仍然存在约 8° 的系统误差。而这个系统误差产生的主要原因是,中国古代没有把近地点和冬至点区别开来,这在中国古代只重视数值计算、不重视几何模型的传统下,是不可能意识到的,其误差也是不能得到消除的。所幸近地点黄经是逐渐增加的,也就是冬至点和近地点是趋向重合的,所以到了郭守敬的《授时历》时,系统误差自然得到消除(这时冬至点和近地点约差 0.60 度),精度大大提高。

据陈美东先生分析,“会元历对盈缩分变化规律的认识,不论在总体上或细节上都大大超过了皇极历和大衍历。”我们认为导致这个结果的直接原因就是,这时近地点黄经是  $269^{\circ}05'$ ,也就是冬至点和近地点是近似重合的。这里有必要指出,直到清代翻译著作中关于远(近)日点和远(近)地点的说法比较混乱,这是对日心和地心体系没有严格的概念界定的结果。

综上,古希腊比较重视建立一个公理化几何模型,而古代中国则侧重构造数值算法模型。但是它们的处理方法有许多相同之处,最大的相似之处就是它们把问题的解决归于求算平运动和真运动的差,即“中心差”(古代中国叫做“衰

<sup>①</sup> 陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995:322, 326。



总”);它们围绕最终建立的中心差表格,前者采用了线性插值求居中值,后者采用了二次内插法计算改正值;中西方都把太阳的实际运行位置表示为平运动加减不均匀运动的改正的形式。古代中国的数值计算方法和观测精度的关系不大,或者说数值计算不能体现观测的精度;而托勒玫的方法紧紧围绕观测,由观测建立模型,再由观测进一步检验模型。

通过前面的精度比较发现,古代中国的近地点平黄经的精度逊于古希腊。中国古代数值算法具有构造性特点,但是这种数值构造方法具有一定的盲目性,所以从张子信之后一直把冬至点当作近地点看待,对太阳运动的拟合出现较大的系统误差,关于这一点古人却未能自觉。另外,隋唐时期的几部重要历法的中心差的计算精度都逊于古希腊。

## 第五节 《授时历》中的弧矢割圆术

钱宝琮曾经对《授时历》中的弧矢割圆术及其有关的坐标量进行了很好的解释<sup>①</sup>。如图 4.12,天球上的黄道与赤道交于春分点  $X$ ,它们的夹弧是黄赤大距  $k$ 。如果太阳从冬至点  $B$  起行至某点  $A$ ,那么  $BA = x$  就是“黄道积度”,这实际

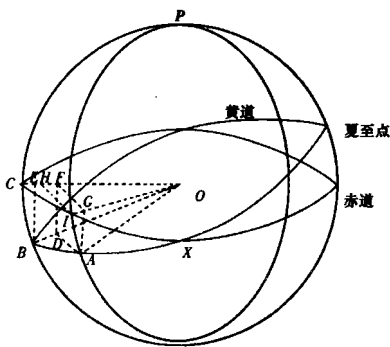


图 4.12 黄赤道差解法立体图

上是黄经余弧。问题是要通过“黄赤道差”、“黄赤内外差”求与此对应的“赤道积度” $CI = z$  (即赤经余弧),和“黄道内外度” $AI = y$  (即赤纬)。这个问题就是“弧矢割圆术”要解决的问题,实际上是球面三角的解法问题,属于球面三角学的范畴,通过考察《授时历》中弧矢割圆术的来源,可以认定它与宋代沈括的会圆术、更早的相似勾股术是一脉相传的。以下通过有关精度比较,进一步分析了建立这样一个方法的内在的道理和依据的法则。

### 1. 《元史·历志》和《明史·历志》中有关弧矢割圆术内容的校补

由于天文历法的实际需要,中国古代几乎从东汉四分历开始,就面临解决黄

<sup>①</sup> 钱宝琮,《中国数学史》,北京:科学出版社,1964:209—214; 232—237。

赤道坐标的变换问题,根据严敦杰的研究<sup>①</sup>可以把这段历史大概分成三个时期。

①利用浑仪上有刻度的“竹箴”进行简单测量时期,主要是张衡提出的“三气一节差三度”;②刘焯开始提出利用内插法计算黄赤道差的方法,这个方法代表了古代中国的传统作法,一直延续到《授时历》的时期;③在《授时历》编撰之际,郭守敬等人创立了别具一格的中国式解法——“弧矢割圆术”,与此同时使用的还有传统的内插法。

《元史·历志》中有关弧矢割圆术的文字很少。我们列举其中一张计算表格的一部分,如下表。

表 4.3 《元史·历志》中的表格

积度(至后黄道, 分后赤道)	度率	积度(至后赤道, 分后黄道)	度率	积差	差率
初	1		1.086 5		82 秒
1	1	1.086 5	1.086 3	82 秒	2 分 46 秒
2	1	2.172 8	1.086 0	3 分 28 秒	4 分 11 秒
3	1	3.258 8	1.085 7	7 分 39 秒	5 分 76 秒
4	1	4.344 5	1.084 9	13 分 15 秒	7 分 41 秒

在上述表的前后各有一张二十八宿“赤道宿度”和“黄道宿度”表,从术文内容看,“赤道宿度”表是历年观测得到的,而“黄道宿度”表则是在它的基础上利用表 4.3 计算得到的,这实际上相当于两种坐标系的转换,而且这个转换是利用了传统的内插法,不妨看原文。在表 4.3 之后,“黄道宿度”表之前有:

推黄道宿度:置四正后赤道宿积度(前面有关于它的计算方法),以其赤道积度减之,余以黄道率乘之,如赤道率而一;所得,以加黄道积度,为二十八宿黄道积度;以前宿黄道积度减之,为其宿黄道度及分。<sup>②</sup>

严敦杰提出疑问说这里的“率如何求得,元史内没有记载,黄宗羲的授时历故卷 3 和《明史·历志》都以弧矢割圆术详加推演,据这些材料知道郭守敬以黄道积度求得赤道积度,再求度率和黄赤道差”。但是他没有进一步分析这个过程。

笔者经过仔细分析认为“黄道率”和“赤道率”分别是表 4.3 中的列 2 和 4,它们是根据每隔一度的黄道积度利用弧矢割圆术求得对应的赤道积度后<sup>③</sup>,分

① 严敦杰,中国古代黄赤道差算法,《科学史集刊》(第一期),1956:47—58, 58。

② 《元史·卷五十四》,历三,北京:中华书局,1976:1209。

③ 邓可卉,关孝和对《授时历》中弧矢割圆术的研究,《西北大学学报》(自然科学版),2004(34), 3: 364—367。

别取它们的差率而得。由此严敦杰提出的“率如何求得”的疑问得到解决。究竟哪一个是黄道率,要以所求黄道宿度是在“至后”还是“分后”而定,即表 4.3 第一行括号中规定的“至后黄道,分后赤道”,或者“至后赤道,分后黄道”。根据术文得到的公式为:

二十八宿黄道积度=(赤道宿积度-赤道积度)×黄道率/赤道率+黄道积度

黄道积度=相邻二十八宿黄道积度之差

笔者发现这里并没有提到关于“弧矢割圆术”的内容,然究其原因,可能是由于“元史漫无采摭,……其后改三应率及立成之数,与夫割圆弧矢之法,平立定三差之原,尽削不载。使作者精意湮没,识者憾焉。”<sup>①</sup>不仅如此,《元史》中还有错误。《明史·历志》是由清代历算大师梅文鼎根据《大统历通轨》和郭守敬的《授时历草》诸书编撰而成,所以参考《明史·历志》关于弧矢割圆术的内容,可以进一步指出《元史》的错误之处。

在《明史·历志》中有比表 4.3 更详细的“黄赤道相求弧矢诸率立成上”和“黄赤道相求弧矢诸率立成下”两张表,笔者分别列出部分内容如下:

表 4.4 黄赤道相求弧矢诸率立成上

积度(至后黄道,分后赤道)	黄道矢度	黄道矢差	黄道半弧弦,又为赤道小股	黄赤道小股,又为赤道小句	赤道小弦
十度十分	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒
初					
1	0.082	0.024 6	1.000 0	56.012 9	56.028 1
2	0.038 2	0.041 1	2.000 0	55.996 6	56.032 3

表 4.5 黄赤道相求弧矢诸率立成下

积度(至后黄道,分后赤道)	赤道半弧弦	赤道矢度	积度(至后赤道,分后黄道)	度率	黄赤道差
十度十分	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒	十度十分十秒
初				1.086 5	
1	1.086 5	0.097	1.086 5	1.086 1	0.086 5

① 《明史·卷三十二》,历二,北京:中华书局,1976:547。

(续表)

积度(至后黄道, 分后赤道)	赤道半弧弦	赤道矢度	积度(至后赤道, 分后黄道)	度率	黄赤道差
2	2.172 8	0.038 8	2.172 8	0.086 0	0.172 8
3	3.258 7	0.087 5	3.258 8	0.085 7	0.258 8
4	4.344 3	0.155 3	4.344 5	0.084 9	0.344 5
5	5.429 0	0.242 5	5.429 4	0.084 3	0.429 4

对照表 4.3 和表 4.4、表 4.5,发现表 4.3 中的“积差”和“差率”两栏在表 4.4 中没有对应,经过仔细比较才发现,它们分别对应了表 4.4 的“黄道矢度”和“黄道矢差”两栏。在《明史·历志》中指出了这一点:“……又误以为黄道矢度为积差,黄道矢差为差率,今正之。”另外,《元史·历志》中只有四个数字栏和由其中“积度”两栏相邻值的差得到的两个“度率”,而在《明史·历志》中进一步增加了以上计算过程中间阶段的数值。表 4.5 的“积度(至后赤道,分后黄道)”就是所求得赤道半弧背 CI。

## 2. 《至大论》与弧矢割圆术中的黄赤道坐标变换精度的比较

古希腊的《至大论》和古代中国的《授时历》都是各自不同时代数理天文学的集大成者,它们都拥有当时比较精密的测量与计算,并且都代表了各自时代的最高的数理天文学水平。托勒玫采用巴比伦的把一个圆周分为  $360^\circ$ ,他的主要目的是解决在半径是  $R$  的圆内,弧长  $x$  所对的弦长。在《至大论》卷 1,11 中他给出了从  $0-180^\circ$  每隔半度的弧所对应的弦长的“弦表”,这个表共分 360 行,3 列,列 1 是弧长  $\alpha_n$ ;列 2 是弧对应的弦长,用符号  $ch(\alpha_n)$  表示,为了准确,托勒玫反复用两弧差和补弧的公式验算<sup>①</sup>。列 3 是列 2 相邻两列的差分,他称为“sixti-eths”,实际上相当于公式

$$f(\alpha_n) = \frac{1}{30} \left[ ch\left(\alpha_n + \frac{1}{2}^\circ\right) - ch(\alpha_n) \right]$$

列 3 的目的是通过线性插值计算在列 1 中没有列出的弧所对应的弦长,计算过程相当于利用了如下插值公式

$$ch(\alpha) = ch(\alpha_n) + (\alpha - \alpha_n) \cdot f(\alpha_n)$$

<sup>①</sup> G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984:54—56.

托勒玫的“弦表”中的弦和现代三角学中的正弦函数的关系是

$$\sin \alpha = \frac{ch(2\alpha)}{2R}$$

通过前人的工作已经知道,托勒玫的“弦表”和现代正弦相比,绝对误差很小<sup>①</sup>。在《至大论》中托勒玫分别给出了相当于由黄经求赤纬和赤经的两个表格,就是“黄道倾斜表”和“升起时间表”,由黄经求赤经,托勒玫考虑的是一种特殊情况——赤道的极位于地平面上的“垂直球面”(sphaera recta)的情形。而《授时历》中对应的变换体现在《明史·历志》中利用弧矢割圆术求得的“黄赤道相求弧矢诸率立成下”和“黄道每度去赤道内外及去北极立成”两张表中。为了比较它们的精度,把赤道积度变换为赤经,即赤经=91.31°-赤道积度;为了使比较在一个基础上进行,笔者把相应的中国古度换算为现代度,把托勒玫的60进位制角度换算为现代“度”,得到了下面的表格。

表 4.6 黄赤道坐标变换精度比较表

	《至大论》		《授时历》				现代(当 $\beta_H = 0^\circ$ )	
黄经	赤纬	赤经	赤纬 (古度)	赤纬	赤经 (古度)	赤经	赤纬	赤经
10	4.017 7	9.167	4.402 7	4.338 6	10.284 6	10.177 2	3.59	9.78
20	7.950 8	18.417	8.637 8	8.513 4	19.490 0	19.29	7.49	18.32
30	11.666 3	27.833	11.985 4	11.607 9	28.873 0	28.30	11.29	27.54
40	15.067 8	37.5	15.440 9	15.115 4	38.476 1	37.88	14.49	37.36
50	18.048 1	47.467	18.445 6	18.124 3	48.466 8	47.77	17.50	47.27
60	20.502 5	57.733	20.846 2	20.584 3	58.789 8	57.93	20.13	57.47
70	22.336 4	68.30	22.558 8	22.343 2	68.893 1	67.83	22.5	68.15
80	23.541 6	79.083 3	23.570 6	23.367 2	79.986 7	79.03	23.12	79.50
90	23.855 6	90.00	23.903 0	23.558 8	91.310	90	23.655 0	90.000

通过图 4.13 的精度分析认为,《授时历》的赤纬和赤经两项和现代值相比的平均绝对误差基本上分别在 0.35°左右和 0.27°左右,《至大论》的赤纬和赤经两项和现代值相比的绝对误差基本上分别在 0.28°左右和 0.13°左右,《至大论》的吻合程度稍好一点。

① Olaf Pedersen, A Survey of the *Almagest*. Odense: Odense university press, 1974:64.

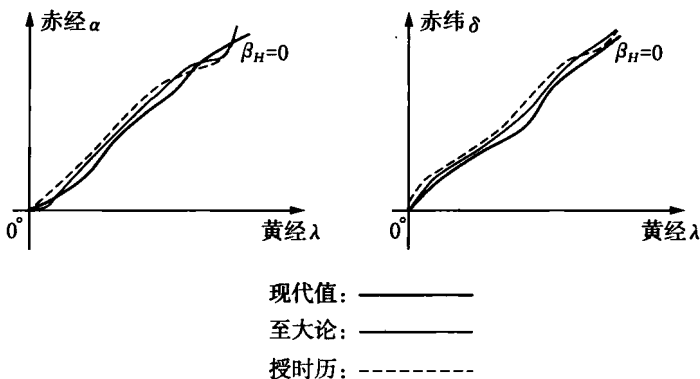


图 4.13 黄赤道坐标变换的精度

### 3. 弧矢割圆术中的制图和运算法则

《授时历》中的弧矢割圆术是中国元代天文学最重要的成就之一,通过考察《授时历》中弧矢割圆术的来源,可以认为它与宋代沈括的会圆术、更早的相似勾股术是一脉相传的,而且进一步地,在中国传统数学发展的基础上,建立这样一个方法,是有其内在的道理和依据的,不妨在此总结这些依据如下:

法则 1:《明史·历志》关于积度的表格有下面的规定,有时是“至后黄道,分后赤道”,或者有时是“至后赤道,分后黄道”,对于它们的解释如下:

凡求得赤道积度一度零八分六十五秒。余度各如上法,求到各黄道度下赤道积度,两数相减,即得黄赤道差,乃至后之率。其分后,以赤道度求黄道,反此求之,其数并同。<sup>①</sup>

在《明史·历志》中有一幅“侧立之图”,如图 4.14,这是一张从侧面看的平面投影图,(此外还有“平视之图”、“割圆弧矢图”。)日本和算大师关孝和也研究过《授时历》中的弧矢割圆术,他给出了平面投影图<sup>②</sup>,把《明史·历志》中的图和关孝和的图进行比较发现,对于同一个问题,中国古代是分别在几种不同角度的投影图中考虑,而关孝和是集于一张平面图中,他们彼此作图的效果不尽相同,但是他们却实行了基本类似的作图原则。这个作图的原则就是在《明史·历志》中指出的:

按郭守敬创法五端,内一曰黄赤道差,此其根率也。旧法以一百一度相减相乘。授时立术,以勾股、弧矢、方圆、斜直所容,求其差数,合于浑象之

① 《明史·卷三十二》,历二,北京:中华书局,1976:553, 569。

② 关孝和,《授时发明》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:377—387。

理,视为古密。

这个法则是元代以后,把立体天球图转换为平面投影图的一个很重要的依据,它一反古代中国“纪事而不创”的传统,是平面宇宙几何模型的反映。

法则 2:在“至后”,“黄道率”是 1,“赤道率”是连续两“度率”的差;或者相反,在“分后”,“赤道率”是 1,“黄道率”是连续两“度率”的差。

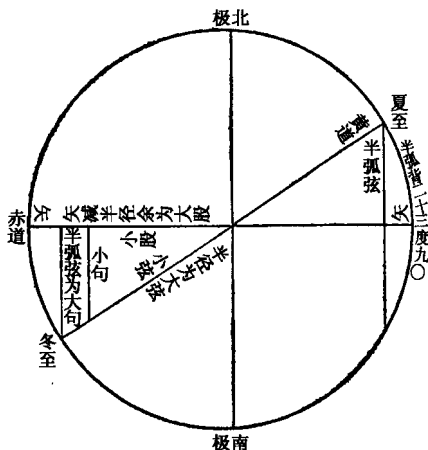


图 4.14 《明史·历志》中的“侧立之图”

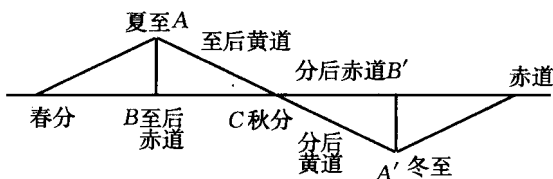


图 4.15 对于“至后黄道,分后赤道”的解释

这符合《明史·历志》中的一段话:“其分后,以赤道度求黄道,反此求之,其数并同。”如果把《明史·历志》中的“侧立之图”展开,就得到如图 4.15 的情形,笔者发现,“积度,至后黄道,分后赤道”和“积度,分后黄道,至后赤道”是平面投影三角形的必然结果,并且可以得到,图 4.15 中的两个平面三角形  $ABC$  和  $A'B'C$  是全等的。

综上得到的结论是,《授时历》首创采用平面投影方法解决黄赤道坐标变换问题,有其深刻的内涵,延续了传统的相似勾股术。由于采用了平面投影方法,所以在计算黄赤道坐标变换过程中,进行的一些简化计算的考虑,如法则 2,所有这些使得《授时历》以特有的方法解决了这个时期的“球面”坐标变换问题。

#### 4. 弧矢割圆术的单位系

黄赤道坐标变换问题虽然属于球面三角学问题,但是如果直接对《授时历》中“弧矢割圆术”与现代球面三角学进行比较<sup>①</sup>,事实证明这做法是有待商榷的。

<sup>①</sup> 钱宝琮,授时历法略论,《天文学报》(4 卷 2 期),1956 年 12 月。

我们认为,除了从精度角度进行比较外,如果注意到中国传统数学和天文学的特点,以及特定的历史背景,可能会提出许多新的思考问题的方法,对于理解弧矢割圆术的实质是有益的。

托勒玫在《至大论》中采用巴比伦的把一个圆周分为  $360^\circ$  的方法,他的主要目的是解决半径是  $R$  的圆内,弧长  $x$  所对的弦长。为了尽可能地利用 60 进制计数系统,他选择了在半径是 60 单位(即  $60^P$ )的圆中考虑。这样他所建立的直径和圆周角的单位完全是两个单位系,在现代三角学中我们通常选择在半径是一个单位长,圆周角是  $360^\circ$  的标准圆中考虑,这与托勒玫的方法相似,也是在两个单位系中考虑问题。

古代中国把圆周分为 365.25 度,直径是 121.75 度,度以下的单位按照百进制分别是“分”和“秒”,并且在圆周与直径之间建立了一种关系,那就是“周三径一”,这是从《九章》开始就建立的关系,这个关系的建立明确了以下事实,①中国古代的圆周与直径完全属于一个单位系,那就是“古度”;②中国的“度”不能理解成角度,而只能是长度的单位,这方面里已经有了一篇论文<sup>①</sup>;另外,《授时历》“弧矢割圆术”中大部分弧或弦、矢的单位都是“度”,也说明了这个问题。所以我们认为“弧矢割圆术”是把弧、弦、矢作为一定的长度,考虑它们之间的变换的,和现代意义上的三角函数中的关于角度和线段之间进行的变换是截然不同的。也就是,弧矢割圆术的关于弧、弦、矢之间的计算是在一个单位系里进行的,与托勒玫和现代三角学的方法都不一样。

“弧矢割圆术”就是将图 4.12 中的四个半弧通过会圆术换算为与此相应的半弦的长度,再利用四个半弦之间的几何学关系解决问题。用到的关系主要有相似三角形比例关系,勾股定理和会圆术。我们进一步认为,在计算由弧到弦和最后由弦到弧的两个端口利用了会圆术,而在中间的计算都是通过相似三角形比例关系和勾股定理进行的精确计算,由于会圆术是一个从“半弧”到“半弦”的近似公式,因此这个坐标变换的精度问题仍然归结为会圆术的精度问题。

由于单位系的不同,在进行弧矢割圆术与现代三角计算的比较时,会圆术圆心角是 45 古度时,相当于现代的  $44.353\ 179^\circ$ ,因此按照会圆术得到的弦长的实际值是

$$\frac{c}{2} = a' - \frac{x^2}{d} = 42.534\ 57 \text{ 古度}$$

按照现代三角学的概念,得到弦的理论公式是

① 关增建,传统  $365\frac{1}{4}$  分度不是角度,《自然辩证法通讯》,1989,63(5):77—79。



$$\frac{c}{2} = \sin a' \cdot R = \sin 44.353\,179^\circ \cdot \frac{121.75}{2} = 42.557\,712$$

我们选取几个点,分别按照上述公式进行计算得到一个表格如下:

表 4.7 会圆术与现代弧、弦变换精度比较

$a'$ (古度)	1	5	15	25	45	90
$\frac{c}{2}$ 实际值(古度)	0.999	4.999	14.97	24.67	42.53	59.56
$\frac{c}{2}$ 理论值	1.019	5.235	15.53	25.37	42.56	60.875

以上比较固然能说明这两者的绝对误差很小的事实,但是作为在一个单位系内考虑的弧、弦、矢之间的变换,误差很小的事实不是巧合,其中有着深刻的内涵。

5. 对于会圆术的进一步分析

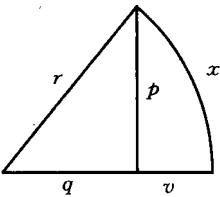


图 4.16 弧矢割圆术中的基本量

关于会圆术这个近似公式的精度,有几个问题需要注意:“勾股之法”就是利用相似直角三角形得到的公式。把图 4.12 中含黄道积度  $x$  的  $OAB$  部分截取得到图 4.16,并且对应的量为  $p_1, q_1, r_1$ ;含黄赤大距  $k$  的  $OCB$  的对应的量为  $p_0, q_0, r_0$ ;含赤纬  $y$  的  $OIA$  的对应的量为  $p_2, q_2, r_2$ 。在三角形  $OFG$  中,  $FG = DA = p_1$

所以  $q_2 = (p_1^2 + w^2)^{1/2}$ , 设  $OF = w$ ,  $OE/OF = OB/OD$ , 则这里的  $w = q_0 \times q_1/r$ 。另外还有

$$p_1 = \sqrt{r_1^2 - q_1^2} = \sqrt{(2r_1 - v_1)v_1}$$

根据相似勾股术还可以得到许多类似的公式,这些都是精确公式。会圆术公式可以表示为  $p = x - \frac{v^2}{2r}$ , 这是一个近似公式。杉本敏夫通过一系列的计算和分析认为<sup>①</sup>,在古率 3 的条件下,会圆术这些值的计算结果与现代三角学的结果十分近似,而且进一步地,在古率 3 的条件下,下面两个函数有整齐的对称性。

$$p(x) = q(90^\circ - x), q(x) = p(90^\circ - x)$$

<sup>①</sup> 杉本敏夫,关于用于授时历的沈括逆正弦公式的精度,《明治学院论丛》,第 419 号,1987 年 12 月。

至于为什么会出现这些结论?他没有进一步分析。分析会圆术的历史和在各个特殊情况时的结果,如图 4.17(a)(b)(c)(d)依次是在  $x = 91.3213$  度、 $x = 45.6570$  度、 $x = 60.4376$  度、 $x = 30.5688$  度时在图中涉及的  $p$  和  $q$  各长度的情形。

图 4.17 中的中国古度换算为现代度后,分别是  $90^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $30^\circ$ 。可以发现图 4.17(a)当  $x = 90^\circ$  时,有  $p = r = v$ ,  $q = 0$ , 相似地,如果  $x = 0^\circ$ , 可以有  $p = 0$ ,  $q = r = v$ , 这样不论在哪个情况总有  $p^2 + q^2 = r^2$ ; 在图 4.17(b)中因为  $x = 45^\circ$ , 那么  $p = q$ , 并且  $p^2 + q^2 = r^2$ ;

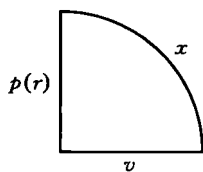
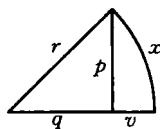
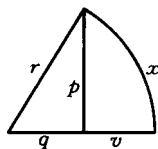


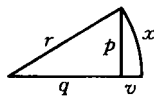
图 4.17(a)



(b)



(c)



(d)

在图 4.17(c)、(d)中不难证明当它们的圆心角分别是  $60^\circ$  和  $30^\circ$  时,它们的边除了分别符合  $q = \frac{1}{2}r$  和  $p = \frac{1}{2}r$  外,还满足  $p^2 + q^2 = r^2$ 。这样  $p$  和  $q$  的关系自然符合上述公式。进一步验证以上四个特殊点是否精确符合会圆术公式  $p = x - \frac{v^2}{2r}$ , 结果是,图 4.17(a)和图 4.17(b)的情况符合,而图 4.17(c)和图 4.17(d)不符合。

从前面知道弧矢割圆术就是关于图 4.16 中五个量的关系和由图中直角三角形得到的相似三角形的“小勾”、“小股”、“小弦”之间的关系。后者是精确公式,但是对于前者,也就是图 4.16 中五个量的关系,得到了在图 4.17 中(a)(b)两种特殊情况时,它们之间的关系也变成了精确的等式,也就是在这两个特殊点,由会圆术与现代三角学计算得到的值是相等的。因此笔者认为,在古率 3 的条件下,会圆术与现代三角学的结果十分近似,体现为除了在一些特殊点两者完全相等外,会圆术中的两个变量  $p$  和  $q$  的表达式也如正弦和余弦函数一样有整齐的对称性。

## 第六节 明代的历法改革

### 1. 《崇祯历书》的编撰

15 世纪末欧洲的耶稣会传教士来华具有重要的历史背景。明末《崇祯历

书》就是在这样的历史背景下自崇祯二年(1629年)起至1634年编撰完成的。《崇祯历书》大规模引进了西方天文学知识,同时利用了当时先进的数学和测量学知识。这部百余卷的巨著修成后,很快风靡中国,成为中国天文学家研究西方天文学最重要的原始材料,“《崇祯历书》和它的清代缩编本《西洋新法历书》培养了一整代明清之际的天文学家。”<sup>①</sup>

徐光启在编撰《崇祯历书》的治历疏中说:“欲求超胜,必先会通,会通之前,必须翻译,……翻译既有端绪,然后令甄明大统、深知法意者参考详定,熔彼方之材质,入大统之型模,譬如作室者,规范尺寸——如前,而木石瓦甃悉皆精好,百千万年必无敝坏,即尊制同文,合之双美。”<sup>②</sup>这体现了他会通归一的主要思想。在编撰《崇祯历书》中,对于古希腊以及欧洲近代天文学理论、方法与数表,由传教士口头讲述,授予历局的工作人员,在徐光启和李之藻领导下,中国学者重新明确有关概念和天文学理论后,翻译成中文。中国学者结合当时已有的数学知识,引进新的计算方法,同时进行天文实测加以验证,作出了不少改进。

《崇祯历书》实为编译性质,对于改历的方式方法和工作的深度,徐光启认为有三种办法可以选择<sup>③</sup>。他既没有选择直接照搬西法的日月食历表;也没有选择完备深入地探究原理和方法,从根本上解决治历之道,可以随时进行立法与实测,作出修改;而是征求崇祯帝的意见后,以节次六目和基本五目译撰西法,使治历有方法可依,有数表可查,仍可使用二三百年。徐光启的改历原则是,参用当时进步的西历,使之与我国历法会通归一。他说:“窃以为今兹修改必须参西法而用之,以彼条款,就我名义,以历法之大本大原,阐发明晰而后可以改耳。”徐光启参用西历的工作体现在,组织翻译了许多数学基础知识,计算和测量方法,天文学理论和测量仪器等知识,天文表和其他辅助表等。

徐光启在编撰《崇祯历书》时提出了“欲求超胜,必先会通”的宏伟理想和远大抱负。他是在中国历史上较早地提出“会通中西”思想的进步人士,徐光启倡导的“会通中西”的思想和实践成为明清时期科学发展的主旋律,此后还有著名天算家王锡阐、梅文鼎等人对这一思想加以阐释和发挥。徐光启在组织编撰《崇祯历书》时遇到如何看待古代中西方天文观测的问题,以及对这些观测采取的不同态度,揭示了一个鲜为人知的历史史实,由此引发我们对中西天文学差异的进

① 薄树人,《薄树人文集》,合肥:中国科学技术大学出版社,2003:58。

② 徐光启,《历书总目表》。

③ 潘鼎,《〈崇祯历书〉的成书前后》,引自《中国天文学史文集》(六),科学出版社,1994:1—29。

一步思考,从而明确了徐光启的“会通中西”的思想来源。

## 2. 《崇祯历书》中的天文观测

徐光启针对西方古代天文观测的持续性和一直为后代所利用的特点,揭示了中国古代天文观测数据和制度的种种弊端。他说:“西士之精于历者,无他诀窍也,千百为辈,传习讲求者三千年,其青于蓝而寒于水者,时时有之。”又说:“以彼千百为辈,传习讲求者三千年,吾且越百载一人焉,此其间何工拙可较论哉!”这段话很好地概括了科学在其发展和进步中的一个重要因素就是,科学不仅是个别杰出科学家个人的事情,它具有一定的继承性,它需要成百上千辈的科学家,在历史发展的长河中逐步积累、总结、吸收、继承而成就的人类的共同事业,在《历法西传》中重新论述道:“合而观之,西洋之于天学,历数千年,经数百手而成,非徒凭一人一时之意见,贸贸为之者。日久弥精,后出者益奇。”今天看来,徐光启的这个思想可以通过近代科学发展史的许多事例得到证明。对此,他进一步论述道:“时差等术,盖非一人一世之聪明所有揣测,必因千百年之积俟,而后智者会通立法;若无前世绪业,即守敬不能骤得之。”徐光启非常推崇元代科学家郭守敬的工作,但是同时他指出:“守敬之法加胜于前人多矣,而谓至竟无差,亦不能也。”他说:“高远无穷之事,必积时累世乃稍见其端倪,……非一人之心思智力所能黽勉者也。”他又说:“若使郭守敬复生今日,欲更求精密,计非处心积虑,假以数年,恐非易得。”<sup>①</sup>以上言论充分表明,徐光启认为科学的发展具有今胜于古,后胜于前的历史规律。而对于中国古代历法的发展,他提出批评:“中土往代修历不过加减四余四应岁实等项已耳。一时合天,久则仍错,有数十年一改者,有数年一改者,前改既非,后改亦复如是,历学废弛非一日矣。余初奉命修历时,亦有以略改旧法请者,谓作者可免创始之劳述者,兼得习熟之便,然而不能。详考旧法,其错非在算数,乃在基本不清。其基而求积累,不治其本而理枝干,其术未有济也者。余故不辞艰辛,昼夜测验天行,参考西法,然后正其纰缪,补其缺略,约有数十余款,于是著成历书,解明法原,详整法数,自太阳、太阴、恒星、交食以及五纬,莫不条分缕析,纲举目全,共有百有余卷,已经进呈御览。”<sup>②</sup>

徐光启的这些思想是如何产生的?在组织编撰《崇祯历书》时,他发现了中国古代天文观测中存在的一些问题,在《崇祯历书》的《月离历指》中论述道:

① 以上关于徐光启的言论均出自:徐光启,《徐光启集》,王重民辑校。上海:上海古籍出版社,1964。

② 《历法西传》,《新法算书·卷九十八》:776。

欲求月平行率,必用各率均齐之前后两食。欲得此前后食,必考于古之传记。今考二十一史各天文志,大都有年月日而无时刻分秒经纬度。将于何取之?不得已,借西历,会通用之。

又说:“如汉人以章月平分,推太阴各日平行,为十三度十九分度之七,后世译其疏漏,因而代代改率,然不于数千年间详考天行,得其决定均齐之数,未免揣摩影响。”<sup>①</sup>

以上问题揭示出中国古代天文观测的一些重要缺陷,一是观测记录比较粗疏,表现在没有建立等分的基本坐标测量系统,因此天体的位置不好表示,而且对于天体位置以及发生时间没有经纬度数和时刻分秒,一般只是准确到日;二是虽然代代修改历法,但是每一代都不能很好地继承前人的知识和积累,没有形成利用前人观测的传统和习惯。但是,在学习西方天文学的过程中,徐光启已经充分认识到,要想得到一个好的月平行速度,必须积累数千年的观测,准确定出月的“均齐之数”。根据现代天文学理论,首先计算一个精确的天体平行速度,是保证历法精确的第一步骤。

现代关于中国古代日月食观测记录的研究成果已经层出不穷,其中朱文鑫、陈遵妫和刘次沅等人有对历代日食记录的统计和分析,从他们的工作中发现,关于历代日食记录,直到明末,记录大多十分简单,通常只记“某年某月(干支),日有食之”,这只能属于常规记录,至于在史学研究中有价值的记录,例如包含了日食发生时刻、食分、亏起方位和日所在宿度等信息的记录极少,只是“偶尔有之”。在统计中还有一个重要的问题是,由于辗转传抄而衍生出一些错误,导致后人研究和考证的困难。也许由于古代日食记录的这些特点,以及“历法疏密,验之交食”的传统,所以,中国历代非常关注对于大量的日食记录数据的准确性的检验。而历代学者所用的考证方法大多是天文计算方法,由此发现古代记录是否正确,如果不正确,设法找出错误的来源。这种状况到了现代有所改变,得益于现代天体力学和现代计算机技术的发展。古代原始记录由年号、年月日干支这四个要素组成,经过研究发现,干支对应的晦朔很少错误,说明最初的记录只有年月晦朔,而日干支是在错误已经发生后才加注上去的。如果错误是随机产生的,就会有一半的日期会出现“该月无该日”的情况,这也说明干支是后加的<sup>②</sup>。以西汉日食记录为典型案例,说明了西汉日食记录中的错误,绝大多数是由正确记录误

① 徐光启督修,《崇祯历书·月离历指》一卷,九,十。薄树人等主编,《中国科学技术典籍通汇》,郑州:河南教育出版社,1998。

② 刘次沅、马莉萍,《中国历史日食典》。北京:世界图书出版公司,2006。

衍出来的。

以上学者关于明代以前的日食研究取得了可喜的进展,学术界也出现了对于明清时期日食记录的研究,但是,花费大量的精力用于考证日食记录的准确性,归纳出一些研究的原则,使得研究存在一定的随机性和归纳性的特点,不仅使现代科学对于古代日食记录的利用带来许多问题,更从一个侧面反映了中国古代长期而大量的日食记录的缺陷。这是我们今天必须清醒认识和全面进行反思的问题。

由这个问题可以看出中西天文测量的差异,以及它们不同的科学传统。中国古代天文学家对日月食周期有深入的研究,提出过十多种周期,其中汉代《三统历》(公元前 104 年)的交食周期约为 11 年少 31 天,等于 135 个朔望月的长度。但是这个周期以及进一步利用它测量月平行速度的问题没有被后代很好地利用。事实上,中国古代对于天体位置以及发生时间记录不太详细的事实具有普遍性,丧失了其本来应有的作用。而西方古代天文观测记录比较详细,在发展过程中代代延续下来。因此中国在崇祯年间的改历活动中,只好连观测也借用西历而会通用之。

徐光启在改历过程中提出另一个重要观点——“天行有恒数而无齐数”,他说:“有恒者,如夏至日长,冬至日短,终古不易;不齐者如长极渐短,短极渐长,终岁之间无一相似。岁法如此,他法皆然。”这一思想的产生和上面我们举例谈到的求算“均齐之数”有关,在《月离历指》中介绍古代西方计算月球平行速度问题时,提出了古代历家选择月食的原则(一名“法”),就是“去其不齐之缘,以求其齐也”。这里的“齐”就是指“前后两会望皆全食,又两食之黄道同度,两景之大小等,两过景之加时等,又得其月离之距地心等,即其本轮之转分所至亦等”。如此这样可以免去月不平行之差。接着又指出,汉代就以章月平分章岁,由于不于数千年间详考天行,所以没有得到一个好的“均齐之数”。最后考验得结果是:指出喜帕恰斯的月食周期公式是两次月食之间间隔是 126 007 天零 4 刻,是两交食各率齐同之距;“因以定两交行天若干处,而复于故处,其原测之中积,为交会 5 458,两交行天周为 5 923,置中积会数 5 458,以会望策乘之得 161 177 日 58 分,于两交行度去减太阴黄道上行度,得两交逆行日,每年行  $19^{\circ}19'43''$ ”;这个过程相当于给出的公式  $5\,458T_s = 5\,923T_d$ ,然后再利用它求算月平行速度<sup>①</sup>。

在徐光启看来,所谓“恒数”是自然界本身所具有的客观规律,而“齐数”可以理解成人为的、主观的规定,或者可以理解成按照人们认识自然或宇宙的思想和

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984.

方法,运用具有主观意义的手段所力求描述客观存在的过程,天行虽然没有“齐数”,但是人们可以通过不断掌握“恒数”而不断地寻找符合当时标准的“齐数”,然后不断地推翻,再寻找,再推翻,每一次都比前一次进步,不断循环上升,达到探索宇宙奥妙的目的。这句话不仅表达了徐光启对于宇宙认识的客观性,符合历史进步的潮流,而且反映出徐光启按照自然界的本来面貌认识自然的一种科学态度,在明末的时代背景下,不失为科学认识论上的巨大进步。

### 3. 徐光启的改历原则

在以上一些基本的科学思想的指导下,徐光启修历工作的基本出发点是,要求历法符合于天行,而决不能反过来强使天行就范于某种人为设定的历法。他特别批评了《元史》把历法的差误归咎于天行本身失常,并且列举了其所谓“日度失行者十事”的错误观点。与此相反,徐光启明确提出“一切立法定数”“务求与天相合,又求与众共见”的改历思想。

他认为西法“术业既精,积验复久,若以《大统》旧法与之会通归一,则事半功倍矣”。对于后一种意见,他指出:“夫使分曹各治,事毕而止。《大统》既不能自异于前,西法又未能必为我用,亦犹二百年来分科推步而已。”

徐光启强调造历之“难”在于要求做到“今所求者,每遇一差,必寻其所以差之故;每用一法,必论其所以不差之故。上推远古,下验将来,必期一一无爽;日月交食,五星凌犯,必期事事密合。又须穷原极本,著为明白简易之说,使一览了然。百世之后,人人可以从事;遇有稍差,因可随时随事,依法修改”。这段话很好地反映了他的历法改革理想和准则,同时又具有指导实践的作用,除了穷原极本、求其故之外,还必须上推远古,下验将来,而这两条都是徐光启从学习西方天文学理论过程中反复思考得到的,是他的“会通”思想的反映。

在历法改革中,徐光启非常重视测验工作,他说:“若欲辨术业之巧拙,课立法之亲疏,则以日月交食,五星凌犯,豫令推算,临时候验,时刻分秒,合即是,不合即非,若数一二,安可欺乎?”他在几次奏疏中都明确提出要安排专人辅助历法制订、进行测验,在“议考成绩”一节,提出要“仿《周礼》日考日成、月考月要之法,每月终,将日逐测验推算簿类报臣部”<sup>①</sup>的严格的考核办法。

徐光启在翻译《几何原本》之后,产生了一系列数学思想。徐光启推崇《几何原本》为“度数之宗”,认识到其中阐明了基本的数学理论,和由公理、公设出发,经过演绎推理,形成逻辑严密、简洁而普遍适用的方法。在《几何原本杂议》中,

<sup>①</sup> [明]徐光启,《礼部为奉旨修改历法开列事宜乞裁疏》。

徐光启说：“下学功夫，有理有事，此书为益，能令学理者去其浮气，练其精心，学事者资其定法，发其巧思。”这里指出了这种数学方法不仅对于科学理论工作者，能够有助于培养他们扎实的学风和精密的思维能力，而且对于科学技术实践者，也能教给他们从具体事物中发现科学真理并且进一步摸索解决事物方法的根本途径；而这一点也集中体现在他关于“度数旁通十事”的观点中。徐光启理解了演绎推理的数学方法的含义，并且以身作则把这些方法应用到具体的科学实践中。

#### 4. 《崇祯历书》的重要影响

徐光启的先进思想影响了近代以来的一些重要科学发现在中国的传播，以天文学为例，以下几个重要事情是徐光启在编撰《崇祯历书》及其他科学活动中首先倡导的。

第一，按照徐光启的计划，基本五目中突出了“法原”，即天文学理论，“法原”部分成为全书的核心，这与中国古代历法“详于法而不著其理”的传统做法不同。

第二，采用本轮、均轮等一整套几何模型系统来解释天体运动。而这个传统是起源于古代希腊并由托勒玫进一步运用发挥到极致的。

第三，第一次明确了地球为球体的概念，相关地对地球经纬度的测量和计算方法有了明显改进。这对于天文学上的两个最明显的影响是对于日、月食的原理解释和计算达到了前所未有的准确，另外使得中国学者明确了在天体运动的计算中必须考虑到周日视差（当时称之为地半径差）的影响的根本原因。

第四，第一次区别开了夏至点和远地点（当时称为“日行最高”），引进了近地点和远地点概念，并且指出它们的进动现象和具体数值；引进了哥白尼和第谷分别测定的较精确的天文数据。如岁差率为 77 年 7 月西行一度，回归年长度为 365.242 187 日。

第五，引进了欧洲天文学的一些基本度量制度，如：分圆周为 360 度，并且在角度的换算中采用 60 进位制。在坐标系方面，引进了严格的黄道坐标系；采用从赤道起算的 90° 纬度制和十二次系统的经度制。这种经度制比二十八宿系统较为精确。自此以后在历日制度上，中国彻底采用定朔、定气注历，并以无定中气之月为闰月。

第六，《崇祯历书》第一次采纳计算日月地三者的直线距离的方法，但是这些距离的误差是很大的，主要采用了托勒玫的数据，受到托勒玫天文学的影响。《至大论》中关于日月地距离的计算，是为了准确计算太阳和月球的视差，从而提高日月食计算的精度，但是其中的日地距离是地球半径的 1 210 倍，误差太大，



以致被后人攻击。

徐光启深明历理,他最先把地圆说和地理经纬度的概念介绍到中国来,并且认识到地理经纬度在天文学观测中的重要性,从而对地理经纬度的测量和计算方法有了明显改进。这对于天文学上的两个最明显的影响是对于日、月食的原理解释和计算达到了前所未有的准确,另外使得中国学者明确了在天体运动的计算中必须考虑到周日视差(当时称之为地半径差)的影响的根本原因。在《历法修正十事》中徐光启明确指出:“天有经度纬度,地亦如之。古历止有天之经度……唐以来始知有地之纬度,故言北极出地某处若干度,几十三度;而元人广之,为二十九处。若地之经度,唯利马窦陪臣始言之,亦唯彼能测验施用之。故交食时刻非用此度,则不能合也。”

他所译著的《崇祯历书》中的《星录》,是通过精密观测后得到的我国第一张具有近代意义的全天恒星图 and 星表,徐光启经过新的实际测量,开始采用 360 度经度制和由赤道起算的纬度制,另外,在《恒星历指》中介绍了星等概念。在《测候四说》中关于计算日月食时的“时差”和“里差”的解释,符合科学原理,成为当时具有开创性意义的成果。

在天文观测中,徐光启主张采用西方传入的望远镜等,他是我国第一个制造望远镜并将它用于天文观测的人。他曾经用望远镜观测日月食,在他写的《月食回奏书》中说效果很好,精度得到提高。此后,“仪器”概念第一次出现在《崇祯历书》中。

《崇祯历书》所具有的这些特点极大地影响了后来的中国学者的进一步的研究工作,这些影响的主流是积极的。《崇祯历书》的编撰标志着欧洲天文学已被吸收和融合到我国天文学的发展中来,从此,我国的天文学计算体系发生了明显的变化,即从传统的代数学体系转变成为欧洲古典的几何学体系。《崇祯历书》从计算方法到基本理论都已经纳入了欧洲天文学体系。

徐光启的会通思想和梅文鼎的截然不同,徐光启对于中西学说的区分非常清楚,在这个前提下,他力采西说,然后沟通中外而融贯之;而清代学者梅文鼎,虽然其学术工作大多是以会通中西为目标,但是存中外之见,师承观念甚深,为了迎合康熙皇帝,作为“国朝历算第一名家”,梅文鼎在其《历学疑问补》中详细论证了“西学中源”说,随着这一著作的正式出版,这一学说在清代广为人知,影响很大<sup>①</sup>,这种不思进取向后看的思想方式,在一定程度上,阻碍了科学技术的进一步发展。但是梅文鼎也说“方今现行西洋历法,皆崇祯朝徐李诸君测验改宪之

<sup>①</sup> 席泽宗,论康熙科学政策的失误,《自然科学史研究》,2000,19(1):18—29。

功,已早知文定之精神不可没也”。<sup>①</sup>

综上,笔者认为,徐光启“欲求超胜,必先会通”的思想是指,必须在我国原有的科学基础上,吸取西方科学中的优点和有用部分来充实和丰富自己,并使之和中国科学中的优点、有用部分结合起来,从而建立自己的科学方法、理论和体系,以达到超胜西方科学的目的。

徐光启是明清时期会通中西思想的倡导者和积极实践者,他的这些思想在今天看来仍然具有相当进步的意义。我们也应该看到,徐光启的会通中西思想虽然没有完全达到其最初的目的,但是,会通思想引发了明清时期科学的进一步发展,明清时期的科学史就是一部会通中西的历史。徐光启的会通中西思想实现了如下目的。首先,徐光启的会通工作是出于实用的需要,改变了中国古代数学和天文学知识的结构;其次,徐光启的会通中西工作改变了当时人们对西学的看法,引进了不少西学的理论和概念;最后,徐光启会通工作的结果为后来的全面西化,无论在思想意识领域,还是客观事物发展方面都创造了基本条件,作出了重要的贡献。

## 第七节 《至大论》在中国

托勒玫(Claudius Ptolemaeus, 100—165)是古希腊最伟大的天文学家,他的传世巨著《至大论》对于印度、阿拉伯、中国的数学、天文学以及欧洲近代天文学都产生了重要的影响,其在中国的流传对中国天文学和数学的影响主要发生在明清之际,下面重点介绍《崇祯历书》中的托勒玫天文学的内容。

古希腊集大成的托勒玫天文学第一次介绍到中国主要体现在《崇祯历书》中。托勒玫天文学在《崇祯历书》中占有重要地位。托勒玫天文学中处理观测与模型(假说)的方法,代表了此后一直到文艺复兴以来天文学的基本方法,这一方法被哥白尼和第谷所继承。在《崇祯历书》中就有“西洋之于天学,历数千年、经数百手而成,……日久弥精,后出者益奇,要不越多祿某范围也”。又称赞托勒玫天文学“可为历算之纲维,推步之宗祖也”。

《崇祯历书》在大量测算实例中,常将基于托勒玫、哥白尼(Nicolaus Copernicus, 1473—1543)和第谷(Tycho Brahe, 1546—1601)模型的测算方法依次列

<sup>①</sup> 《简平仪说序》。

出,由于当时对于哥白尼模型的接受处于进退两难之中,而第谷的模型尚未完善,所以相比较而言,对于托勒玫天文学及其前希腊天文学的介绍是详细和精到的。尽管《崇祯历书》钦定第谷学说为“正法”,但是如果不理解托勒玫天文学的主要思想,是不可能清楚第谷的理论的,这或多或少应验了诺伊格保尔的那句话:“全部中世纪的天文学——拜占庭的、伊斯兰的、最后是西方的——都和托勒玫的工作有关,直到望远镜发明和牛顿力学的概念开创了全新的可能性之前,这一状态一直普遍存在。”<sup>①</sup>传教士似乎也认识到这一点,所以,不惜笔墨地大量介绍托勒玫天文学的内容。

### 1. 《测天约说》中的有关内容

《测天约说》是最早编成并且作为第一批书籍进呈的,它主要是关于天体测量学的简说。该书首先建立基本概念和原理,是后面理论介绍的基础,从编写体例来看,这和以前中国学者考虑问题的方法和著书的形式明显不同。例如,《测天约说》卷上“测地学四题”分别是“地为圆体,与海合为一球”、“地在大圆天之最中”、“地之体恒不动”和“地球在天中止于一点”<sup>②</sup>,另外对于每一题都以“何以证之”开头,简要解释了其中的道理。在托勒玫《至大论》卷1中有关话题从第3节开始,论述的顺序和要点如下<sup>③</sup>: (1) That the heaven is spherical in shape, and moves like a sphere; (2) That the earth too is sensible spherical in shape; (3) That the earth is in the middle of the heaven; (4) That the earth has the ratio of a point to the heaven (earth negligibly small in relation to heavens); (5) That the earth does not have any motion from place to place either.

这些内容反映了托勒玫宇宙观的基本思想,在每一节都按照他的逻辑证明方法进行详细论证。由此可见,《测天约说》卷上“测地学四题”是对于《至大论》关于地球学说的主要内容的概括,他们所列条目和要点相近。

在《测天约说》和其他书目中不止一处提到了“恒星天”和“宗动天”,其大概意思是“自下数之,第一为地,水补其缺,共为一球,地外为气,气之外为七政之天。七政之外为恒星天,恒星之外为宗动天,宗动天之外为常静之天”。托勒玫认为固定恒星构成不动的参考框架,它们相对春分点向东运动,而春分点被认为是空间的一个固定点。他的这些观点进一步导致了中世纪的恒星球外的第九球

① O. Neugebauer, A History of Ancient Mathematical Astronomy, Springer-Verlag. 1975; 838.

② 以下《崇祯历书》原文,均出自[明]徐光启编纂,潘朔汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。

③ G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984; 38—45.

体,即宗动天概念<sup>①</sup>。中世纪以后人们普遍认为七政之外依次为恒星天,宗动天和常静之天。由此看来,《崇祯历书》中的这些观点和论述是受到了托勒玫及其  
中世纪宇宙思想的影响。

在《测量全义》和《测天约说》中引进的“正球”、“欹球”、“升度差”等概念,是继承了古希腊天文学的内容。托勒玫在他的《至大论》中,为了讨论方便,首先把天球分为天极在地平圈上(正球)和天极不在地平圈上(欹球)两种情形。托勒玫在《至大论》中关于天球理论最经常用到的就是“赤纬表”、“升度表”和“昼夜长短表”。

## 2. 《日躔历指》中的有关内容

《日躔历指》的主要内容是关于西方天文学中的太阳理论,其中具体计算已经以当时中国学者熟悉的平面三角学的方法进行,既不是欧洲古代的算法,也不是古代中国的。其中“求太阳最高之处及两心相距之差”介绍了托勒玫在《至大论》中的理论,实质上就是求太阳轨道的远地点(最高)和偏心圆中心与黄道中心(即地球)两心之间的距离,进一步通过两个距离之差计算两心差。在计算过程中用到了从春分到夏至的间隔是 94.48 日,从夏至到秋分的间隔是 92.48 日;笔者注意到,在《至大论》中托勒玫明确提到从春分点到夏至点的时间间隔包含  $94\frac{1}{2}$  天,而从夏至点到秋分点时间间隔是  $92\frac{1}{2}$  天,并且托勒玫详细叙述了由观测得到这两个数字的过程。

在《日躔历指》中指出“古测”关于“太阳最高之处及两心相距之差”两参数分别求得是  $65;35^{\circ}$  和  $\frac{4\ 151}{100\ 000}$ <sup>②</sup>;而今测(应该是第谷的)分别是  $95;40^{\circ}$  和  $\frac{3\ 567}{100\ 000}$ 。古测结果实际上即托勒玫所测得的,他在《至大论》中详细给出了计算远地点黄经(太阳最高之处位置)  $65;30^{\circ}$  和偏心率(两心差)  $2;29\frac{1}{2}^{\text{P}}$  的过程,后一个值是假设偏心圆半径为  $60^{\text{P}}$  的情况下得到的。以上两个数都是 60 进制,换算为十进制,按照在《崇祯历书》中单位统一到半径为 100 000,这样最后得到的对应的两心差为 4 153。以上一些数都与《至大论》中的略有出入,这是由于单位体系不一样,历局重新进行测算造成的。

《日躔历指》中还指出哥白尼关于岁差解释为是春分点西退的结果,指出托勒玫认为是所有恒星沿着黄道东进而造成的,明确了关于岁差的几个重要的历

① Olaf Pedersen. A Survey of the Almagest. Odense: Odense University Press, 1974: 248.

② 这里是取圆的半径为 100 000 时两心差的值,采用了古代中国的分数表示方法。在《崇祯历书》中有时只取分子部分,对于半径单位进行省略。

史说法。现代天文学采用哥白尼的说法。此外,在本章开始已经明确:“最高与夏至异”,在古代中国,长期以来一直认为冬至点就是近地点,这已经显现出中国传统天文学只重视数值算法的弊病<sup>①</sup>。在明末才认识到这一点,无论如何,这是一个进步。从“推步最高法”及其示意图来看,先假设“最高就是夏至”,然后利用平面三角学知识进行计算。最后总结了“古今测候最高,所得前后各异”,并进一步分析了原因。按照现代天文学,“太阳最高”——即远地点黄经随着地球轨道的拱线的缓慢东移有大约 $12''$ /年的变化。这个现象是公元1000年阿拉伯的阿尔·比鲁尼明确地把它从岁差现象中区分出来,1050年另一位天文学家阿尔·扎卡里给出确值。由此看来,“古今测候最高,所得前后各异”不仅是正确的,而且是有理论背景的。

### 3. 《恒星历指》中的有关内容

在《至大论》第7和8卷,托勒玫论述了有关固定恒星理论,他认为行星理论的进一步发展必须建立在“固定恒星”先被“假定”的基础上;正如太阳理论建立在分至点的观测之上,月球理论建立在月食之上,5个行星理论是建立在由讨论的行星到固定恒星的距离而得到的行星黄经准确决定的基础上。所以在《恒星历指》开篇首先指明“日躔之后,首论恒星”及其原因,这个思想和托勒玫把有关“固定恒星”的论述放在“行星理论”之前的思想一致。

在《恒星历指》中除了说明恒星位置的确定依赖于黄赤道经纬度,还提到了回回历对于恒星经纬度的论述比前完善,“至今无测候改定,亦彼法所未及也。”在《恒星历指》中重点论述了恒星本行,实际上就是岁差。托勒玫对于岁差测量的贡献详见本书第一章,兹不重复。

在《崇祯历书》中引述了泥古老(哥白尼)所测的恒星本行值是61年而一度,又提到巴得倪(Al-Battani, 858?—929)所测值是65年而行一度,关于“恒星本行今测”应该是第谷的结果,是“51秒为一年之本行”。中世纪以后曾经流行有关于岁差值不断增加的说法,是否就是这些重要历史数据的含义,关于它对于当时中国的影响还需要进一步研究。

### 4. 《月离历指》中的有关内容

在《月离历指》卷1中指出月离各种行度有七种:

---

<sup>①</sup> 邓可卉,《中国隋唐时期对于太阳运动认识的演变》,《西北大学学报》(自然科学版),2006(5): 847—852。

第一,随行,与太阳随宗动天西行的道理一样,是月球自东向西依宗动天一日一周的运行,从子正(或午正)初点起算。

第二,平行,又名本行。平行就是月球本天自西向东的运动,每天平均行度是十三度有奇,大约 27 天多而行天一周。下面给出平行的两种起算点:以太阳为界,从合朔起算,考察月球每天去离太阳若干度分和再回到合朔的时间;以宫次节气为界。二者分别累计就得到各自不同的两个周期。这样的运动叫做交周,满一周叫做交终,其初交曰正,次交曰中,运行到它们的一半分别叫做正半交和中半交。这里是月球在白道上的周期运动,实际相当于分别定义了回归月和恒星月。在《至大论》中没有涉及恒星月,这应该是吸收了后来人的观点。

第三,自行,一名本轮或小轮。“自行者,太阴之行不平不顺,有时疾,有时迟”,为了区别于月球在白道上的平行,所以名为自行。自行的周期叫做转周,满一周为转终,同样也分为正转、正半转和中转、中半转,所谓正半转就是月球运行到本轮最高点时,在《月离历指》中又称之为最高冲或高冲,这时月行最迟;中半转就是月球运行到本轮最低点时,这时月行最疾。这是关于近点月的论述。下面一句话是“最高最低之一周,又名不同心圈,其与本轮,异名同理,详见下方”。这句话是关于托勒玫的月球本轮模型和偏心圈模型的等价性的描述,不过托勒玫对于这个等价性给出了一个附加条件。这可以说明《月离历指》中“自行”的概念来源于《至大论》。

第四,次轮,这是为表明太阴最高行而引进的一个小轮,它在本轮上循本轮左旋,而月是在次轮上,循周右旋的。托勒玫理论中没有这个轮,应该是哥白尼引进的。月在次轮上运行一周,叫做次转终,四等分后,分别为正初象,正半象,中初象,中半象。

第五,交行,是月球在白道上过与黄道的两交点运行的周期。首先定义了白道,它与黄道出入大约 6 度,两交之点,一名正交(亦曰罗喉),一名中交(亦曰计都),两交之行,自东而西,与他行异,亦名罗计行度也。这是关于交点月的论述。

第六,又次轮,第七,面轮,两者都是第谷新引入月球理论的概念。在这两项之后,都涉及“此之为数,微秒难分,其于历法,未关损益”,就是说在本历中可以不予考虑。

按照托勒玫《至大论》的理论,太阳在黄道上的行度有三种,随宗动天西行、自行和最高行,但是关于月球的运动比较复杂,所以托勒玫用较大的篇幅总结了巴比伦人和喜帕恰斯等人的观测和理论,在这个基础上进一步发展了月球理论。以上关于月球的七种运动,除了特别声明不是出自《至大论》外,其余概念基本都出自托勒玫天文学。

“测月平行度第二”中按照西历古今法,通过对于月食的观测数据,测定月离度分。因此下面的内容就是,利用月食求月平行率的原因和过程的详细论述,基本内容与《至大论》中托勒玫对他的前辈们的工作的总结一致。

关于月球不平行的原因有三个,一是来自太阳的,因为食甚时,太阳与月球正相对,太阳运动有最高最低,离地球有远有近,因此产生的地影(一名闾虚)有大有小,有长有短;二是来自月球自身的:一是由于月转迟疾的原因。月行迟限,则过景时多,月行疾限,则过景时少;一是由于月转有最高最低,在最高,月体小,又入于小景则过时少;在最低,则月体大,又入于大景则过时常多。

下面提出了古代历家选择月食的原则(一名“法”),就是“去其不齐之缘,以求其齐也”。这里的“齐”就是诸如“前后两会望皆全食,又两食之黄道同度,两景之大小等,两过景之加时等,又得其月离之距地心等,即其本轮之转分所至亦等”。如此这样可以免去月不平行之差(即上面三个原因)。又指出,汉代就以章月平分章岁,由于不于数千年间详考天行,所以没有得到一个好的“均齐之数”。最后考验得结果是:指出喜帕恰斯的月食周期公式是两次月食之间间隔是126 007天零4刻(《至大论》中为126 007天零1小时),是两交食各率齐同之距;“因以定两交行天若干处,而复于故处,其原测之中积,为交会5 458,两交行天周为5 923,置中积会数5 458,以会望策乘之得161 177日58分,于两交行度去减太阴黄道上行度,得两交逆行日,每年行 $19^{\circ}19'43''$ ”;这个过程相当于给出的公式 $5\,458T_s = 5\,923T_d$ , 和利用它推算月平行的过程<sup>①</sup>。

另外,在《月离历指》“测定本轮之大小远近及其加减差第六”中,还介绍了托勒玫用精心选择的三会食测算本轮大小和加减差的详细过程,用了大约9页的篇幅。然后又说:“此差古今测法同,得数小异。别有图表。”下面用了6页的篇幅介绍了近世哥白尼法。

在“试旧推平行率各数疎密第八”中介绍了若干中积年后对于太阴平行率进行检验的问题,与托勒玫的思想一致,我们不妨引原文如下:“依前法,用太阴加减差表,定前后两会中积时,可得太阴平行率,又用上论求两食之本轮自行度,若此两率之距本轮最高或最低等,则所定平行率为确合。”关于“定太阴平行自行之历元”与托勒玫的论述是一致的。

在“解第二均数第十”中,首先是关于月球第一均数的总结,认为只有解决了第一均数问题,那么定朔望和交食之法,才没有什么遗漏,所以历家详测密推;但是后来发现对于月行之理还没有穷尽,于是下面详细解释托勒玫发现出差的经

① 邓可奔,《希腊数理天文学溯源——托勒玫〈至大论〉比较研究》,济南:山东教育出版社,2009。

过,这里并没有出现“出差”这个词。原文思想如下:古测在上下弦时自行与平行之差与朔望时的不同,前者是5度,后者是7度40分,从古至今,累测皆如之,又测弦前后若干日,也与推算不合,于是在本轮周上又定义了一个次小轮,它循本轮右旋,半月一周,因其行度,作加减差以定第二均数并列表。

### 5. 《崇祯历书》介绍的《至大论》中的有关天文仪器

在《崇祯历书》中介绍了一系列西方天文仪器的式样、结构尺寸和功用。促成了中国学者对西方天文仪器制造技术比较全面的了解及其在中国的传播。在《测量全义·仪器图说》卷十中,载有如下10多种仪器的情况。关于和托勒玫有关的仪器有:

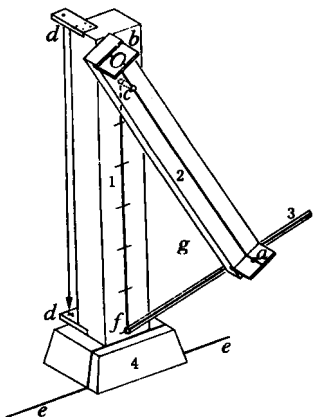


图 4.18 dioptra(测量高度和角度的光学仪器)

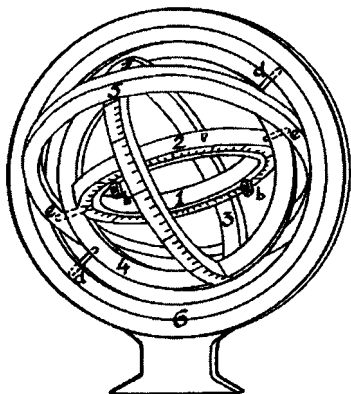


图 4.19 托勒玫制造的浑仪

第一,古三直游仪,又被称作托勒玫活动尺(Ptolemaic organon Parallaktikon)。这是喜帕恰斯发明的、由托勒玫进一步描述的 dioptra(测量高度和角度的光学仪器),它使用了四个立体杆,沿着通过地平圈和月球的极的大圆,尽可能准确观测到月球的视差,和它的天顶距。

第二,古六环仪 astrolabon,托勒玫在其书第五卷介绍了为这个目的设计的新的天文仪器——astrolabon,但是它和“星盘”没有关系<sup>①</sup>,它就是浑仪,包含一些为表示天空中的基本圈而设立的圈,用于测量天体的黄道坐标,当屈光度被调整到恒星时,它的经度和纬度就可以直接在仪器上读出<sup>②</sup>。

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984.

② [明]徐光启编纂,潘鼎汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。



## 第八节 《测天约说》的主要内容

《测天约说》(1631年)是第一批进呈关于天体测量学的简说。该书首先建立基本概念和原理,是后面理论介绍的基础,从编写体例来看,这和以前中国学者考虑问题的方法和著书的形式明显不同。

在“叙目”中认为,测天虽为首务,但是不可及之事,所以做此“约说”之义,从根源起义,总历家之大指,随着后来进一步发展可以逐渐加详。而立篇的依据是“因象立法,因法论义,务期人人可明,人人可能,人人可改而止……舍此,则推步之法无从可用”。《测天约说》“首篇”道:“故兹所陈,特举其四。曰数、曰测量、曰视、曰测地。四学之中,又每举其一二,为卷中所必需,其余未及缕悉者,俟他日续成之也。”《测天约说》把这四学列为“须知篇”。由此来看,这是为了修历而截取西方学科体系之部分并集中了与测天有关的内容而译撰的。

和《测量全义》的内容进行比较后发现,《测天约说》是关于球面天文的预备知识,按照《几何原本》公理化体系的叙述方式,对于以上四学的每一种都从最基本的定义开始,如分别给出了比例、等比例、半比例;线、独线、长圆(椭圆);从二线的位置关系角度定义了至线、割线(交线)、切线、距等线(平行线、侣线)、角(包括平面角和球面上的角);定义了球心、径、半径;轴(以及轴的性质)、大圈、小圈(它们都可分为360度)、大圈之轴与两极、经度、纬度、距等小圈、经圈、纬圈等等。视学一题给出了一个命题:“凡物必有影,影有等、大、小;有尽、不尽。”测地学阐述了四个命题:地为圆体;地在大圆天之最中;地之体恒不动;地在中,止于一点,每一个命题又以“何以证之”开头,进行简单的推理证明。

在“测天本义”中阐述了第六种度数之学,即所谓日、月、星三曜形象大小之比例,及其去离地心、地面各几何,其运动自相去离几何,其躔离逆顺晦明朏朙,及其会聚等相互位置关系的理论,实际上是关于中古时期宇宙论建立的一些依

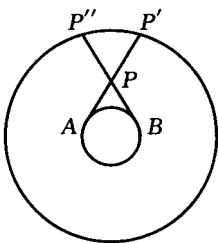


图 4.20 视差图

据。涉及由五星行速以别其远近,由视差大小判断七政远近的道理。比较科学地给出了视差的概念:“问何为视差?曰:如一人在极西,一人在极东,同一时仰观七政,则其躔度各不同也。七政愈近人者,差愈大;愈远者,差愈小。月最大,日次之,……”然后给出视差定义的图示,如图 4.20。

在“常静篇第二(笔者按:原文“第三”有误)”中结合天体运动之时度定义了赤道圈、经圈、纬圈、经度、纬度;地平

圈、地平经度、地平纬度、顶极、底极；又明确了“地为圆体，故球上之每一点各有一地平圈，从人所居，目所四望者即是，其多无数”。接着给出了正球、欹球、平球的图示和定义。分别是：“正球者，天元赤道之二极在地平，则天元赤道与地平为直角，而左右各纬圈各半在地平上，半在地平下。”“欹球者，天元赤道之二极一在地平上，一在地平下。赤道与地平为斜角，而赤道与地平之各经纬圈，伏见多寡各不等。其极出地之度，为用甚大。测候者所必须也。”“平球者，一极在顶，天元赤道与地平为一线，各距等圈皆与地平平行也。”

在“论地平南北圈一条”中定义了东西南北四点，并且说明在一个地方此圈只有一；但在不同处，与地平俱无数。地平南北圈交于赤道即为赤道之极高，从赤道至顶极之度即北极出地之度。这是球面天文学中一个非常重要的定理。最后给出了测量地球上两点之间的距离，须以去离圈（笔者注：大圈）为准的方法。这里有一段话讲得很清楚：“或问，二点或俱在纬圈，则即以纬圈为去离圈，不可乎。曰：凡测量必用准分之尺度，准度者只有一，不得有二。静天之上之大圈分，则准度也。各纬圈之大小，与其度分之广狭，一一不等，若多寡不齐之尺度，岂能得物之准分乎？故测去离必用大圈，不得用纬圈也。”

在卷下“宗动天第三”中首先指出天体运动皆有二种，一为恒星七政皆一日一周，自东而西，以赤道为其尺度；一为各自的迟速本行，自西而东，以黄道为其尺度。在“论本天之点与线”中依次介绍了赤道概念（与前面的赤道圈有所不同，这里是一个天空中的真实的概念）、黄道概念以及其上的十二宫和中国特有的二十四节气，定义了冬、夏至和春、秋分四点、月和五星出入之道——黄道带、黄道经度（长度）、黄道纬度（广度）、特别指出测黄赤道相距是用赤道纬度进行度量的，这应该和古代希腊没有黄道极，所以一直以赤道纬度测量的传统有关<sup>①</sup>。测黄道弧之经度也用赤道经度，又举例说，降娄宫本三十度，以赤道测之得二十七度，这一项应该和中国传统有关，涉及两基本坐标系之间坐标量的转换。接下来是关于天球运动的一些实际问题，给出了距度（天球上两点之间的距离）、升度（在赤道上度量的黄道的上升度）、日距圈（周日平行圈）、地平上点的出和入的定义，又分别结合定义和平面图示举例说明了正球、欹球上不同的运动情况。

《测天约说》中首次引进了“正球”、“欹球”、“升度差”等概念，在罗雅谷、徐光启等人完成的《测量全义》中也有类似的内容，这是继承了古希腊天文学的内容。托勒玫在他的《至大论》中，为了讨论方便，首先把天球分为天极在地平圈上（正

① 邓可卉，东汉空间天球概念及其晷漏表等的天文学意义，《中国科技史杂志》，2010，23(2)。

球)和天极不在地平圈上(欹球)两种情形<sup>①</sup>。关于球面天文的一些测算表格,托勒玫在其《至大论》中最经常用到的就是“赤纬表”、“升度表”和“昼夜长短表”。

《测天约说》中没有明确说明采用了第谷的折中体系,但是在卷上“名义篇第一”中关于何以知七政在下,恒星在上,以及“七政之距离中心地球的顺序”的判断准则有如下几点:(1)七政、恒星掩之者在下,所掩者在上;(2)行度迟速以别远近;(3)由于太白、辰星与日同一岁而周。判断的依据体现在,利用了“度数名家”所造望远镜以及观测到太白之光满、晦暗和上下弦的交替变化原因,是由于太白时在日上,时在日下的位置所致。而这一点恰好是第谷的地一日心说体系的反映。其他行星的顺序按照运行快慢即可判断。(4)视差问题。认为“恒星皆无视差,七政皆有之”,“七政愈近人者,差愈大;愈远者,差愈小”。西方天文学中的视差理论发展到第谷时代得到进一步的完善,这里也结合图示对视差给出了清晰的解释。下面依次解释了恒星天和宗动天的存在原因,主要是由于七政运动明显区别于恒星天——众星皆丽其上,而宗动天的存在是由于七政恒星都有第二种运动,自西而东的本行。

## 第九节 《测量全义》的编撰及其历史贡献

### 1. 《测量全义》的编撰

明末西学传入的主动权很大程度上取决于耶稣会传教士,在他们的“学术传教”策略中,要把西方的神哲学、逻辑学和方法论等等内容介绍进来,试图建立一个学科体系。金尼阁(Nicolas Trigaut, 1577—1628年)1620年把传教士精心选定的7000部装潢精美的西书的一部分带来杭州,与当时的天主教“三大柱石”之杨廷筠(公元17世纪)和李之藻以及《西学凡》作者艾儒略(Jules Aleni, 1582—1649年)共同商量过译书的计划<sup>②</sup>,《西学凡》就是这次商讨的一个重要结果,它是西方“学科计划”的最早介绍,刊于1623年夏,明末改革派激进人士李之藻把它列为自己所编的《天学初函》的第一篇,认为它是把握西学的纲;《西学凡》的另一个特点是强调了数学的广泛用途。之前,艾儒略和徐光启曾经在北京谋面,并一同南下,由此判断,徐光启复官后,虽然主要倾力于明廷急务,但是对于先前的翻译计划不可能不知。

① G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duck worth & Co. Ltd, 1984.

② 樊洪业,《耶稣会士与中国科学》,北京:中国人民大学出版社,1992:42—46。

利玛窦根据翻译计划和徐光启提出的“新奇而有证明”的标准,选择《几何原本》作为翻译西书的奠基性工作。他认为“此书未译,则他书俱不可得”。徐光启早在1607年和利玛窦翻译了《几何原本》,在对西方公理化体系有了深刻认识的基础上,提出数学为度数之学,是“众用所基”,是一切学科的基础。以徐光启、李之藻等人为倡导,《几何原本》在明清数学以至格物穷理的发展中起过积极的作用。徐光启通过学习研究《几何原本》,清楚地认识到了西方公理化数学逻辑体系的严密性、完整性,他和利玛窦又合作翻译了《测量法义》(约1608年定稿,1617出版),这是利玛窦用几何原理向徐光启讲授测量术的笔记,诸题均夹注引证《几何原本》的公理定理,是在应用测量学中首次验证和实践《几何原本》乃度数之宗的一次西书翻译。在该书题记中徐光启指出西洋测量与“《周髀》、《九章》之勾股测望”在“法”的方面是相同的,而《测量法义》“贵其义”,这里的“义”是指原理。徐光启后来的著作《测量异同》(1608)、《勾股义》(1617)和李之藻的《圆容较义》(1614)等就是在此基础上,或者将中西的测量方法进行比较,或者站在新的“法”与“义”的高度重新看待中国传统周髀九章之勾股测望术,这里的“义”就是按照《几何原本》的定理说明测算过程的依据。

受《几何原本》的影响,徐光启在多次修历奏疏和计划中谈到,“(在台诸臣)见臣等著述稍繁,似有畏难之意。不知其中有理有义,有法有数,理不明不能立法,义不辨不能著数。明理辨义,推究颇难,法立数著,遵循甚易。即所谓明理辨义者,在今日则能者从之,在他日则传之其人,令可据为修改地耳”。<sup>①</sup>因此,在一百余卷的巨著中,他把阐明天文学和数学的基本原理的看作是治历的根本,基本五目中尤其突出了天文学基本理论——法原的重要性,它占了40卷,约占全书的30%。徐光启力图使得历法改革建立在一个明确稳固的理论基础上,他认为,基于中国历法的传统,探讨基本理论确有困难,但是这种明白简易之说一旦掌握和形成,就作为一种基本的“法”和“义”确定下来,无论对今日还是将来修改历法的人,他们便可以作为依据,执行并修改。而数学之于历法改革犹如“斧斤寻尺”。

改历之初,徐光启于崇祯二年(1629年)上“条议历法修正岁差疏”,主要阐明了“历法修正十事”、“修历用人三事”、“急用仪象十事”和“度数旁通十事”。徐光启在“度数旁通十事”中指出,度数之学对于天文历法、测量水地、音律器具、兵器、传统算学、营建、治水用水、医药、造作钟漏等等都是最基本的<sup>②</sup>,为此,他在编修历法、译介西方宇宙论的同时,大量引进了西方数学、测量学和基础天文学

① 徐光启,《测候月食奉旨回奏疏》,引自王重民辑,《徐光启集》,上海:上海古籍出版社,1963。

② 徐光启,《徐光启集》(下册),上海:上海古籍出版社,1963:334—338。

理论作为编历的基础,是为《测量全义》。

《测量全义》作为《崇祯历书》全书的数学天文学理论和计算方法的基础,由西方传教士罗雅谷负责编译,其内容是经过精心选择的。

## 2. 《测量全义》的体例和内容

《测量全义》的体例基本上继承了《几何原本》的方法,详细阐述了平面测量、体积测量、圆锥曲线、球面三角和球面天文等五部分内容,对于一般的命题都有解曰、论曰、法曰等步骤,尤其是前三部分更加体现了这些特点。举例如下。

(1) 为了说明“圆面求积”问题,《测量全义》在五卷之首引用了阿基米德的《圆书》三题。第一题以命题的形式给出了一个公式:  $\frac{1}{2}r \cdot 2\pi r = \pi r^2$ 。原文表述如下:

第一题 圆形之半径偕其周作勾股形,其容与圆形之积等。解曰:丙丁戊己圆形,其心乙,其半径乙丙,即以为股,形之周为勾,戊午申酉勾股形,题言两形之容等。论曰:设有言不等,必云或大或小。云圆形为大,勾股形为小者,是合两大形与圆等者,复谓合两小形与圆等,有是理乎?次论曰:若言圆形为小,勾股形为大者,今并圆及三角杂形八反大于戊申酉三角形。是圆偕八杂小形而为大者,又偕亥大形而为小,可乎?

可以看出,文中先给出命题,然后是“解曰”,即把抽象的命题以具体的题目呈现出来,解释命题,接着是“论曰”、“次论曰”,即对这个题目进行论证。文中处处体现着西方数学的“确定性和逻辑严格性”,表述过程环环相扣,这种方法与中国“寓理于算”、注重算法的形式形成鲜明对照。另外,命题的证明过程采用了阿基米德的称为“双归谬”的方法,即我们熟知的“反证法”,开阔了中算家的思路。在现代数学中,“反证法”依然是一种有效的证明方法。

(2) 《测量全义》引用了从古希腊以来的重要数学家的关于面积、体积测量的知识,如全面引用了阿基米德的《圆书》和《圆球圆柱书》的部分内容,有德阿多西阿(Theodosius of Bithynia,约 100BC)的《圆球原本》,还有海伦(Heron, 1 世纪)的求三角形面积公式和帕普斯(Pappus, 4 世纪初)的求方曲线等等。

以平面几何中的“分比定理”为例来说明,原文如下:

七法曰:置丙角六十度,令戊、丁为两直角,则戊丁为庚乙之半。论曰:庚丙丁、乙丙戊两直角形,有丙角六十度,乙角必三十度,因边与边,若角与角之正弦,则三十度角之正弦戊丙,为全数乙丙之半,又庚丙为全数,丁丙为庚角之正弦,视全数亦半,庚丁、乙戊既平行,则庚丙与丁丙若乙丙与戊丙,分之,乙丙与戊丙若庚乙与戊丁。戊丙为乙丙之半则戊丁亦乙庚之半。

可见没有直接给出定理的证明,而是作为解题的工具出现在正文中,《测量全义》中类似的做法很多。

证明过程可表示如下,如图 4.21,

$$\because \angle \text{丙} = 60^\circ \therefore \angle \text{乙} = 30^\circ$$

$$\because \text{在 RT} \triangle \text{乙丙戊中, } \frac{\text{丙戊}}{\text{乙丙}} = \frac{\sin \angle \text{乙}}{\sin \angle \text{戊}}$$

$$\therefore \text{丙戊} = \frac{1}{2} \text{乙丙, 同理可得 } \text{丁丙} = \frac{1}{2} \text{庚丙}$$

$$\because \text{乙戊} // \text{庚丁} \therefore \frac{\text{庚丙}}{\text{丁丙}} = \frac{\text{乙丙}}{\text{戊丙}}$$

$$\frac{\text{庚丙}}{\text{乙丙}} = \frac{\text{丁丙}}{\text{丙戊}} \rightarrow \frac{\text{庚丙} - \text{乙丙}}{\text{乙丙}} = \frac{\text{丁丙} - \text{丙戊}}{\text{丙戊}}$$

$$\therefore \rightarrow \frac{\text{庚乙}}{\text{乙丙}} = \frac{\text{丁戊}}{\text{丙戊}} \rightarrow \frac{\text{乙丙}}{\text{戊丙}} = \frac{\text{庚乙}}{\text{丁戊}}$$

$$\therefore \text{丙戊} = \frac{1}{2} \text{乙丙} \therefore \text{丁戊} = \frac{1}{2} \text{庚乙}$$

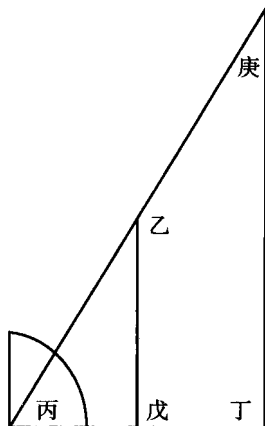


图 4.21 分比定理  
说明图

《测量全义》卷六讨论了“立体几何”的内容。和他各卷一样,在正文和注里经常出现引用阿基米德《圆书》、《圆球圆柱书》及欧几里得《几何原本》的语句,说明《测量全义》卷六不是自编的。白尚恕经过查核认为,卷六的理论内容、例题选择及数据处理等与丁先生(克拉维乌斯, Christoph Clavius, 1537—1612, 德国人)《实用几何学》卷五的有关部分完全一致,因此白尚恕认为卷六是摘译而成;但是,第二题角体之系,主要论述了“堦堵”、“阳马”、“鳖臑”,这部分内容又是自编,理论来自于古算书《九章算术》<sup>①</sup>。《测量全义》的这些编撰形式,显示了中西方编书者的一些意图,即,既要体现西学的整个学科体系,同时又要考虑中国数学的传统以及中国人的接受和理解能力,较好地反映了以徐光启为代表的一批中算家所提倡的“翻译、会通、超胜”的思想。

(3)《测量全义》卷八“测球上大圈”,是关于球面三角学在天文学中的应用,属于球面天文学的内容,是在《测天约说》的基础上展开,基本概念、理论没有更多交代,而直接阐述例题和实际应用。

全卷分为两节。第一节是“解正球上大圈相交之度分”,配有四题,在第一题之末附有“同升解”。文中一开始就交代了球面三角形的构成及球面三角形中六个基本元素的含义:“正球之大圈有三种,一为赤道,二为斜截赤道之圈(如黄道等),三为直截赤道之圈(直截赤道者,截赤道为直角而过其极,如正球之地平圈,

<sup>①</sup> 白尚恕,《测量全义》底本问题的初探,《科学史集刊》(第 11 辑),北京:地质出版社,1984。

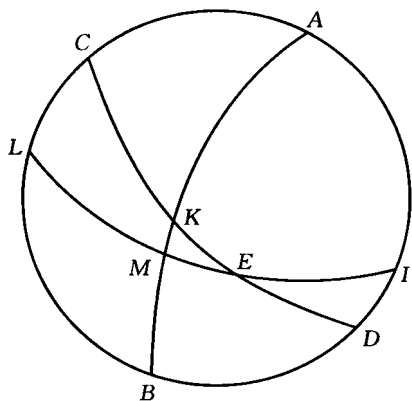


图 4.22 正球之大圈  
所成三角形

各处之子午圈,时圈等),三者相交、相距,是生多种三角形。”如图 4.22,  $ME$  为黄道经度,  $KE$  为赤道经度,  $KM$  为赤道纬度,  $E$  为黄赤二道之交角,  $M$  为过两极圈与黄道之交角,  $K$  为过极圈与赤道之交角(即直角)。一形有三角三边,凡六种,先有三,可求其余。

第二节是“解欽球上大圈相交之度分”,配有十七题。文中开篇就交代“正球上大圈有三种,欽球则有四种,地平圈,一也;天顶圈,二也;地平左右之次舍侣圈,三也;日出入之时圈,四也。与正球之三而七矣,七圈

者,相交相距,繁其理甚,其用甚大。”

以上由“正球”概念进一步引入“欽球”概念,并且进一步扩充到球面三角形的一般构成,给出一般概念和解法,既在理论上体现了严密的逻辑和系统性,又解决了实际应用中将会遇到的各种问题。

(4) 卷九“测星”,全卷共有十七题,基本上是利用解球面三角形的方法,互求某星的黄道经、纬度及赤道经、纬度等。主要内容如下:

第一题“有某星之黄道上经纬度,求其赤道上经纬度。”

第二题“有某星之赤道上经纬度,求其黄道上经纬度。”

第三题“有某星黄道赤道上之经纬度,求两道之距度。”

第四题“有某星之黄道经度,赤道纬度,而求赤道经度、黄道纬度。”

第五题“有某星之地平经纬度及极出地之度,求其赤道纬度。”

第六题“有某星之赤道经度、地平纬度、北极出地之度,求时刻。”

第七题“有某星之赤道纬度及北极出地度,求地平上时刻。”

第八题“有星之经纬度,以定出入之阔度。”

第九题“有两星,同在一天顶圈内,测其高。若一星有赤道之纬度,即可推他星之纬度及两星之赤道经度差。”

第十题“有两星之地平经纬度,若知一星之赤道经纬,可推他星之赤道经纬。”

第十一题“有两星之黄道经纬度,求两星之距度。”

第十二题“有两星正午上之高及相距度,求其赤道上经度差。”

第十三题“有新星,测得其去两旧星之各距度,而先知两旧之经纬度,以推新星之经纬度。”

第十四题“有新星,求其经纬度,不用仪器,从本星之四隅取四旧星成十字形,可以四星之经纬度,推新星之经纬度。”

第十五题“有过午圈赤道之点及某星地平经纬度,求其赤道上经纬度。”

第十六题“有新星之赤道上纬度及距一旧星之度,求新星之经纬度。”

第十七题“一新星、两旧星作直线,若测得新星距一旧星之度,可推新星之经纬度。”

以上十七题都配有“法”,即解题方法和步骤,其中第一、六、十二题除了有“法”,还用实例来说明具体问题。

《测量全义》通过给出一般球面三角形的解法,又进一步发展到天体测量计算的具体实例,上述十七个题目中主要涉及赤道坐标系、黄道坐标系和地平坐标系之间的变换计算,黄、赤道坐标系的变换,是中西方古代以至中世纪以来的天文学所关注的重要话题。从《测量全义》所引入的球面三角学来看,基本实现了预期的目标,使用的方法也已接近近代科学建立的规范。但是也应注意到和现代球面三角学仍然有一定的距离,表现为计算比较繁杂,三角学公式不很明确等等。如图 4.23,是《测量全义》卷九给出的一幅关于恒星黄赤道坐标问题的图。这类问题广泛应用于以后编成的《崇祯历书》各卷,特别是在《恒星历指》中应用非常多。

(5)《测量全义》卷十是关于“仪器图说”的内容,既然是“仪器图说”,书中除了几乎每一个仪器配有图形外,还对仪器的造法、用法都有较为详细的解说。全卷分为三部分。

第一部分是“古仪器解”,介绍了多禄某(Ptolemy, 100—165 年)所创造的“三直游仪”、“六环仪”、日白耳(Gerbert, 945—1003 年)所造的“象运全仪”、以及“弧矢仪”。

其中对于“三直游仪”,介绍了造法,并指出所用的主要材料为铜,接着介绍了两种用法,即沿着通过地平圈和月球的极的大圆,尽可能准确观测到月球的视差和它的天顶距。也介绍了“六环仪”的造法和用法,并指出所用的主要材料为铜。同样介绍了“象运全仪”的造法及用法。指出“弧矢仪”由七部分组成“一杆”、“一衡”、“一管”、“四窥表”,所用材料为铜或铁,书中交代了用法:“此仪之用

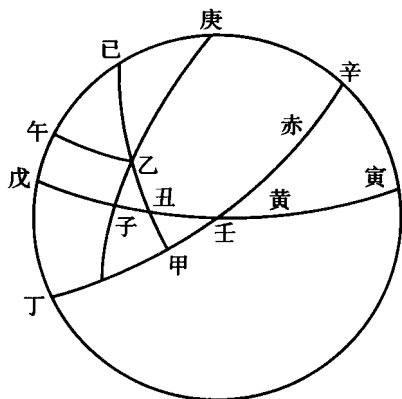


图 4.23 黄赤道坐标的变换



有二，一以测日月星之高度、距度，历家所用。一以测高深广远，地学所用，今所解者测天之用法也。”书中依次介绍了四种测天之用：一测日月星之高度、距度。二测星之高度。三测两星相距之度。四测日月之径分。

第二部分是“新仪器解”，介绍了“新法测高仪”、“新法地平经纬仪”、“新法矩度仪”、“新法赤道经纬仪”、“新法黄道经纬仪”。

在介绍新仪器之前，文中首先总结了仪器的六种用途，“一测日月星地平高之纬度，二测地平东西南北之经度，三测日月星各两点相距之度分，四测日月星赤道上之经度纬度，五测日月星黄道上之经度纬度，六测定时刻”。

其次又总结了古今仪器造法：“古今仪器造法百变，总而论之，其形体，则大仪胜小仪，其材质，则铜仪胜铁仪木仪，其置倾，则恒仪胜游仪。”

新法测高仪有六种形式，一式曰象限县仪，二式曰平面县仪，三式曰象限立运仪，四式曰象限座正仪，五式曰象限大仪，六式曰三直大仪。

新法地平经纬仪仅有一式。

新法矩度仪有三种形式，一式曰弧矢新仪，二式曰弩仪，三式曰纪限仪。

赤道经纬仪有二式，一式曰赤道经纬简仪，二式曰赤道经纬全仪。

黄道经纬仪仅有一式。

第三部分是“附录”，其中列有第谷所创造的天文仪器总目，计“测高仪”有六式；“测高纪限仪”有二式；“三直游仪”有二式；“地平经纬仪”有二式；“矩度仪”有三式，一式为纪限仪，二式为弧矢仪，三式为规仪；“黄赤道经纬仪”有四式，一式为赤道简仪，二式为三圈仪，三式为赤道四圈仪，四式为黄道四圈仪；“浑天大仪”仅有一式。

最后还介绍了中国古代的“圭表仪”，文中首先给出了表度说中用圭表测日高的五个题目，接着给出了两种造表法，一为直表，以取正景，表直则为平圭；一为横表，以取倒景，表横则为立圭<sup>①</sup>。

明末传教士在介绍欧洲天文学时，以第谷体系为主，引进了黄道坐标系的经纬度制，分圆周为360度，分一日为96刻，采用60进位制，引入了三角学和蒙气差改正，为了适应这些系统的变化，在介绍欧洲测量理论和技术的《测量全义》等书中引进了与此相适应的天文仪器，比较系统地介绍了欧洲天文仪器的结构原理、制造、安装和使用的方法，分析了各种仪器的特点。在描述中，既借用了中国传统仪器的术语，也创造了不少新术语。全书特别推崇第谷的仪器，认为他的仪器“精加研审，多所创造，出人意料，体制极大，分限极精，勘验极确”。这些仪器虽然不是最先进的，但是比中国传统的仪器有所进步。从技术角度分析，其先进

<sup>①</sup> 张柏春，《明清测天仪器之欧化》，沈阳：辽宁教育出版社，2000。

性主要体现在以下两方面。

第一,引进了仪器的照准器的构造原理和技术,并且得到了度、分、秒、微观测值的刻度划分法。全套的照准构造包括“窥衡”、“窥表”(上表、下表)“游表”、“指线”等等,另外还有用于调节定位的弹簧板和螺柱等,这些零部件在第谷的仪器上有,对于中国还是新方法。

第二,结合几何学原理引进了仪器细分刻度的横截线方法和圆周等分法,这些内容的理论性较强,是中国古代少有的,对传统仪器的进步和发展起了重要的作用。这些仪器在辅助编修《崇祯历书》方面,为当时中西天文系统的转换和验证一般的天文理论作出了贡献。

照准器的设计原理和技术以及细分刻度的横截线方法等等在近代以来得到进一步的发展,是近代天文仪器测量技术中的重要内容,参见李善兰和伟列亚力合译的近代天文学名著《谈天》即可发现这一点。明末徐光启上“急用仪象十事”是尝试制造西式仪器的开端,但是落实的结果却不十分理想,一方面由于当时的仪器用料没有着落,人员配备不到位,另外,朝廷的精力投入不足,虽然制造了十数件仪器,但是没有常设的大型仪器。

### 3. 《测量全义》在《崇祯历书》中的地位和作用

《测量全义》是编撰大型历算丛书《崇祯历书》的基础文献,我们在前人底本研究的基础上,初步探讨了《测量全义》各卷的结构、内容和编写体例,认为它基本承袭了《几何原本》的写作体例,是西方三角学、球面天文学及测量术系统传入中国之始,涉及面积、体积测量,平面三角、球面三角和球面天文学的基本理论以及测量仪器的制造和使用等,是《崇祯历书》中尝试建立公理化数学和天文学体系的体现,《测量全义》中所涉及的主要数学和天文学内容已经按照学科特点分别形成和建立起来,为西学在中国的进一步传播作出了贡献。

总之,《测量全义》编译者的目的是试图在一个宏大的学科体系下面,给历法计算和天体测量的方法建立一个数学和天文学理论基础。从该书的编撰体例、论证方式和涉及内容来看,基本上实现了这个目标,这对当时和以后的中国学者来说,可以藉此学习和了解西方逻辑证明和演绎体系下的科学内容,可以藉此为当时的历法改革提供一个强大的理论基础,至少改变了传统的编修历法中只期合用,不求建立可长期参考的理论指导的弊病,对中国传统来说是全新的。由于书卷内容庞大,时间紧张,人员不力,《测量全义》中个别内容编排和翻译也存在一些问题。从前面六卷来看,主要问题是,《测量全义》对命题的论证常常自我引用,另外,有些定理缺少证明,存在前文引后文的习惯表述,也有个别交代不清的

情况,如“六问详见后篇”、“无需证明”、“此二类自明无论”等等。另外,《测量全义》引述内容实际上已超出徐光启所掌握的《几何原本》前六卷的内容。

## 第十节 《恒星历指》的主要内容及其影响

中国的天文学源远流长,其中恒星的观测可追溯到距今约四千至五六千年前的新石器时代,此时出现了目前所知的我国最早的天文星象图<sup>①</sup>。在先秦著作中散记着大约 200 多颗恒星。司马迁的《史记·天官书》是最早记载星数的专著,包括恒星五百多颗。春秋战国后,出现了著名的占星家石申、甘德和巫咸等。三国时吴国的陈卓,归纳了石申、甘德和巫咸的工作,并同存异,统计出 1 464 颗恒星<sup>②</sup>。

根据恒星分布的特征,中国古代把恒星划分成若干个星群,叫做星官。每个星官的星数不同,少则一颗,多则几十颗,根据它们组成的形状被赋予相似物的名称。但中国的星官数目太多,不便于辨认。于是就需要更高层次的划分。《史记·天官书》曾把可见星空分成五大天区,叫五官。中宫是指北极附近的星空,除中宫以外的天空,以春分那一天黄昏时的观测为准,按东西南北分为四宫,每宫又派生出七宿,共二十八宿,所有星官包括在中宫和二十八宿中,成为大单位下的小单位。中宫后来又分成三个区,即紫微垣、太微垣和天市垣。

为了确定和测量天体在天空中的位置,在二十八宿中所选定的标准星,称为距星。根据天体与距星的相对位置,可确定天体在天空中的方位。

《恒星历指》三卷作为《崇祯历书》中的第二批书,在崇祯四年(1631 年)八月由徐光启和德国耶稣会传教士汤若望等共同编撰完成,同时完成的相关书籍还有:《恒星历表》四卷、《恒星总图》一折、《恒星图象》一卷。崇祯七年第五次进呈书目中有《恒星出没表》二卷、恒星屏障一架。恒星观测是崇祯改历的基本工作,徐光启及汤若望等还一起进行了恒星表的测算和星图的绘制。

据考,《恒星历指》的主要底本是第谷的《新编天文学初阶》(*Astronomiae Instauratae Progymnasmata*, 1602 年)<sup>③</sup>。按照第谷理论和方法论述恒星测量和计算等内容,采用了第谷体系的一系列新的测算数据,例如,采用了新的岁差值  $51''$ /年,采用了新的黄赤交角值  $23^{\circ}31'30''$ 。采用了新的历元——即以崇祯元

① 潘朔,《中国恒星观测史》,上海:学林出版社,1989:1。

② 陈久金、杨怡,《中国古代的天文与历法》,北京:商务印书馆,1998:41。

③ K. Hashimoto: Hsu Kuang-chi and Astronomical Reform, Kansai University Press, 1988.

年(1628年)为历元。下面简要介绍《恒星历指》的主要历史功绩。

### 1. 以第谷天文学为主的恒星测量基本方法和理论

《恒星历指》在卷一首先阐释了恒星测量的方法,考察了恒星测量的精度,给出由恒星赤道经纬度求其黄道经纬度的方法,明确了测量恒星的条件、测量恒星的仪器以及影响恒星观测精度的因素之一的蒙气差修正等内容。《恒星历指》建立了以西法为基础的、具有几何特征的恒星测量的基本方法和基础理论。

《恒星历指》介绍了三种测量恒星的方法,前两种都是古代和中古的方法,它推崇第三种方法,即太白金星法,理由是能够减少测量误差。具体如下:先测恒星太白的角距,次测太白太阳的角距,晚则相反。各以二距推得恒星度分。与前两种方法相比,优点有:(1)金星体小,用窥筒测量则全见之,行度迟缓,两测之间,迁变甚少,又视差绝微,没有乖误之缘。这些优点说明使用金星作为测量恒星的参照体要优于月亮。(2)使用的测量仪器是纪限大仪和赤道浑仪。这两种仪器基本上沿袭了第谷纪限仪和可拆式赤道浑仪。使用这两种测量仪器进行测量,不但精密度比旧器要提高很多,而且操作简单。

实施太白法测恒星的具体方法有独测法和重测法。用太白测恒星需要测量两值:太白和太阳相距之度、太白和恒星相距之度。具体的方法有简法和本法。简法需多次测量,避开求视差。但须连日比测,须早晚并测。本法,一测即得。但必须研究视差。强调独测为本法,但是重测作为简法,由于其计算简捷,在实际测算中非常有用,具有可行性。《恒星历指》关于重测不论视差的原因和作法道理叙述如下:“先于西边测太阳之高度,后于东边测太阳之高度,两高度既同即其距赤道两率不甚相远,而太白之两高度与其两距度亦然,即有偏斜微细难推,可勿论也。此两测所得数,若有赢缩,则两视差所为矣,而两测之高同,纬同,则视差必同。若依本法推论视差所得数,于两测一宜减一宜加,今以赢缩之总率平分之,加一于此,减一于彼,损有余,补不足,适得其平。”<sup>①</sup>

具体内容中,除了涉及仪器调准、安装等操作细节外,还利用了大量的三角函数和球面三角学计算方法。上述后面的内容,主要在《测量全义》等书中进行介绍,这里只是直接引用数表和计算公式,充分体现了《崇祯历书》各卷内容互为补充而最后形成统一知识的整体性特点。

十二次作为中国古代一种划分周天的方法,是将天赤道带均匀地分成12等

<sup>①</sup> [明]徐光启编纂,潘鼎汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。

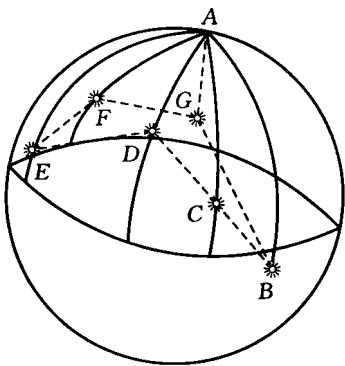


图 4.24 以赤道之周度  
察恒星之经度

分,使冬至点正处于一分的正中间,这一分就称为星纪。从星纪依次向东为玄枵、娵訾、降娄、大梁、实沈、鹑首、鹑火、鹑尾、寿星、大火、析木。这种均匀地划分天赤道带,使得每等分为  $30^\circ$ , 比中国传统的非等分的二十八宿划分天赤道带的方法更便于计算。《恒星历指》中采用了十二次的基本坐标系<sup>①</sup>。

《恒星历指》给出若干具体测算实例,以下是选择了六大距星,先通过仪器测得它们的距赤道和相距度,如表 4.8。再通过球面三角形计算得到它们之间的经度差,把它们相加后,看看和赤道周度  $360^\circ$  合不合,来检验观测的准确性。所用的计算原理如图 4.24。《恒星历指》中类似的检验很多,主要是通过三角学理论计算检验观测值是否准确。

表 4.8 六大距星距赤道和相距度测得值

六大星	B 角宿距星	C 轩辕大星	D 井宿距星	E 娄宿大星	F 室宿大星	G 河鼓中星
距赤道	南 $8^\circ 56' 20''$	北 $13^\circ 58'$	北 $22^\circ 38' 30''$	北 $21^\circ 28' 30''$	北 $13^\circ 0' 40''$	北 $7^\circ 51' 20''$
相距度	$54^\circ 2'$	$54^\circ 33' 45''$	$58^\circ 22'$	$34^\circ 37' 15''$	$47^\circ 49' 20''$	$97^\circ 50'$

《恒星历指》使用大量的几何图形来构建和阐释恒星理论,引入西方古典和近代的球面天文学和观测理论,这些作法具有系统性、科学性和可操作性,是从中国传统的代数法向几何特征的三角算法的过渡。球面三角学的建立既直观又便于修正,比用以经验为主的代数法的拟合更易于向现代科学迈进。

2. 第谷式恒星测量仪器

《恒星历指》卷二“测恒星之器”中,按照对测量仪器的三方面要求:一能求恒星出地平上度分,二能求恒星互相距度分,三能求恒星距黄赤二道之何方向度分,把测量仪器分为三类,一为过天顶之圈,如象限仪、立运仪等,为测地平高度的仪器;一为纪限仪,为测两距度之器;一为浑天仪。并且指出仪器的制作与后期的安装需要注意的事项。

对于纪限仪,如图 4.25,其名称来由解释如下,“甲乙丙为全圈  $1/6$  名纪限

<sup>①</sup> 徐振韬主编,《中国古代天文学词典》,北京:中国科学技术出版社,2009:200。

仪者,历家以 60 为纪法,以别于  $1/4$  之象限也”<sup>①</sup>。详细解释了其构造与测法,并且指出影响仪器精密度的因素:“(1)仪器的制作“仪愈大,分愈细,即愈善耳”。“而非大不得准,非坚固不得准,非界画均平……亦不得准也”。<sup>②</sup>(2)仪器的安装“全器以架承之,或为圆球架或为三枢架,令上下左右偏正无所不可,以便展转测诸曜之距度”。“安置停稳,垂线与窥筒景尺一一如法”,否则也不得准。安装时尤其要考虑子午线和北极出地的对准。“子午线者,七政行度升之极而降之始也。北极出地者,凡用仪必以仪之极与本地之极高(极高者出地上之极也)相当,而后各经纬皆相当,及始展转测候焉。若无子午以正东西升降,无极高以正南北高下,即一切缀算之法无从得用,故二者测天之本也。”(3)仪器操作者,“令目与表与第一星相参直。又一人从游耳窥第二星,亦如之”。(4)清蒙气,“星为此气所蒙,不能直射人目,必成折射乃能见之,一经转折,人之见星必不在其实所。即星体在地平之下,人所目见乃在其上矣。迨升度既高,蒙气已绝,则直射人目是为正照”。指出清蒙气对测量的影响。据考,《恒星历指》中介绍纪限仪的这段文字完全是按照第谷的论著写的。<sup>③</sup>

作者还介绍了测恒星赤道经纬度之器——赤道浑仪的构造和用法,如图 4.26。据考,附图的上部结构几乎完全复制了第谷的可拆式赤道浑仪,下部座架

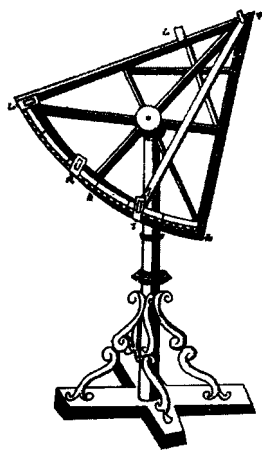


图 4.25 纪限仪

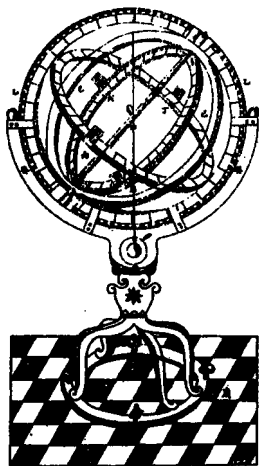


图 4.26 赤道浑仪

①② [明]徐光启编纂,潘鼐汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。

③ Nicole Halsberghe, Sources and Interpretation of Chapters of One to Four in Ferdinand Verbiest's XIN ZHI LINGTAI YIXIANG ZHI, Review of Culture, No. 20(2<sup>nd</sup> Series), English edition, 1994.

基本上抄自第谷的黄道式浑仪。黑白相间的地面图案和第谷可拆式赤道浑仪下的地板图案一致。<sup>①</sup>

《恒星历指》中的纪限仪和赤道浑仪在此次恒星测量中起着很重要的作用。这次恒星测量能精确到 $1'$ ，与这两件测量仪器的读数精度可达 $1'$ ，有的甚至达到 $30''$ ，有着一定的关系。<sup>②</sup>

### 3. 蒙气差修正的定量解释

蒙气差是指天体射来的光线通过大气层，受到大气折射所引起的折射量。大气折射可使天体视像向天顶方向偏折，因此对天体测量存在重要影响。

西方蒙气差知识的最早传入是在利玛窦与李之藻合译的《乾坤体义》（成书于1608—1609年）中。书中讨论了月食时“日月两见”的现象，认为其成因在于“海水影映并水土之气发浮地上，现出月影”。阳玛诺（Emmanuel Diaz, 1574—1659年）所著《天问略》（首刊于1615年）中用问答方式解释了蒙气映漾，矇影留光，对于蒙气差理论反复进行解释，图说皆具，最后还载有一份矇影刻分表，并详细解明晦、朔、弦、望、交食浅深之故。但是这些内容都基于早期托勒玫对于天体视位置影响的定性理论。《崇祯历书》编撰完成后，在《日躔历指》中首先明确介绍了大气折射的概念和数值，随后在《恒星历指》中引入了欧洲第一份蒙气差表——第谷蒙气差表，这些理论的依据是第谷1602年的《新编天文学初阶》。

《恒星历指》中所介绍的与蒙气差有关的内容，概括起来有以下几个方面：一是蒙气的概念，指出蒙气为“晴明时有之，人目所不见，而能曲折相照，升卑为高，故名清蒙”。以区别云雾等浊蒙，浊蒙难测是不考虑视差的；二是蒙气对恒星观测的影响。（1）“七政之视差有二，一为地半径差，一为清蒙气差。地半径差，月最大，日金水次之，火土木则渐远渐消，恒星天最远，地居其中，止于一点，故绝无地半径差，而独有清蒙之差。”指出相对于七政，恒星无地半径差，而独有清蒙之差。说明清蒙气差对恒星精确观测的重要作用。（2）“清蒙地气去人甚近，故不论天体近远，但以高卑为限，星去地平未远，人目望之，星为此气所蒙，不能直射人目，必成折射乃能见之，一经转折，人之见星必不在其实所。即星体在地平之下，人所目见乃在其上矣。”指出由于清蒙气的折射作用，所见星体并不是其实际

① 张柏春，《明清测天仪器之欧化》，沈阳：辽宁教育出版社，2000。

② 杜昇云、崔振华、苗永宽、肖耐圆主编，《中国古代天文学的转轨与近代天文学》，北京：科学技术出版社，2008。

位置所在,产生了视差。三是影响蒙气差的因素,指出地势、湿气、时间以及蒙气厚薄都可造成其变化;四是由于蒙气差导致的恒星视差比日躔视差更弱,止近地平 $20^{\circ}$ 以下乃能觉之。最后,书中还给出了一份蒙气差表。

《崇祯历书》中所述的蒙气差知识为中算家对蒙气差的定量分析奠定了基础。《恒星历指》中虽然给出了一份蒙气差表,但并没有给出计算蒙气差的一般公式。而且由于第谷认识和观测所限,他的恒星蒙气差表只给出了自地平至 $20^{\circ}$ 度的蒙气差修正值。

《崇祯历书》中的蒙气差表在中国被沿用了很长时间。尽管《历象考成》(1714—1722年编成)中已经提到“近日西人又言,于北极出地四十八度地方,测得太阳高度四十五度时,蒙气差尚有一分余,自地平至天顶,皆有蒙气差”,但该书所用之“表则仍《新法算书》(即《崇祯历书》)第谷之旧也”。稍有不同的是,该书中之表增加了地平高度 $44^{\circ}$ 和 $45^{\circ}$ 两处的蒙气差值。直到《历象考成后编》出现,这种情况才得到改变,自地平至天顶,皆有蒙气差修正值<sup>①</sup>。

#### 4. 恒星本行理论

《恒星历指》一方面给出了中外历史上四个恒星位置发生变化的例子,说明恒星本行的存在;另一方面结合实例论证了恒星本行是“以黄道为道,以黄道极为极”,这是引入的古代西方天文学中非常重要的恒星理论。《恒星历指》回顾并概要介绍了历史上和当时关于恒星本行的观测例证和主要观点,主要包括天文学家多禄某(Ptolemy,托勒玫)、地末恰(Timocharis)、巴德倪(Al-Battani)、泥古老(尼古拉·哥白尼)以及第谷等,对他们观测和计算本行的方法进行论述,由恒星本行古测得到其逐渐增加的说法;而今人第谷在总结前人观测数据的基础上,进一步得到恒星本行今测,得出恒星本行是平行,1年为 $51''$ 。解释了第谷不用地末恰、多禄某二家本行值的理由。总之,关于恒星本行“古测”和“今测”的内容勾勒出西方岁差测算的历史,最后由第谷统一了众家说法,给出一个的解释。

最后给出两张恒星本行表,一是在西方 $360^{\circ}$ 体系下的,按照“崇祯元年戊辰为历元,下推应加 $51''$ ,上推应减 $51''$ (分秒法俱六十)”的方法,一是在中国传统的 $365\frac{1}{4}$ 度日周基础上的,分、秒、微、织法俱一百,两张表的数据略有差别,两个表分别沿用了中西方两种完全不同的系统,体现了当时历法改革中“会通”的基本思想。恒星本行表可以直接用于恒星星表的归算,简便实用。

<sup>①</sup> 付邦红、石云里,《崇祯历书》和《历象考成后编》中所述的蒙气差修正问题,《中国科技史料》,2001(3):260—262。



《恒星历指》建立了一套系统完善的恒星本行理论,既有理论,又有实际测量;既有古代的测算数据,又不盲从古法,在历理方面深入细致的解释使得恒星本行理论可行、实用、合理。这也符合徐光启等人编制历法的初衷。

今天看来,恒星本行实际上就是岁差理论,但是在《恒星历指》个别章节中分别论述,其中主要原因是本行是针对几何模型而定义的概念,而岁差主要针对实际应用中的年长的变化。

《恒星历指》试图分析岁差产生的原因,一是“因太阳最高行度。一因太阳本圈心去离地心,渐次本等。此二者为自差之根”。二是“或测验未合或因北极出地之高度未真,此二者为偶差之根”。并指出“自差之根”始终存在,所以只能依自差创意立法。恒星行度参错短长是偶差所致。今依实测实理,恒星周岁离四节而东行之经度为 $51''$ 。但事实上,关于岁差的原因只有在牛顿发现万有引力定律以后才能给出圆满的解释。

另外,《恒星历指》给出两种岁实定义。一为星岁,一为节岁。星岁是指恒星行周岁而又回到原处。节岁是指日行周岁而又回到原处。星岁,相当于现代的恒星年,节岁,相当于现代的回归年。回顾了泥谷老用星岁的理由:通过比较三个时段恒星岁实的数值,上古:365日24刻11分,中古:365日24刻09分12秒,和泥谷老自测:365日24刻09分40秒,得出先后三次恒星岁实最大差仅为 $1'48''$ ,而在这2000年其间,节岁差至 $8-9'$ ,两者相比星岁明显比节岁“密”。这个结论是正确的,其分析过程也是科学的。

在《恒星历指》之后完成的《恒星表》的基本坐标系统既采用了西方的黄道十二宫,也采用了中国传统的赤道周天度分为二十八宿的系统,体现了中西会通的思想。但是,如果仔细研究恒星表会发现,其“觜”宿和“参”宿的经度位置发生了颠倒,这一点在《明史·天文志》所列崇祯元年徐光启等人测量的二十八宿黄赤道度中,已经有所反映<sup>①</sup>,而关于其原因实际上在《恒星历指》卷二中已经解释得很清楚了。

在《恒星历指》卷二“二十八宿各宿度变易”中,以图例阐述了黄纬不同的两星,赤经一星在前一星在后,经历一段时间后,两星处于同赤经,再经历一段时间后,赤经在前一星落在后,赤经在后一星反而赶超在前。

接着解释原因说:并非两星运行有快与慢,是因为赤经圈疏密不同,近极密远极(即近赤道)疏。分宿度是以赤经圈为限,而七政行运是以黄经圈为限。所

<sup>①</sup> 黄一农,《清前期对觜、参两宿先后次序的争执》,杨翠华、黄一农主编,《近代中国科技史论集》,台北:“中央研究院”近代史研究所;台湾新竹:清华大学历史研究所,1991:71—94。

以从现象上看日月五星在古时各以本行先历角宿至亢至氐房心等,而现在所见发生变化,先入参度而后过觜度(原先是先入觜度而后过参度),其原因都在于二道二极使然,并非七政运行异常,也不是恒星位置发生了先后变更。

进一步用图例说明,如图 4.27。指出如果古时七政所过宿度先后不超越,那是七政运行正处于黄赤经度二度宽窄相等的缘故。这应了汤若望新法大要凡四十二事中的“曰恒星东移,恒星以黄道极为极,各宿距星时近赤极,亦或时远赤极,由黄赤二道各极不同,非距星有异行或易位”。

由此可见,岁差对于基本二十八宿坐标系的影响是非常显著的,有时甚至会产生距星位置的倒置,而《恒星历指》以其固有的系统性,对这些内容的分析和图示是科学而合理的。

《恒星历指》分析了恒星本行对恒星赤道经纬度和黄道经纬度的影响。首先,由于赤道斜交于黄道,恒星依黄道有本行,与赤道纬圈皆以斜角相交相过,所以如果恒星平均行黄道经度,行赤道经度则时时变动。接着用图例说明星行赤道之经度,恒自不等;再用图例说明星历赤道纬度,亦常不等。特别指出黄赤经度相同的情况只有同在极至交圈或同在两道交之两点。

关于赤道宿度差,先求今之宿度,以探究古今异同之故。因两星黄经差终古不变,依各距星今相离黄经可定古黄道各宿度,再以黄经、黄纬复求各距星赤经及各宿本度,求解过程都用三角形法。最后给出“古今赤道宿积度表”和“古今赤道宿度表”各一,后表各数据是前表相邻两数据的差,可以看出来,由于恒星本行的影响,各个值都有差异。“古今赤道宿度表”最后一栏给出了依  $365\frac{1}{4}$  度算得的今各宿度。在星图的绘制中也采纳了这种传统古度。

关于恒星黄道经纬度变易中的“恒星黄道纬度变易”与“恒星黄道经度不变易”,容易引起歧义,这里的叙述正好与现代天文学中岁差导致的黄道经纬度的变化结论相反。笔者分析原因如下:关于恒星黄道纬度变易的古测、今测,实际上是结合了第谷的黄赤距度古远今近的理论,是一种极端情况的论述,是古今黄纬变化率。关于恒星黄道经度不变易,却是通过考察并给出“古今黄道宿积度表”和“古今黄道宿度表”各一份,后表各数据是前表相邻两数据的差,可以看出

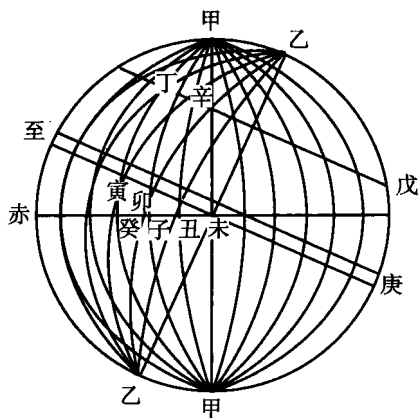


图 4.27 各宿距星  
异位的原因

来,由于恒星本行对黄经变化差率没有影响,以上各个差值都相等,从而说明了黄道经度不变易。“古今黄道宿度表”最后一栏给出了依  $365\frac{1}{4}$  度算得的今各宿度,在星图的绘制中采纳了这种传统古度。《恒星历指》得到的这些核心结论将直接服务于星表的编算和星图的绘制。

## 5. 绘制星图的原理和方法

《恒星历指》给出了总星图作图的原理(见图 4.28),并以几何图说明。

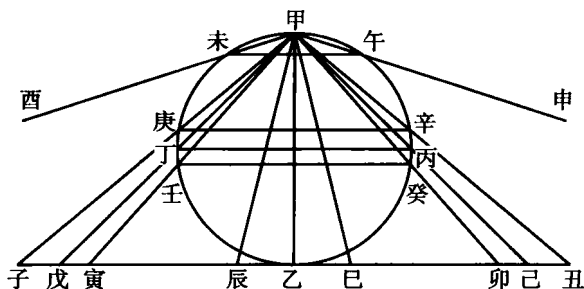


图 4.28 总星图作图原理

假设有浑仪为甲丙乙丁,甲为南极,乙为北极,以乙为心,有光或目在甲极(南极),辛庚为冬至圈,丙丁为赤道圈,癸壬为夏至圈。此图意在说明,近南极之圈比近北极之圈在平面子巳丑的投影宽。

《恒星历指》中作星图不用两至两极圈,只用赤道之左右度分,度分近北极,平面上影相距愈近,远北极平面上影相距也愈远,经度是这样,纬度也是这样。通过图示证明了“星之纬度在平仪之上,愈远心相距愈宽”。进一步给出了作图原理:“去心远者,各所限经纬度渐展渐大与近心者不等,而经纬度之比例恒等,即所绘星之体势与天象恒等。”<sup>①</sup>《恒星历指》定义浑仪上的正圈如赤道圈,赤道

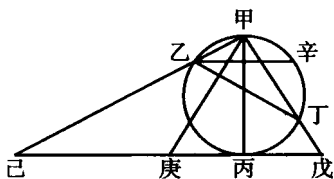


图 4.29 “斜圈图圆义”

距等圈及诸过极经圈,当照本在南极则正受照之圈,影至平面必成圈形,或直线。在卷三“斜圈图圆义”中主要解决了浑仪上的斜圈,如黄道圈、地平圈及其各距等圈,当照本在南极,斜受照之圈,其影在平面的形像,用角体之理说明。如图 4.29:

<sup>①</sup> [明]徐光启编纂,潘鼎汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。

甲乙丙为极至交圈,则甲乙丁为小角体,甲己戊为全角体。这就是浑仪平面形影之体势。而且甲丙垂线非甲庚枢线。在平面上, $Rt\triangle甲乙丁 \sim Rt\triangle甲己戊$ 。

在图 4-29 中进一步指出,甲当南极,为照本之点,乙近甲,丁远甲,则它们的影甲己 $>$ 甲戊。即“凡斜圈之弧近于照本,其影必长,距远则短。”并且指出“然分较之虽南影长于北影,合较之则平面上圆影不失黄道之圆影矣。”进一步证明了庚即是己戊径的中心。也就是说庚就是己戊所代表的圆的圆心。

《恒星历指》指出,“见界总星图者以北极为心,以恒隐圈为界”。于平面作图而平分纬度,易于“得之经纬,失之形势,得之形势,失之经纬”。用“不等纬距度向外渐宽则经纬度广狭相称而星形度数两不相失”。并指出“不等纬距度”作图法优于“平分纬度”作图法。

下面是论定一种新的改进的作法。如图 4.30,如果照本在南极乙,甲丁是 $80^\circ$ 时,过丁之乙己长于半径甲丙几及六倍也,“如是而依本法作图,若图幅少狭,即北度难分,若北度加宽,即图广难用矣”。关于改立的新法指出,“设照本稍出南极之外,去极 $20^\circ$ 起一直线,以代乙己,其与甲丙之引线不交于己而稍近丙,以欲所求之度,定平图之半径,则广狭大小皆适中矣”。这样的作图法优于旧法。由于赤道纬度,其内外广狭不齐,进一步给出了赤道内和赤道外取纬度的方法。

另外还指出作黄道圈时,因照本不切南极,其影不能为正圆,而微成椭圆。进一步详细介绍了黄道、黄赤距、南黄纬、北黄纬等的取数和作图法。

《恒星历指》关于极至交圈平分左右二总星图,指出照本在最远者星图所不用。所用只是第二法——照本在南极,以赤道圈为平面界,也就是前面所说以赤道平分二图。还有第三法——照本在二分,以极至交圈为平面界,并用图例加解释给出了它的作图方法。

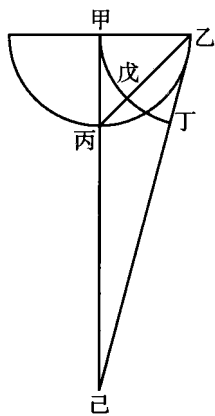


图 4.30 见界总星图作法原理

## 6. 《恒星历指》的意义和影响

### (1) 明确了数差、法差和理差

《恒星历指》卷一测恒星之器中分别详细介绍了测恒星相距之器——纪限仪和测恒星赤道经纬度之器——赤道浑仪,反复论述了仪器的安装、调平、取正、读数、观测和蒙气差修正等等对于测量精度的影响。

《恒星历指》中用到了大量的三角学知识,尤其是弧三角知识。几何图形的直观性在恒星的测算过程中起着重要作用。由于三角学在历法计算中的基础作用,“新历之妙,全在弧三角,然必知平三角,而后可以论弧三角”<sup>①</sup>。具体来说,西历在测天中引进弧三角形,计算中引进割圆八线表<sup>②</sup>。可见《恒星历指》编撰的成功、测算精度的提高与所采用的数学知识本身的先进性是分不开的。

探究天体运动的规律,指出了宿度的变化由岁差引起。讲述了岁差原理,解释为恒星东行,亦称为本行。《恒星历指》卷二用大量篇幅讲解恒星的本行及其导致经、纬度变化的原理,从理论上探究了精确测算二十八宿度数等坐标体系的方法和必要性,从而使历理向前迈了一大步。

王锡阐总结历差的三大原因可谓“精而核”。王锡阐指出历差的三大原因:一是“以人验天”过程中产生的种种测量误差;二是以数推理过程中产生的数学方法的偏差;三是对天体运动的固有规律未能穷究而产生的理论偏差。即所谓数差、法差和理差。这确是对历差理论的很好概括,“不合者固多”,均不外乎这三差。<sup>③</sup>法差即测量误差。测量误差按产生的来源可分为人差、仪器误差和外界环境误差(如大气折射)。若按产生的规律,则可分为系统误差和偶然误差。

## (2) 绘制了世界上先进的星表和星图

在《恒星历指》的理论指导下,徐光启等人参照西方星表,并和中国传统星官比照核对,日夜进行测算,不但重新订定了二十八宿距星的经纬度和宿度,而且测量全天恒星,其中传统星官中的1464颗星的辨认本身的工作量就相当大,还又添测了相当数量的恒星作为增星。所完成的《恒星历表》具有以下特点:星数较多,共收1362颗星,既有赤经、赤纬,又有黄经、黄纬,以1'为单位,对于每一颗星还列出一至六等星的星等。

《恒星历表》上呈时原为四卷立成表,在刊行汇编《崇祯历书》时,改编为《恒星经纬表》二卷。《恒星经纬表》篇幅浩繁,几经改版、誊抄,虽经汤若望、罗雅谷和龙华民等人先后订正,但由于时间紧张,错误自是难免,因此需要对于各个版本的所录星数、各星数据等等进行考校,特别是和《明史》内容进行比对。另外,由于《恒星经纬表》的编撰不可避免地吸收了西方近代恒星观测的成果,因此和当时已经完成的、并且传入中国的一些西方星表进行对比是必要的。学术界在

① [清]梅文鼎,《平三角举要序》,郭书春主编:《中国科学技术典籍通汇》(数学卷),郑州:河南教育出版社,1993。

② 陈久金,《徐光启和崇祯历书》,席泽宗,吴德铎编著:《徐光启研究论文集》,上海:学林出版社,1986:91。

③ 陈美东,《中国古代天文学思想》,北京:中国科学技术出版社,2008:381。

这方面已经有一些成果<sup>①</sup>。

编绘的恒星图收以下四种:《见界总星图》,《赤道南北两总星图》,《黄道南北两总星图》和《黄道二十分星图》。

《崇祯历书》星表星图是崇祯改历中取得的重大成就,其中《恒星经纬表》和《赤道南北两总星图》是崇祯改历中恒星观测成果的代表。

大约在崇祯六年(1633年),徐光启去世前几个月,他带领历局人员重新绘制的《赤道南北两总星图》有以下特点:

① 两大幅赤道南北恒星图,图的内外圈中,“外分三百六十度,内分三百六十五度四分度之一”,两种圆周分度并列,中西合璧。

② 从黄极引曲线之界边,将天区分为十二宫;从赤极引直线至界边,分天区为二十八宿,各有度分。图上亦绘有从黄极出发,分为十二宫的黄经,并指出,二分二至四线,“黄赤同度同分”,其余则“各有参差”。从本图能看出“黄赤异同”,黄赤道经纬度俱全,两种坐标系并存。

③ 沿用二十八宿宿度制的经度系统,徐光启的图又添用了十二宫(次)制的经度系统,且与360度制并用。

④ 南北总图上绘有恒隐圈以外诸星。

⑤ 赤道南北,纬度各为90度。古代星图“有经无纬”,从此图开始,星图有了纬度。而它的经度线则是取消了宿度线而改用十二次系统来表达的。

⑥ 中国星图史上最早出现了黄极。

(3)《恒星历指》是在第谷恒星理论基础上,随着望远镜新纪元的开辟,对中国古代恒星天文学的一次全面推进,取得了世界上同时期最完善的恒星观测结果。《恒星历指》中关于“恒星无数”的概念是来源于伽利略的《星际使者》,这是他借助望远镜的一个新发现。另外,按照星分6等的概念重新命名了许多恒星。

1634年发表的《赤道南北两总星图》,星数增加到了1812颗,比《崇祯历书》恒星表所载1366颗星多出446颗。实际观测到的恒星是1725颗<sup>②</sup>,命名的是1266颗,而文献给出的是1351颗。根据前人的研究,1612年由克里斯托弗·格林伯格完成的星表,包含了1244颗星的赤经、赤纬和黄经、黄纬值<sup>③</sup>。这说明中国天文学家掌握了黄赤坐标变换的计算,并且做了相当多的附加观测,这与崇

① 潘朔,《中国恒星观测史》,上海:学林出版社,1989;孙小淳,《崇祯历书》的星表与星图,《自然科学史研究》,1995(4)。

② 新法历引。潘朔汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。

③ 孙小淳,《崇祯历书》的星表与星图,《自然科学史研究》,1995(4)。

祯年间大型改历的背景和徐光启的建议是分不开的。

《恒星历指》以介绍中古时期的恒星测量学为主,其内容和方法仍然存在很多有待完善的地方,但是,相比中国传统天文学而言,在论证方法和理论的系统性方面,《恒星历指》吸收了古希腊的思想,重视建立一个逻辑严密的知识系统,这些理论和方法,无论是古代,还是在今天看来,都是可资借鉴的。恒星观测作为传统天文学的一个重要内容,其在天文学中具有独特的地位,明末西方恒星测量理论和方法的传入,受到明清以来有识之士的普遍重视,掀起了学习西方天文学的热潮,对传统天文学产生了重要影响。

《崇祯历书》修成后虽十年不得颁行使用,却早已有了刊本流行。随着《西洋新法历书》的刊本流行全国,朝野各方研究、讲论天文学更是呈现出前所未有的热情。天文学成为清代上层社会的一种时髦。

综上,《恒星历指》建立了恒星位置观测和计算理论,从而为编制恒星表服务。应用了西方观测理论和工具,基于最新天文学成果如岁差理论、蒙气差和视差理论等等的考虑,重新建立精密的十二次、二十八宿坐标体系,实现了对于黄赤道坐标的转换,同时兼顾中西方传统坐标体系,建立恒星的黄、赤道坐标位置,为恒星位置的精确标示,得到一张新的完善的星表和星图奠定了理论基础。

## 第十一节 《五纬历指》中的宇宙理论

《崇祯历书》中的《五纬历指》(1634年)是一部关于中世纪西方行星理论的译著,在开始阐述行星理论之前必然涉及到行星所处的位置和顺序,从全书的体例来看,它比较详细地介绍了包含托勒玫、哥白尼、第谷等在内的不同的宇宙几何模型,但是在“总论”中却只字未提哥白尼日心说。在《五纬历指》总论中首先介绍了西方两大主要宇宙观——“古图”和“新图”,它们分别代表亚里士多德的宇宙论和第谷提出的折中宇宙论,然后阐述了引进第谷体系为正法的许多内容。如所周知,从明末采用第谷体系一直到清代使其成为钦定,其地位历经一百多年,对中国天文学产生了重要影响。前人已经分析了明末采用第谷体系及其相关著作,对西方几大宇宙论的历史地位进行评价<sup>①</sup>。下面围绕《五纬历指》的背景及其文本内容,试图从新的角度重新考量第谷体系的优越性,补充一些新的观

<sup>①</sup> 江晓原,《第谷天文工作在中国的传播和影响》,《天文西学东渐集》,上海:上海书店出版社,2001。

点和史料,探讨《五纬历指》中介绍“古图”和“新图”的内容及有关判断法则,对引入第谷体系的合理性进行评述和论证,并详细分析耶稣会士在引进宇宙论过程中的理论缺失和矛盾之处。

### 1. 西方宇宙论传入中国的几个分期

在哥白尼日心说传入中国并被中国人接受之前,明末耶稣会士作品中引介西方宇宙论大致可分为两个阶段。第一阶段是大约1616年以前,耶稣会士传讲的是当时欧洲非常盛行的亚里士多德宇宙论——水晶球体系,这一年西方第一次定义了太阳静止的神学地位。这一阶段,利玛窦制作地球仪和天球仪,讲解地球位置和各天球轨道,1602年在北京刊印《坤輿万国全图》,1603年的《天主实义》是利玛窦最重要的神学著作,作为亚里士多德论证模式的样本,后一书以“理性之光”证明中国宗教及宇宙观的错误,说服读者承认天主教学说的正确性。1605年刊行《乾坤体义》,1607年有《浑盖通宪图说》等等,这时没有引进托勒玫对地心说的数学几何模型的描述。1625年的《寰有论》是个例外,它虽然系统介绍亚里士多德宇宙论和中世纪正统宇宙学说的译著,论述了天体运动的层次和它们的速度有关,但也明确提出了一些无神论的思想,如《寰有论》公开否定了固体天体概念,认为天体层次可以相通;又如提出天体运动之力是一“能动之力,此能力在太阳之体中也”等等。

第二阶段是围绕引入第谷(1546—1601)体系,关于望远镜观测现象和托勒玫几何模型等一系列内容的介绍。崇祯初年徐光启、李之藻等人再度与传教士合作,传讲的主要是第谷体系。涉及的主要译撰著作有阳马诺的《天问略》(1615年)、汤若望的《远镜说》(1626年)、邓玉函等的《远西奇器图说》(1627年)和《测天约说》(1628年)上下卷,宇宙层次在《测天约说·卷上·名义篇第一》“测天本义”中有所介绍,给出了一些判断法则。以上这些书中都提到了伽利略关于望远镜的最新发现,但是没有提及伽利略的名字<sup>①</sup>,也没有指出由此可能产生的与古典宇宙论的冲突,关于伽利略观测到的新天象的关键性含义没有被讨论,甚至也没有涉及第谷体系的详细细节,但是据桥本敬造研究,这一时期耶稣会士传讲的宇宙论多从第谷学说<sup>②</sup>。耶稣会士在来中国之前就已经清楚地将自己定位于文艺复兴复古神学(ancient theology)的传统里,他

① 席文根据 D'Elia 在 *Galileo in China* 中的叙述认为这并不奇怪,因为当时在中国的传教士是清楚“更高权威的判断”的。

② Hashimoto K. *Hsü Kuang—Ch'i and Astronomical Reform—The Process of the Chinese Acceptance of Western Astronomy 1629—1635*. Osaka: Kansai University Press, 1988.



们毫无疑问是站在反哥白尼的阵营中,而选择接受了温和折中的第谷宇宙模型,但是在以上书中都没有第谷体系的详尽细节。就是说关于太阳系理论的重要性没有被公开涉及。

罗雅谷(J. Rho, 1593—1638 年)等的《五纬历指》(1634 年)是这一时期第一本开始触及太阳系理论并且用第谷体系替代亚里士多德水晶球体系的著作。罗雅谷的叙述中详细提到了宇宙新现象,在卷 1 最后专门用了 4 页的篇幅对于木星卫星进行描述和图示,如图 4.31 和 4.32,图 4.31 中的九测乃源自伽利略原观测记录<sup>①</sup>。还提到了土星卫星、金星位相、太阳黑子和日出入时由于大气折射看到的太阳扁圆的情况<sup>②</sup>。对于金星位相的描述除了能够说明金星作为太阳的卫星而运动,还映射了天体的秩序可以被明确地决定;由于望远镜观测的进一步引入,罗雅谷在此书中不可避免地将考虑五纬星围绕太阳运动的顺序。

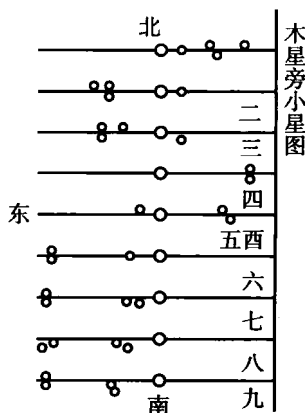


图 4.31 望远镜测得木卫直线图

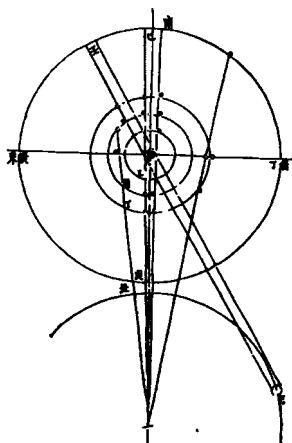


图 4.32 《五纬历指》对木卫的描述

罗雅谷甚至涉及了哥白尼体系中的地球自转现象,在《五纬历指》中有:“问宗动天之行若何,曰,其说有二,或曰宗动天,非日一周天,左旋于地,内擎诸天,与俱西也。今在地面以上,见诸星左行,亦非星之本行。盖星无昼夜一周之行,而地及气、火,通为一球。自西徂东,日一周耳。如人行船,见岸树等,不觉已行,而觉岸行。地以上人,见诸星之西行。理亦如此,是则以地之一行,免天上之多

① 严敦杰,《明清之际西方传入我国之历算记录》,梅荣照主编,《明清数学史论文集》,南京:江苏教育出版社,1990:114—181。

② [明]徐光启编纂,潘鼎汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。以下本节原文均出自此。

行,以地之小周,免天上之大周也。然古今诸士,又以为实非正解。”但是他没有提到伽利略和哥白尼的名字。伽利略的名字只是在卷八“五星光色”“第五”中被提到一次。

在《五纬历指》中罗雅谷细致阐述了托勒玫、哥白尼和第谷关于外行星周年运动的不同处理,认为关于第谷体系和哥白尼体系有相通之处,如图 4.33,原文有:“第四图乃第谷及哥白尼总法。以太阳为五纬行之心,甲为地,巳庚辛为太阳本轮,置太阳在巳,巳为心,在星本天,又取两心差四之三,依本图,到丙作乙戊弧得心在壬,如前二图,置太阳行巳辛弧,壬点亦行,而成壬丑弧,太阳到庚,壬点亦到寅,又复回于巳,壬点又复到元处,而成壬丑寅圈,如巳辛庚圈等。壬巳丙角不变,改又丙巳最高线于巳,甲常平行,依几何法可论之。凡太阳在午,星到子,因在甲午子一线,谓之相会;凡日在未,星在申,谓之相冲。在子于地极远,在申极近。太阳顺天行巳午辛未庚,然星从寅壬子到丑顺天行,从丑申到寅于甲人目似逆行,寅丑为两行之界。此法乃第谷本法。……上四图,各解顺逆疾迟留等岁行之验;下总图,合四法以明之,理一而已。总图有实线、叠线、虚线三类,实线法古用黑字,叠线第谷法元用红字,虚线哥白尼与第谷总法……”上文通过“总图”证明第谷与哥白尼体系是相通的,但是可惜在《五纬历指》中漏掉了“总图”,我们无法了解其详细过程。据席文研究认为,罗雅谷证明了哥白尼和第谷体系关于中心差构图的等价性,取代了托勒玫的偏心等速圆(equant)的引入<sup>①</sup>。罗雅谷在几何模型技术上的处理显示了他对于哥白尼体系的一种妥协,而他是第谷主义的。

以上关于哥白尼体系的两个内容实际上反映在隆格蒙塔努斯(C. Severin Longomontanus, 1562—1647 年,在《五纬历指》中又译《色物利诺》)的《丹麦天文学》(*Astronomia Danica*, 1622)中,据桥本敬造研究认为,这是罗雅谷编写《五纬历指》的一本重要参考书。

## 2. 《五纬历指》中宇宙层次的一般判断法则

在《五纬历指》卷一中首先阐述了西方古代宇宙论的九重天思想,中国古代

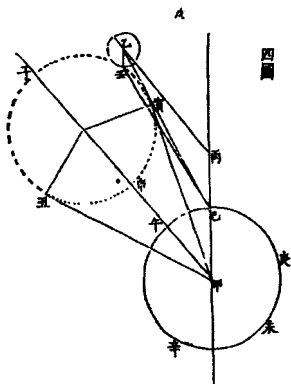


图 4.33 “第谷及哥白尼总法”

<sup>①</sup> Sivin, Nathan. Copernicus in China. From *Science in Ancient China*. VARIORUM, 1995.

曾经有九重天的思想,但那是一种神话哲学,甚至张衡《灵宪》中已有“文曜丽乎天,其动者七,日、月、五星是也。周旋右回。天道者,贵顺也。近天则迟,远天则速。行则屈,屈则留回,留回则逆,逆则迟,迫于天也”的思想,但是这种宇宙模型在后来的历算学中影响并不大。至于“九重天”说为什么在中国消失了,学术界已有论述<sup>①</sup>。中国古代天文学认为天只有一层,所有天体投影在其上作运动。《五纬历指》认为“古图”和第谷“新图”有许多相同之处,如图 4.34 和图 4.35,表现在对于宇宙整体性的把握和认识上,有三,一是周天各曜位置有高卑,包含有内外,去人有远近,主要道理为“相食相掩必参相直,参相直必分三界:人目,所食所掩和食之掩之”。又指出,多禄某古法分周天各曜序次依次为太阴、水星、金星、太阳、火星、木星、土星为七重天,恒星为八重天,宗动天为九重天。指出中世于恒星天上又增加东西岁差一天,南北岁差一天,共 11 重天,这是哥白尼定的,第谷不用。二是恒星本天在七曜天之上,主要原因是经星与纬星不同,几乎没有地半径差,纬星能掩经星,经星极高极远。三是太阳在诸曜适中之处;关于这点论述了四个原因,一是因为诸星均受光于太阳,提到“太阳在众星之中,若君主在众臣之中”;二是根据太阳、月球距地球远近给出判断,《五纬历指》给出的太阳距离是 1 142 个地球半径,而月球距离是 64 个地球半径,那么由此得到太阳和月球之间是一千多个地球半径,认为“其间不应空然无物,会当有星,则金水两星之天在其中矣;若此外土木火三星,其行甚迟,其所行本天甚大,故非日月两天之间所能容受也”。三是比较了日月诸星的视差和地半径差,认为“太阳之两差不能多于太阴,太白不能少于木星土星。则当在其中处”。这一条理由并不充分,从表 4.9 可见没有详细给出外行星和太阳视差的比较。第四个理由从中西历家所立法数的比较入手,认为中西有二十八宿、二十七宿的说法;七政按照日金水月土木火的顺序轮流直日,“满二十四时为水星,则次日之首时为太阴矣。故太阳之次日即为太阴之日,可见上古历宗初立此法者,知太阳在众星之中处也。”认为七政隶于各日,七政自上而下的顺序是日金水月土木火,日分二十四时,七政分属也。

西方对于日月距离测量的详细记载始于《至大论》,托勒玫测得日月距离分别是 1 210 个地球半径和 64 个地球半径<sup>②</sup>,虽然这些值和今测值相差很大,但是在西方一直到第谷仍然采用相似的数据;视差是喜帕恰斯发现的,托勒玫在《至大论》中进行详细论证,针对喜帕恰斯关于太阳视差认识的模糊,托勒玫强调太

① 陈美东,《中国科学技术史——天文学卷》,北京:科学技术出版社,2003。

② G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest, London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984.

阳没有明显的视差,但是在计算太阳距离时,他又陷入了循环论证,试图用距离反过来计算太阳视差。

综合上下文可以看到,《五纬历指》关于太阳视差特别是和其他行星视差的比较是不够的,表 4.9 中第谷的视差数据也不足以支持天体的内外远近顺序。二十七宿和星期概念来源于古代巴比伦,这里提到了直日,很可能受印度天文学的影响。在解释太阳在适中之处时,说太阳是万光之原,若君主在众臣之中;金水在日月之间的原因是其间不应空然无物,而土木火三星所行本天甚大,非日月两天之间所能容受的原因则带有神学色彩。可以明显看出以上内容并不能构成判断宇宙层次的充分条件。

以上对于“古图”和“新图”相同之处的论证依据和内容,基本上属于传入中国宇宙理论的第一阶段。

《五纬历指》对于“古图”和“新图”的不同指出:“古曰五星之行,皆以地心为本天之心;今曰五星以太阳之体为心。古曰各星自有本天,重重包裹,不能相通,而天体为实体,今曰诸圈能相入,即能相通,不得为实体。古曰土木火星恒居太阳之外,今曰火星有时在太阳之内。”从上述引文看出,“古曰”解释了古希腊影响较大的亚里士多德水晶球体系。而“今曰”从金星和火星的最新观测现象和数据出发,引出了第谷体系。

对于内行星证明如下:“用望远镜见金星如月,有晦朔弦望,必有时在太阳之上,有时在下”,这里利用了伽利略用望远镜观测的结果,证明金星轨道有高卑之行,围绕太阳中心运动。又根据它们在太阳左右的距离(大距),距离愈小,愈在内,“水左右距日 20 余度,金左右距日 40 余度,”故“水之天小于金之天,水必在其内”。利用了金水星的东西大距分别是 40 余度和 20 余度,以及太白之行迟于水星之行确定其轨道孰上孰下。

对于外行星有“问土木火三星,孰上孰下。曰,火星在日之冲,其视差大,大于日之视差;其体亦大。密测密推,知其卑于太阳,过此以往,其视差小于日之视差,其体亦小。推算所得,又高于太阳。若土木二星视差恒小于日,必在日上无疑也,又土木火三星行度不等,迟行者必在上,土星是也。疾行者必在下,火星是也。行在迟疾之间,则木星位置。宜在火土之间矣。此三星上下,古今同论”。

由于火星冲日时体积大且视差也比太阳大,所以知道这时它比太阳近,即所谓“火星有时在太阳之内”,这是通过火星和太阳视差的比较说明火星有时在太阳以里运行的证据,如图 4.35,而不像图 4.34,“土木火星恒居太阳之外”。

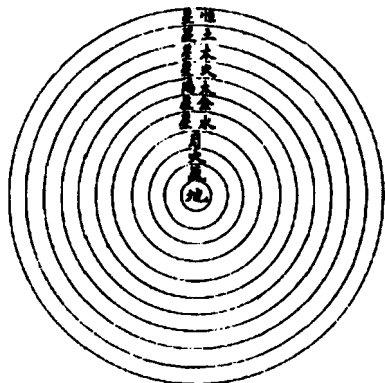


图 4.34 七政序次古图

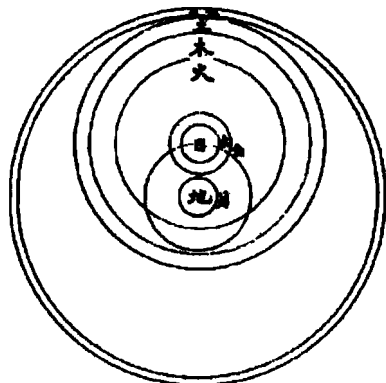


图 4.35 七政序次新图

《五纬历指》关于第谷体系——“新图”论述道：

新图则地球居中，其心为日月恒星三天之心。又日为心，作两小圈，为金星、水星两天，又一大圈，稍截太阳本天之圈，为火星天。其外又作两大圈，为木星之天，土星之天。此图圈数与古图天数等，第论五星行度其法不一。见各星本历及下总论。

伽利略用望远镜发现的新天象有力地动摇了天界永恒、天体固定的理论。据考，《寰有诠》已经对此做出反应，引用于“不坏篇第三，论天体所以不坏”中，这不是《寰有诠》原底本中的内容，而是译者傅际凡临时加上的<sup>①</sup>。可见耶稣会士很重视当时望远镜的新发现。

《五纬历指》通过行星的地半径差的多少来解释去地远近，即差越大，去地越近；而行星迟疾与轨道大小、周期快慢有关，速度迟，则轨道大，则周期慢，见表 4.9；另外从古代就观测到金水星大距不同，距离愈小，愈在内。论述了行星所受之“行力”相等，其包括自力或他力，而“太阳为行动之原”，“太阳于诸星如磁石于铁，不得不顺其行”。重新明确了“日月太白皆系一能动之力，此能力在太阳之体中也”。这些法则综合了中西古代的一些观测和理论，考虑到了中国学者的接受情况。

以上说明了《五纬历指》关于“古图”和“新图”宇宙论的异同之处，区别最大的一点是依据了望远镜的最新观测结果，由此可以看出耶稣会士的态度和基本立场是，推崇“新图”——即第谷体系。

<sup>①</sup> 石云里，《〈寰有诠〉及其影响》，《中国天文学史论文集》（六），北京：科学出版社，1995：232—261。

表 4.9 《五纬历指》给出的第谷测得的太阳、五星距离(地球半径的倍数)和视差

	中距	近距	远距	视差(小距)	视差(大距)	依古图测得的两视差	
太阳	1 142	1 101	1 182	3'	2'54	3'(中距)	2'54 大距
土星	10 550	9 175	12 932	难测难定	难测难定	不满 1'	不满 1'
木星	5 919	3 990	6 190	难测难定	难测难定	不满 1'	不满 1'
火星	1 745	222	2 998	15'	难测难定	不满 1'	不满 1'
金星	1 150	300	1 985	11'	2'弱	无	3'7"
水星	1 150	625	1 659	6'	2'	无	21'

### 3. 第谷体系在欧洲的情况

历史上有两次重要的天文现象被第谷精准地观测到,一是 1572 年的超新星爆发;一是 1577 年出现的大彗星在行星轨道中间穿过。在望远镜发明之前的数十年间,第谷用自己设计的精确仪器进行天文观测,他通过一些观测事实确信,地球是不动的,在此基础上他保留了哥白尼体系的优美,他的宇宙体系发表在《论天界之新现象》(*De mundi aetherei recentiorbus phaenomenis*)中,书中所说的新现象是指 1577 年的大彗星。

1572 年发现的超新星位于恒星天球上,这一结论对于亚里士多德关于天体是永恒的,天体没有生灭的观点提出了挑战。另外,亚里士多德曾将彗星误认为是大气中的一种燃烧现象,这种看法在欧洲流传了十几个世纪,第谷观测到彗星离地球要比月球远很多,但他没有进一步推翻前人的结论,在其著作中仍认为彗星是空气的散发,而非基本实体。第谷的观测动摇了天体永恒的观念。“对 16 世纪的欧洲科学界来说,1572 年这颗新星的出现比 1543 年哥白尼理论的发表所引起的轰动还要大,对宗教界来说可能也是如此。”<sup>①</sup>

为此第谷曾经有过不为人知的担心,他在给伊拉斯谟·赖因霍尔德(Erasmus Reinhold)的继任者——维滕堡大学天文学教授卡斯柏·波伊策尔的一封信中谈到有关其宇宙体系的产生:“我曾一直沉溺于那些被几乎所有人认可和长期接受的观点,就是宇宙是由某种坚固的围绕地球并承载着行星的透明天球所组成,并且……我无法让自己接受这个天球交叉的荒谬解释;所以当我有了这个

<sup>①</sup> Lynn Thorndike, *History of Magic and Experimental Science*, Vol. 5, Columbia University Press, 1934:427.

发现的时候,我自己也半信半疑。”历史证明,第谷 1572 年超新星的观测和 1577 年彗星的观测对亚里士多德的水晶球体系造成了他那个时代最有力的打击。

中世纪时罗马学院的耶稣会主教及克拉维斯(Christopher Clavius, 1537—1612 年)等人考虑到望远镜观测对于托勒玫等古代体系的冲击,开始着手建立新宇宙体系。他和他的继任者 Tyrolse Christopher Grienberger(1561—1636 年)在他们学生的帮助下,在 1610 年 9 月 28 日至 1611 年 4 月 6 日期间仔细观测了土星和木星的四颗卫星等等。伽利略和 Grienberger 之间有过一次通信,详细讨论了发现的新现象和他们的科学信仰,他们互相赞美并祝贺,充分显示了他们对新现象达成了共识。邓玉函是最早把伽利略的新发现带到中国的,他是少数几个由伽利略展示他的重要发现的朋友和科学家中的一个,时间大概是 1611 年 4 月 14 日,地点是采西的维拉马尔瓦西亚<sup>①</sup>。在 1603 年第谷体系发表以后的 1605 年,克拉维斯仍然没有看到第谷的工作,但是在他 1612 年去世之前,这位伟大的耶稣会科学家承认托勒玫学说不再能拯救现象,随后罗马学院耶稣会作为唯一的选择,采纳第谷体系,一直到第谷的折中体系被彻底排除。汤若望和罗雅谷在邓玉函死后接任了改历工作,他们都是耶稣会科学院中新第谷时代的天文学家。

1622 年后第谷体系成为第三种世界体系,尽管后来被进行了修改,有准第谷体系或者第谷—哥白尼体系出现,但是,这些连同第谷体系一起在整个 17 世纪彻底流行开来。在 1616 年和 1633 年伽利略两次被谴责<sup>②</sup>,期间,耶稣会士关于日心体系有过形形色色的观点。在耶稣会士看来,中国人到底相信《五纬历指》中的“古图”还是“新图”直接影响了他们对世界体系的选择。

在欧洲,从古代希腊到哥白尼时代,对宇宙天体的运行存在一个约定前提就是:天界的运动不是匀速圆周运动,就是匀速圆周运动的组合。这句话出现在许多著名的天文学书的扉页,成为一个公理。第谷体系坚持了这一点,而他的助手开普勒提出了椭圆行星轨道,因此在那个特殊的历史时代他们的观点遭致了不同的境遇。

第谷的门人和助手隆格蒙塔努斯的《丹麦天文学》,是罗雅谷编写《五纬历

① D'Elia, Galileo in China, Harvard: Harvard University Press, 1960:5—20.

② [美]欧文·金格里奇,《无人读过的书——哥白尼〈天体运行论〉追踪记》,北京:生活·读书·新知三联书店,2008。据欧文·金格里奇考证,罗雅谷用过的《天体运行论》北堂藏本 1566 年版,书的封面题有 Jacobus Rhadensis(即罗雅谷)字样。另据考,这本书附录作者“雷蒂库斯”因为是路德教徒而被罗雅谷划去;而金尼阁带来的 1617 年版中的第一卷第八章标有“不要阅读这一章”,也显然受到了 1616 年禁令的影响。

指》和《月离历指》的重要参考书。他跟随第谷学习并作为第谷的助手约 10 年,他领会了第谷在第谷主义基础上重建理论天文学的计划,他在书中彻底重现并讨论了托勒玫、哥白尼和第谷体系,概述了哥白尼提出的关于地球的三种运动。但是他最终倾向于第谷体系,有以下几个原因,隆格蒙塔努斯作为第谷的学生完成的《丹麦天文学》虽然从天文学角度看不是最新,但是他坚信第谷体系和他的所有的天文观测和数学方法;《丹麦天文学》中有当时编历需要的天文数表和在此基础上建立的星历表,依据此可以预报日食的发生。有趣的是所有数表都利用了积化和差的计算公式,隆格蒙塔努斯本人主张这个公式,认为胜过纳皮尔的对数。隆格蒙塔努斯进一步深化了第谷理论,修正了第谷的行星模型,在《崇祯历书》中被称为“第谷新法”。但是他也接受了地球的周日运动,就是我们在本章第一节看到的关于哥白尼地球自转的描述。

在隆格蒙塔努斯看来,不仅第谷的宇宙体系具有合理性,而且第谷关于大气折射、视差的理论,以及对于天文仪器的精确安置和使用才使他合理修正了前人的宇宙体系,完成了描述天体位置的可靠框架。

第谷是日心说的怀疑者之一,他的体系获得了相当一部分天文学家的支持。第谷对 1572 年超新星的观测以及对 1577 年彗星的观测,特别是在他的视差理论方面获得的精确数值,为 1588 年第谷体系的提出奠定了基础。这些成为西方当时反对托勒玫学说,支持哥白尼学说的有力证据,表现在,就行星而言,第谷体系与哥白尼体系相同,至于位置的计算也相同,所以第谷体系不阻碍哥白尼体系的发展。第谷专家 J. L. E. Dreyer 说:“第谷体系没有阻止采纳哥白尼体系,相对地,从托勒玫以来对后者充当了一个石阶。”<sup>①</sup>朱文鑫也认为:“新宇宙学的基础,有第谷与开普勒的支持。”<sup>②</sup>

第谷反对新制,但是他的观测结果却支持了新制;由于宗教的理由,它在哥白尼学说难以接受时,又缓冲了托勒玫地心说的一系列问题。

第谷生前未完成建立在他的体系基础上的系统的行星理论,据考,《五纬历指》所依据的第谷主要著作《新编天文学初阶》(*Progymnasmata*, 1602 年)一直没有写完<sup>③</sup>。《五纬历指》中关于第谷的模型体系介绍很少,更多的是他的门人隆格蒙塔努斯修改完成的“第谷新法”及其天文数表。

① J. L. E. Dreyer: *Tycho Brache—A Picture of Scientific Life and Work in the Sixteenth Century*. New York: Dover Publication Inc, 1963.

② 朱文鑫,《近世宇宙论》,北京:商务印书馆,1927:21。

③ 江晓原,《第谷天文工作在中国的传播和影响》,《天文西学东渐集》,上海:上海书店出版社,2001。



第谷研究专家 Dreyer 认为：“既然行星不用附着在任何固体球层上，因此火星的轨道和太阳的轨道相互交叉也没有什么不对，因为它们的轨道不是实体，只是一种几何表示。”这代表了西方宇宙论研究中的一种观点，就是关于火星轨道相割相通是几何表示而已，并非实体。这缓减了第谷体系对水晶球体系造成的一系列冲击，由于第谷体系和几何模型假设的一致性而避免了引入它的困难。Dreyer 进一步认为，第谷的体系可以解释所有已经发现的天文现象，并避免了地动说所带来的物理学困难。

#### 4. 《五纬历指》关于第谷体系的合理性

《五纬历指》论述古今宇宙体系的异同之处后，选择了第谷体系，进一步论证了第谷体系的合理性，大量引述了望远镜观测的结果。在《五纬历指》卷五“金星以太阳为心”中进一步有：“试测金星，于西将伏、东初见时，用远镜窥之，必见其体、其光皆如新月之象，或西或东，光恒向日。又于西初见、东将伏时，如前法窥之，则见其光体全圆。若于其留际观之，见其体又非全圆，而有光有魄。盖因金星不旋地球，如月体乃得齐见其光之盈缩，故曰金星以太阳为心。”金星位相如同月球位相一样的变化很容易使人想到，金星有时在太阳上，有时在下，所以它一定是围绕太阳旋转；通过望远镜观测到的金星运动到不同位置的所见，更加明确了金星就是以太阳为中心运动。

关于其他行星也绕日旋转，《五纬历指》卷九有如下论述：“月以光以魄知其光非本体之光，乃所借于太阳之光，金星亦然。盖以远镜窥之，见其体亦如月，有光有魄故也。他星觉无所倚然，以相似之理论之，亦可谓其光非自光，乃如月与金星并借光于太阳者也。”

对于这一点进一步总结说：“依新图，可见金星以太阳为本天之心，在上则得全光，在下则无光。又可见火星对冲太阳时，则卑于太阳，皆与所见所测合。”这样的论述体现了《五纬历指》编撰者的态度，即：“以事理论之，大抵古测稍粗，又以目所见为准，则更粗。今测较古，其精十倍，又用望远镜为准，其精百倍。是以舍古从今。”

《五纬历指》中又有：“历家言有诸动天，诸小轮诸不同心圈等，皆以齐诸曜之行度而已。匪能实见其然，故有异同之说。今但以测算为本，孰是孰非，未须深论。”这里解释了西方几何模型中的各种假设都是用来齐诸星之行度的，实际情况谁也没有见到，所以各种宇宙模型有异同也不奇怪。这说明罗雅谷等人掩盖事物的实质，议论出现前后不一：一方面罗雅谷等人分别依次介绍托勒玫、哥白尼、第谷学说，最终采纳第谷体系为“正法”，另一方面，却认同各家的“异同之

说”，而强调“但以测算为本，孰是孰非，未须深论”。说明如果就各家的宇宙几何模型而言，在现有的传讲形式和时间要求之下，传教士也很难评定；因此只好提出唯一的判据“以测算为本”。实际上，这种说法掩盖了西方宇宙论深刻的哲学背景，加入了耶稣会士的主观考虑。第谷和他的门徒们以从事天文观测和数表计算工作为主，主要关心天文观测和预报的精度，这种发展倾向正好满足了中国人的要求，与中国传统天文学关注目标一致。这不啻为第谷体系优越性的另外一个判断依据。

那么，宇宙究竟是如何运动的，《五纬历指》有：“正解曰，地体不动，宗动天为诸星最上大球。自有本极，自有本行，而向内诸天各有两极，皆函于宗动天中，不得不与偕行。如人行船中，蚁行磨上，自有本行，又不得不随船磨行也。求宗动天之厚薄，及其体色等，及诸天之体色等，自为物理之学，不关历学，他书详之。如《寰有诠》等。”《五纬历指》在这里没有详细阐述“正解”下的宇宙如何运行，而是推举出比它成书早的《寰有诠》，结合了中国早已有之的蚁磨船的说法（见《晋书·天文志上》），又指证宗动天的厚薄、体色等不关历学，说明罗雅谷等人宇宙论论证的多元思想和采取的权宜之计。关于宗动天左行引导了中国人日后关于天左旋的一系列讨论，但是却不可避免地造成了中国人理解和接受的困难。

和第谷体系一起钦定为正法的还有小轮几何模型，明末以来中国采用了第谷体系为法典，并且把它和小轮几何模型的高度统一作为评判“古法”和“新法”的标准，此后一直到近代天文学传入之前，几何模型方法成为中国历算家推步之基础。

第谷体系在中国能够站稳脚跟的另外一个重要原因是，来华的许多耶稣会传教士就是忠实的第谷主义者，他们受隆格蒙塔努斯态度的影响，拒绝接受开普勒的椭圆轨道，但是，作为这一时期重要的天文学家之一，在《崇祯历书》中介绍了他的光学天文学等相关内容，也涉及他的物理天文学的一些观点，耶稣会士在涉及他的工作时并不情愿提到他的名字，以至于开普勒的磁引力理论被中国人混同是出自第谷。当然耶稣会士也反对哥白尼学说。在西方天文学发展新旧交替、而中西天文学发展面临合流的历史和时代背景下，如何选择既便于中国人接受，使得他们传教方略能够深入人心，又具有一定科学性的宇宙体系？在他们看来，第谷体系保留了哥白尼体系的优美，符合望远镜最新观测结果，符合第谷天文仪器观测到的超新星和彗星的解释，观测数据精准而可信，总之，无论从宗教教义，还是从当时天文学的最新发展来看，第谷体系具有不可替代的优势。

席文评价第谷体系说：“第谷的世界模型提供了许多和哥白尼系统相同的优势，并且和欧洲最好的肉眼观察者一生的工作是吻合的。此外，并没有威胁到神

学的堡垒。这个系统对正在工作的天文学家也极具吸引力,他们尊敬第谷对于观测资料的态度,这比他的先辈对观测资料的态度要苛求得多。当颠覆哥白尼主义的混乱开始的时候,第谷的彻底替代托勒玫体系的数学化和神学的优势使得中世纪热情地接受,以至于到了17世纪20年代,它成为了‘第三种世界体系’,在天主教国家的支持者一直持续到17世纪80年代。”

### 5. 西方宇宙模型传入过程中相关理论的缺失以及中国的接受情况

西方古代和中世纪的神哲学将天主教教义与自然哲学结合起来,实际上是赋予了自然哲学一种形而上学基础。近代科学恰恰是在古代和中世纪的自然哲学的形而上学的基础上,又突破其限制而产生、发展起来的。

“中古时期,世界的结构并不是单纯按照物理学或形而上学的方式来构想的,而要被迫与一系列神学观念相符合,最后,将亚里士多德的宇宙变成了基督教的宇宙。”对亚里士多德的圆满宇宙加上了神学的注释,使之更圆满。<sup>①</sup>

在徐光启的督导下,《五纬历指》开始输入第谷模式的宇宙论——折中了旧的托勒玫式的地心说与新的哥白尼式日心说的一种宇宙模式,以及文字代数与球面三角学,借以解决明朝历书的计算问题;由于对于传统的执著,中国学者关心的是历法中的数学和天文学计算等技术问题。耶稣会士编撰的《五纬历指》考虑了这些需求,突出了天文历算的核心部分——第谷观察式的宇宙模型学,但是完全跳过了罗马学院的保守学者与当时科学革命的先驱们所发生的论争。耶稣会士很清楚,不论是第谷模型还是哥白尼模型都建立在托勒玫的数学几何模型的基础上,因此《五纬历指》顺序介绍他们的模型假设,在大量测算实例中,常将基于托勒玫、哥白尼和第谷模型的测算方法依次列出,由于当时对于哥白尼体系的接受处于进退两难之中,而第谷体系尚未完善,所以相比较而言,对于托勒玫天文学的介绍是详细和精到的。

托勒玫曾经在亚里士多德地心说的基础上建立了天体的数学模型,通过对《至大论》的研究发现,托勒玫在他的著作里强调假说或模型的重要性,他反复据此以修改他的模型,说明托勒玫宇宙理论中的各个圈层并非实体。

但是中世纪以来对于托勒玫体系长期存有偏见和误读。15世纪奥地利宫廷星占学家乔治·普尔巴赫(George Peurbach, 1423—1461年)完成了以托勒玫天文学为蓝本的《行星新理论》,此书的特点之一,就是将托勒玫的行星模型用

<sup>①</sup> Edward Grand, *Cosmology, Science in the middle ages*, Chicago University, 1978:265—302.

实心球详细给出了“物理真实表示”<sup>①</sup>,他还有另外一部影响较大的畅销著作《至大论纲要》,是编撰《崇祯历书》时有关托勒玫天文学的一个重要来源,由此普尔巴赫的这两部著作对于实心球这个问题的解释很有可能是一致的。很可能《五纬历指》受到了普尔巴赫的《行星新理论》中关于托勒玫“实心球”观点的影响,常常用“古曰”的观点同时指代托勒玫学说。在《五纬历指》中把亚里士多德和托勒玫的体系都一而概之了,没有进一步明确区分。

在编修《崇祯历书》及其中重要卷章《五纬历指》时,由于朝廷命令历局内不得传播天主教,因此,与自然哲学相关的机械自然观与本体论哲学被脱离出去。尽管宇宙论是《崇祯历书》中最可能涉及形而上学问题的内容,但是,就目前对于《崇祯历书》的解读来看,建立的一些宇宙论没有被赋予任何形而上学基础。

这种“偏废”,或者说是剥离西方自然哲学中的形而上学基础,而只保留其中的形下部分,并和儒学中的“艺”对等,强调对客观事物现象的研究,到南怀仁时得到加强,直接影响了后来的中西会通。明末产生的“西学中源”说和晚清的“中体西用”都与此有关。

《五纬历指》虽然介绍了西方一系列宇宙论,特别是采纳了第谷体系,但实际上只是作为一种表象系统,为方便历法推算而引入的。由于种种原因,中国学者也并不相信它的真实存在。

《五纬历指》以第谷天文体系为基础,而第谷未来得及完善其行星运动理论就过早辞世了,因此《五纬历指》的行星理论引入众多西士之说,使得这样一部历史性的著作陈述编译内容比较混乱,甚至有矛盾不谐之处,给中国人学习吸收带来许多困难。王锡阐的《五星行度解》即为改进和完善西法中的行星理论而作。王锡阐完全采用西方的小轮体系,建立了一整套计算五星位置的方法,有示意图6幅。该书根据第谷体系写成,王锡阐对自己的每一个论点都作了严格的证明。传教士对引入的哥白尼体系进行了人为的篡改,即在《五纬历指》中把哥白尼体系的“日心”改为“地心”,王锡阐在评价西法时说,既然五星绕日而行,“及推岁轮、均轮诸术,似五星天仍以地心为心,岂非自舛其说”,可见王锡阐发现了其中的矛盾。

西方宇宙论在中国学术界产生了重要影响,中国学者从宇宙的物理组成、天体性质、几何模型、运动特征、各重天的本动、带动以及大小、薄厚等方面展开讨

<sup>①</sup> Michael Hoskin. (ed.) The Cambridge Illustrated History of Astronomy. Cambridge University Press. 1997.

论。然而,由于耶稣会士传讲宇宙论过程中的种种缺陷,促使一些原来深信西方天文学理论“长于求其故”的学者,逐渐认识到西方宇宙论的弊端,方以智就谈到西学:“详于质测而拙于言通几”,揭喧认为:“利西世人成为郯子,考其测验仪象诸器,法精殆不能过。至自然本然,法数所不到者,则亦有不决之疑,亦有两可之说,未免揣摩臆度,纷纷不一。”宇宙论问题存在许多“法数不到者”,揭喧在《璇玑遗述》中指出许多这样的错误,提出了与之完全相反的观点。

《五纬历指》对引入的“古图”和“新图”等宇宙论展开比较论证,“新图”的合理性除了得到古今中外一些判断法则的支持以外,当时望远镜的新发现是耶稣会士不容忽视的,他们对此持肯定态度,这直接加速了旧法——水晶球体系的崩溃。面对西方诸不同宇宙体系,基于当时天主教复古神学的历史背景和种种实际情况,耶稣会士在传讲中世纪行星理论时选择了第谷学说。在《五纬历指》的编撰者看来,第谷体系符合最新天象观测;第谷关于大气折射、视差理论方面超越前人的工作,特别是他对于天文仪器的精确安置和使用,才使他合理修正了前人的宇宙体系,完成了描述天体位置的可靠框架。第谷体系在清代取得钦定地位有其合理性,第谷和他的门徒们以从事天文观测和数表工作为主,主要关心天文观测和预报的精度,这种发展倾向正好满足了中国人的要求。另外,对于中国学者来说,第谷体系和它的小轮几何体系模型高度统一。明末以后的天文学家推步历法一般都采用西方的小轮几何体系模型。由于《五纬历指》的西方编撰者隐瞒了天主教的文艺复兴复古神学的背景和西方宇宙论发展历史中的形而上学基础,而只强调对客观事物现象的描述,进而导致西方宇宙体系引入的混乱,对第谷体系的论证显现了耶稣会士对传入的西方宇宙论的态度及其论据的不足和矛盾之处。总的来看,耶稣会士传讲的西方宇宙论知识质量和数量大打折扣,使得中国人在接受近代宇宙论方面具有“先天”障碍。

## 第十二节 清代日晷

清代日晷是中西天文学比较与交流研究的一个重要案例,学术界已经重点研究了地平式日晷、面东西日晷等的晷面作图方法和制作原理<sup>①</sup>,研究了清代天

<sup>①</sup> 邓可卉,面东西日晷在清代的发展,《中国科技史料》,1999,1:74—80。

文学家齐彦槐(1774—1841年)及其制作的面东西日晷、中星仪和天球仪<sup>①</sup>。已有的研究成果重点从日晷所受西学影响的角度详细讨论它的作法渊源,清代日晷的研究从此进入一个新局面。

清代介绍西方日晷最早的文献是梅文鼎的《日晷备考》一书,可惜这本书未曾刊印;雍正元年(1723年)刊刻的梅文鼎(1633—1721年)著《数理精蕴》卷四十《比例规解·画日晷法》是较早发行的关于日晷作法的书籍,其中包括面东西日晷、地平日晷、向南立面日晷等。这部书成为后人学习和研究日晷的基础性文献,被多次引用。

### 1. 面东西日晷的形制与原理

清代天文学家齐彦槐于嘉庆二十四年(1819年)制作了一种面东西日晷,他撰有《天球浅说》、《中星仪说》各一卷,《梅麓诗文集》二十六卷。张作楠在其《翠微山房算学》的《揣觚小录》中,对于齐彦槐的面东西日晷的形制与作图方法作了详细介绍。面东西日晷面朝东西立在地面,又称立晷或斜晷,由晷盘、铜垂线、表针、底座4部分组成,图4.36为齐彦槐所制斜晷,晷盘周边标有刻度,可移动,以适合观测地的地理纬度,且东西两面皆有刻度,故立晷又称面东西活晷。为了配合完成面东西日晷的作图法,此书还附有“北极经纬度分全表”、“各时刻正切线表”、“各节气距纬正切线表”。《揣觚小录》一书末尾有:“此齐梅麓所制也,其法遵御制《数理精蕴》作横表面东西日晷法。”书中强调,齐彦槐所制面东西日晷能随纬度不同进行调节,是其创新之处<sup>②</sup>。此后,张作楠仿照这件日晷又制作了一架“圆晷”。现存实物是收藏于常州博物馆的面东西日晷,由张作楠制造,晷面时刻线和节气线被刻在一块大石板上,故已不具有随极高不同而调节的特点。

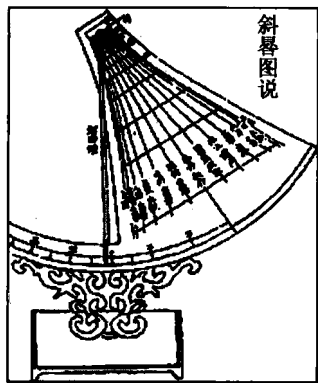


图 4.36 齐彦槐的面东西日晷

面东西日晷作时刻线法的天文原理如下。由于太阳周日视运动轨迹和赤道平行,故对表针来说,不同时刻投影在赤道线上的表影(正切线)位置不同。时刻线做法用到了“比例尺正切线”,各时刻正切线长度按  $x = R \cdot \operatorname{tg} \alpha$ , 这里的  $\alpha$  相当于各

① 邓可弄,齐彦槐及其制作的天文仪器,《内蒙古师范大学学报》(自然科学版),2001。

② [清]张作楠等编纂,揣觚小录·翠微山房·匏,上海鸿宝斋石印,光绪丁酉(1897)春正月。

时刻距卯正夹角,  $R$  是甲乙表长。所谓比例尺正切线即是把各时刻的正切线  $x$  依次刻在比例规上以便使用。如不用比例规, 可直接查“各时刻正切线表”。然后按照各时刻正切线的长度依次在赤道线上作标志, 并过这一标志作垂直于赤道线的横线, 即为各时刻线。卯正日出正东, 与表对射, 夹角为  $0^\circ$ , 故无影, 即无切线。午正距卯正  $90^\circ$ , 切线与割线平行, 故无切线, 即无影, 所以午正的时刻线在无限远处, 在晷面上无法作出。面西日晷同理。由于日影的连续性, 得到:

面东日晷由上而下各时刻线依次为: 卯正、辰初、辰正、巳初、巳正、午初。

面西日晷由下而上各时刻线依次为: 未初、未正、申初、申正、酉初、酉正。

面东西日晷作节气线法的原理符合  $x = R \cdot \operatorname{tg} \delta_\odot$  的三角函数原理, 这里  $\delta_\odot$  为不同节气时太阳的赤纬,  $R$  为表长。关于具体做法, 或者用比例尺, 或者直接查“各节气距纬正切线表”。

面东西日晷上的节气线, 实际是不同日期太阳周年视运动在子午面(各时刻线)上的投影的连线。《揣觚小录》有: “法以表长为半径, 用分厘尺按各节气距纬正切线于卯正横线上左右作识, 即卯正各节气日影界。”

这里“各节气距纬”就是各节气太阳的赤纬, 如春秋分赤纬为  $0^\circ$ , 冬夏至赤纬分别为赤道南北  $23^\circ 30'$ , 小寒大雪距赤道南, 芒种小暑距赤道北各  $22^\circ 40'$ , 大寒小雪距赤道南, 小满大暑距赤道北各  $20^\circ 12'$ , ……故卯正各节气日影界距卯正在赤道线上投影点的距离  $x = R \cdot \operatorname{tg} \delta_\odot$ , 这里  $\delta_\odot$  为不同节气时太阳的赤纬,  $R$  为表长。

对各时刻节气线, “俱以乙表端至各时刻点相距之度为半径, 比得各节气距纬度之切线, 于各时刻线左右作识, 即得各时刻各节气之日影界”。“将各点作线联之, 即成节气线也”<sup>①</sup>。

进一步研究发现, 在作节气线时三维立体几何知识已被利用。如图 4.37,

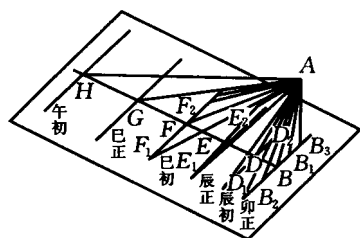


图 4.37 作节气线时的  
立体几何原理

面东日晷的晷面假设为  $I$  面, 晷针为  $AB$ ,  $BH$  为赤道。则  $B$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  为卯正、辰初、辰正、巳初、巳正、午初各时刻点。按照作节气线法,  $B_1$ ,  $B_2$ , ……为卯正各节气点,  $BB_1$ ,  $BB_2$ ,  $BB_3$ , ……即卯正时距纬正切线, 半径为表长  $AB$ ; 依次,  $D_1$ 、 $D_2$  ……为辰初各节气点,  $DD_1$ ,  $DD_2$ , ……为辰初各节气距纬正切线, 这时的半径为  $AD$ ;  $E_1$ 、 $E_2$ ,  $E_3$  ……为辰正各节

① [清]张作楠等编纂, 揣觚小录·翠微山房·鲍, 上海鸿宝斋石印, 光绪丁酉(1897)春正月。

气点,  $EE_1$ 、 $EE_2$ 、 $EE_3$ ……为辰正各节气距纬正切线,这时的半径为 $AE$ , ……。在作各节气距纬正切线时分别以不同半径作了若干个圆,这些圆都不与 $I$ 共面。

最后得到的节气线为:从春分到秋分,日在赤道以北,故影在赤道以南;从秋分到春分,日在赤道以南,故影在赤道以北。东面顺旋,依次为从冬至经春分到夏至;西面逆旋,依次为从夏至经秋分到冬至。

面东西日晷的底座设有螺旋装置,故在使用时,首先要调整螺旋装置,使底座保持水平,从而使整个晷体稳定、平置。晷盘边缘的刻度线和悬挂的铜垂线要配合使用,主要用于确定极高,因为晷盘在立面内可以左右旋转,故这种日晷可用于不同的观测地点。

面东西日晷的表针垂直于晷面,晷体面朝东西,且东西两面各有一针。利用表计所投射的影位,可以用它来测时或节气,表针端点的影位指到哪个时刻线,即为当日的哪个时刻,对东面来说,卯正和午正时刻,因针端无影,这时需结合实际情况进行判断,以示分别;西面反之亦然。对节气线来说,表针端点的影位从早到晚几乎没有离开此节气线,这日就是该节气。因为一年有24个节气,故表影在节气线间的移动,在一两天之内几乎看不出来,大约每过半个月左右针端影位正好落在相邻节气线上。

由于面东西日晷的晷面时线刻画较细,又能随纬度不同进行调节,所以用它测得的时间和节气比以前利用中国传统的日晷所得结果更加准确。

日晷不独在中国历史悠久,在欧洲亦然。在柏林博物馆存有一块石头断片,据认为是最早的日晷,约属公元前1500年之物。《圣经》提到了那个时代的一些权威,热衷于拥有一具日晷,这大约在公元前700年,是朱丹王国的阿哈兹年代,故又名之为阿哈兹日晷。过了1世纪,希腊哲学家和天文学家阿那克西曼德(Anaximander)把日晷介绍到希腊。公元前450年,住在希腊亚细亚小修道院的希罗多德(Herodotus)说过:“希腊人从巴比伦人那里学到了北极星、圭表和把一天分为12段的知识。”李约瑟认为:“它(指日晷)在巴比伦贝罗索斯时代——公元前3世纪大概已经不是新奇的东西了。”<sup>①</sup>公元前200年日晷在罗马已相当流行。直到中世纪许多英国教堂的墙上,原始的石板日晷直接嵌于石壁上。13世纪人们仍能看到日晷计时系统装置。实际上,在钟表发明后相当长的时间里日晷仍在使用,因为早期的钟精确度差,需要经常用日晷来修改和校正。

<sup>①</sup> Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Cambridge University Press, 1959, 308.



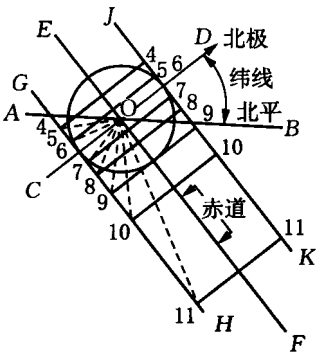


图 4.38 西方方面  
东西日晷方法

欧洲日晷后来发展成一个庞大的家族，不同类型有十几种。在 1973 年出版的由阿尔伯特·沃兹著的《日晷的理论和构造》(*Sundials: Their Theory and Construction*)一书中就载有 16 种不同类型和用途的日晷，其中有面东西日晷、面南(北)日晷、极晷等等。不一而足。面东西日晷如图 4.38。它的作图方法沿用了 1773 年伦敦出版的著名的一本书(*Charles Leadbetter, Mechanick Dailing. London: Caslon, 1773*)中的作法，见表 4.10<sup>①</sup>。

表 4.10 西方面东西日晷时刻线的计算

时 间	时 角	时角的正切	晷面上的距离(英寸)
6	0°00′	0.000 0	0.000
5 和 7	15°00′	0.268	0.871
4 和 8	30°00′	0.577	1.875
3 和 9	30°00′	1.000	3.250
2 和 10	60°00′	1.732	5.629
1 和 11	75°00′	3.732	12.129

1773 年，欧洲三角学发展成一门独立的学科，大约在 16 世纪中叶，此时 6 种常用三角函数已不陌生。正式介绍到中国来的三角学，是瑞士传教士邓玉函(Jean Terrenz, 1576—1630 年)撰《大测》二卷。《几何原本》前 6 卷系明末传入中国，由徐光启等翻译。比例规是伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642 年)在 1597 年左右发明的一种算器，1630 年罗雅谷(Jacques Rho, 1593—1638 年)在《比例规解》(1630 年)中将其用法正式介绍到中国。节气线是中国特有，这部分内容完全是中国学者的独创。

2. 地平日晷的形制与原理

关于地平日晷，可以根据其表针方向不同，把它分为两大类。一种为表针指

<sup>①</sup> Alberte Waugh. *Sundials: Their Theory and Construction*. Dover publication Inc, New York, 1973:64—69.

向天北极的地平式日晷,此类日晷的实物在清代出现过,其中表的方向指向天北极,揭开双连板的上盖,一条绷紧了的细绳就自然成为表,这种日晷的晷面刻画较为简单。另一种地平式日晷为表针垂直于晷面指向天顶,其晷面上有复杂的球极平面投影,由针端影位可以分别读取时值和节气。地平日晷的晷盘上分别刻有时刻线和节气线,这些刻画线随地理纬度不同而有所不同,故一具地平日晷通常只适合于某一特定地点的观测。这类地平日晷在清代也有实物。

清代地平日晷的晷表通常为一直立针状物体,但在作图时也采用了一垂直于晷面的直角三角形作为晷表,这一点可以从《数理精蕴》和《揣觚小录》有关记载中均可看出来,在前者中,甚至没有明确提到“表针”的概念,而直接作一直立的三角形称之为“甲乙丙晷表”。这一作法在实际中是可行的,在理论上也有其数理依据。

如图 4.39,乙庚为任立一表,甲丙为地平面上一直线,查观测地点北极高度,依表高作极高度的正切线,在表位北作线如甲庚,又取极高之余切于表位南取点丙,庚丙为极高的余切。自表端乙至丙作斜线,丙角为北极高,则丙乙为极高的余割,丙乙所指即为北极;又自表端乙至甲作斜线,甲乙为极高的正割,甲乙所指为赤道。这样,一个“甲乙丙晷表”就定好了。可以证明“甲乙丙晷表”和一直立表乙庚是等价的。证明如下:

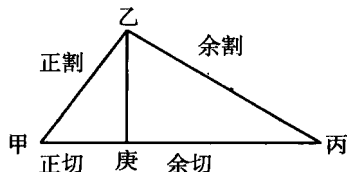


图 4.39 甲乙丙晷表

对某一固定表高来说,北极高度和上述围绕表高所作四条线段是一一对应的,因为这四条线段即为割圆八线中和同一圆心角、半径一一对应的四条。反之,对某一固定地点(极高确定),表高和四条线段也是一一对应的。在这一条件下,任取四线中的一线,可以代替表的高度,所以“甲乙丙晷表”唯一地表示了表高乙庚。

### 2.1 地平日晷时刻线作法及原理

《数理精蕴》卷四十《画日晷法》关于“作地平日晷法”有:

法先作南北东西线,相交于甲,各成直角。次作甲乙丙晷表,取甲角五十度为赤道高,丙角四十度为北极高,而乙角为直角。次取晷表之甲乙度截南北线于丁,(以甲丁)为半径作圆,用比例尺分圆线比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各分,分圆界作识,乃自丁圆心引出各界作线至东西线上,即得午正前后各初正时刻。或以甲乙为半径,用比例尺正切线比得十五度、三十度、四十五度、六十度、七十五度之各切线,自甲左右作识于东西线上,亦即午正前后各初正时刻。乃以晷表之丙为晷心,至各点作线即

时刻线也。

先在纸上作南北、东西线相交于甲，方向如图 4. 40，再作甲乙丙晷表垂直于平面，这里丙角 40 度为北极高，乙角为直角。在南北线上取甲丁=甲乙，以甲丁为半径作圆，用比例尺分圆线比得  $15^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $75^\circ$  之各点分圆界，自丁到圆上各点作线，并延长之与东西线相交，又以晷表之丙为晷心，至东西线上各时刻点连线，即得午正前后各时刻线。卯正、酉正各距午正前、后九十度，故自晷心丙作一直线与东西线平行，即得卯正、酉正线，且日在东，故卯正在西；日在西，故酉正在东。至于夜间各时刻线，只要在向南方向，分别以辰初、酉初……反向作线，即分别得卯初、戌初……各时刻线。

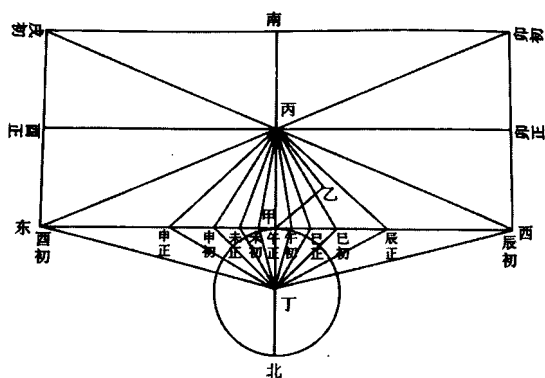


图 4. 40 地平日晷时刻线做法

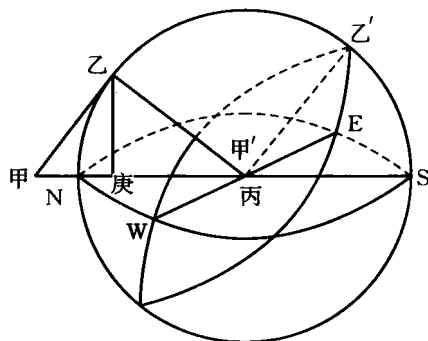


图 4. 41 晷表的投影落在东西线上

以上作法的数学和天文学原理讨论如下：

太阳周日视运动轨迹和赤道带平行，且两者位于同一平面内，对甲乙丙晷表来讲，如图 4. 41，丙乙所指为天北极，和丙乙垂直的甲乙为赤道面，地平面和赤道面相交于 E、W 两点。

首先由于甲丙  $\perp$  EW，又乙庚  $\perp$  EW，那么，甲乙丙  $\perp$  EW。

甲乙为赤道面，平移使其甲'与丙重合，则甲'乙'  $\parallel$  甲乙，由以上  $\triangle$  甲乙丙  $\perp$  EW，得甲乙  $\perp$  EW，也即甲'乙'  $\perp$  EW。

结论为：太阳自东向西的周日视运动，在地平面上，唯一地反映为东西(EW)直线——《数理精蕴》中称之为赤道线。而对赤道面上的甲'乙'(也即甲乙，这里，由于太阳到地面的距离远大于甲乙与甲'乙'间的距离，故忽略不计)表针来说，其由于太阳周日视运动造成的投影唯一地投射在 EW 线——赤道线上。这样，关于地日晷作时刻线法就有了第二种作图方法。即通过各时刻正切线(影长)  $x = R \cdot \operatorname{tg} \alpha$  的方法作出，原理如下：

午正日在正南,则影在正北,故在 EW 线上无影,也即无切线,甲点即为午正时刻点。未初、未正、申初、申正、酉初依次距午正为  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  等等,依次取甲乙晷表长度的正切,按  $x = R \cdot \operatorname{tg} \alpha$ ,  $R$  为甲乙长度,  $\alpha$  依次为  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ……”,在东西线上作识,即得未初、未正、申初、申正、酉初各时刻点,从晷心丙到各点作线联之,即得各时刻线。依次可作其他各时刻线,于是得到如图 4.40 中顺时针方向各时刻线。

## 2.2 地平日晷节气线作法及原理

《数理精蕴》卷四十“画日晷法”关于“地平日晷作节气线法”有:

法以甲乙丙晷表之甲角与丙乙平行作戊己线,而以甲乙为半径,用比例尺正切线比得二十三度三十分、二十二度四十分、二十度十二分、十六度二十三十分、十一度三十分、五度五十五分之各切线,自甲左右作识于戊己上,即得各节气日影界。自乙至各点作线与午正时刻线相交,其相交之点即午正各节气日影界①。

在甲乙丙晷表与各时刻线基础上,如图 4.42,从午正与赤道线 EW 的交点甲作戊己线平行于丙乙,这时戊在晷面下,己在晷面上,以甲乙为半径,用比例尺正切线(各节气距纬正切线)比得  $23^\circ 30'$ 、 $22^\circ 40'$ 、 $20^\circ 12'$ 、 $16^\circ 23'$ 、 $11^\circ 30'$ 、 $5^\circ 50'$  的各切线点标于戊己线上 ( $x = R \cdot \operatorname{tg} \delta_\odot$ ),连接乙与戊己线上各点并延长之与午正时刻线相交,即为午正各节气线。由于甲乙春秋分线合于午正,故甲乙为春秋分线。

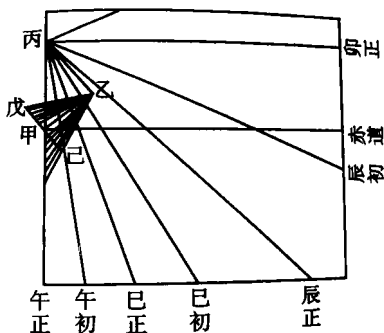


图 4.42 求午正各节气日影界

关于求未初时刻各节气线,《数理精蕴》有:

若求未初节气线,则先以丙乙为半径作圆,又依甲乙度截午正线于庚,而以未初线与赤道相交之辛点至庚相距之度截圆界于壬,作壬辛线,乃与壬辛取直角作癸子十字线,以壬辛为半径,如前法比得二十三度三十分等距纬之各切线,于辛左右作识于癸子线,与未初时刻线相交,相交之点即未初各节气日影界。

如图 4.43,术文已讲得比较清楚,简言之,即以甲乙度截午正线于庚,未初线与赤道线交于辛,连接辛庚,又以丙乙为半径作圆,以辛庚为半径截圆界于壬,

① 以下所引原文均出自:[清]梅珏成等编纂,《御制数理精蕴》(下编卷四十)。



来说:(如图 4.45),丙乙(AB)为过极径圈,甲乙(BC)即为天赤道半径,对一年不同的日影,甲乙(BC)为春秋分线的充要条件是甲乙(BC)为天赤道半径,因此  $AB \perp BC$  等同于“甲乙春秋分线合于午正”,也即,晷表 ABC 与午正时刻线 AD 的位置关系唯一地决定了午正时刻线上各节气日影界的作法。为此,在未初线上作各节气日影界,首先要找一条春秋分线合于未初线,也即确定一直角三角形 AEF 的位置,使得其勾 EF 唯一地表示未初时刻的春秋分线,且 EF 能且只能代替未初线上的表。事实上,通过以上作节气线法,我们已经找到了  $\triangle AEF$ ,并且以 EF 为半径,按比例尺正切线在癸子线上作各节气日影界,那么,EF 能否表示未初时刻的春秋分线呢?下面给出证明。

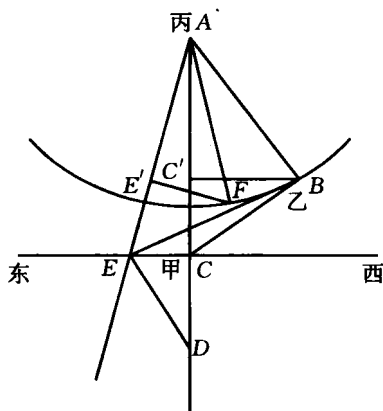


图 4.45 节气线做法的几何原理

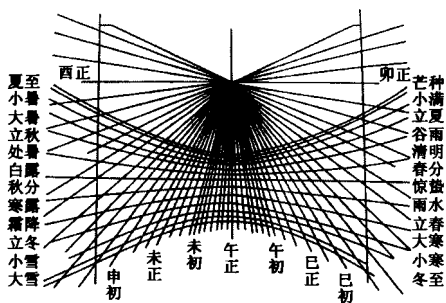


图 4.46 地平日晷晷面刻画线

已知:  $\triangle ABC$  为直角三角形,  $BC \perp EW$ ,  $BC = CD$ ,

$DE = EF$ ,  $AF = AB$ ,  $BC' \perp AC$ ,  $FE' \perp AE$

求证:  $AF \perp FE$ ,  $FE' = BC'$

证明: 因为  $AB^2 + BC^2 = AE^2$ ,  $AC^2 + CE^2 = AE^2$

所以  $AB^2 + BC^2 + CE^2 = AB^2 + BE^2 = AE^2$

故:  $\triangle ABE$  为直角三角形

已知:  $BC = CD$ ,  $BC \perp EW$ ,  $\triangle BCE \cong \triangle ECD$

所以  $DE = BE$ , 又  $DE = FE$ , 故  $BE = FE$

已知:  $AB = AF$ , 所以  $AF^2 + EF^2 = AB^2 + BE^2 = AE^2$

故  $\triangle AFE$  为直角三角形, 所以  $AF \perp FE$

又  $\angle FAE$  和  $\angle BAC$  同为地平面与圆弧 A 面的二面角

故  $\angle FAE = \angle BAC = \text{极高}$ , 又  $AB = AF$ ,

所以  $FE' = BC'$

这样,未初线  $AE$  和直角三角形  $AFE$  的位置唯一地决定了未初时刻线上各节气日影界的作法。最终作得的平面日晷晷面刻画线如图 4.46。

从明末以来,地平日晷开始在中国流行,从《皇朝礼器图式》的一些相关仪器的介绍发现,官方有大量国外赠送的日、月、星晷,清宫廷中,也藏有大量外域日晷,此外天文学研究之风在民间盛行,本文所提到的梅文鼎及齐彦槐都是民间天文学家。由于地平日晷晷面刻画较复杂,在欧洲的发展也并非一次到位,其初步形成晷面刻画线大约在 5 世纪末<sup>①</sup>,之后也有多方人士进行研究测量,直到传入中国之前,形成较为固定的作图方法。

### 3. 清代日晷发展的特点

清代研究日晷之风日盛,涉及许多民间天文学家。徐朝俊在嘉庆十三年(1808 年)刊刻《日晷测时图法》一书中介绍了几种日晷及其晷面时刻线的几何

画法。《日晷测时图法》简称《日晷图法》,是徐朝俊在学习吸收西法,并且辑录他所见的刊本的基础上,删繁取义,着眼实际应用的基础上编撰而成。在本书中,徐朝俊首先介绍了“利器九则”和“总法五则”,这是制作日晷所必备的一些基本工具和方法,这两方面的内容与《理法器撮要》中的相似,据考,题为“泰西利玛窦撰”的抄本《理法器撮要》乃是一本伪书。<sup>②</sup>徐朝俊的《日晷图法》涉及造平晷、面南、面东、面西日晷和天顶晷等约十六种日晷,其中多数为前人已经研究并且掌握了类型。另外还有罗经地平晷、葵心晷(如图 4.47)、赤道公晷、测夜时晷等,关于葵心晷,他认为这与悬晷、空晷、仰晷、四向晷、轮晷诸法可参伍而变通之,但是没有进一步介绍这些日晷。另外他还提到有偏晷数种,这种类型的日晷比较复杂,他认为对初学者

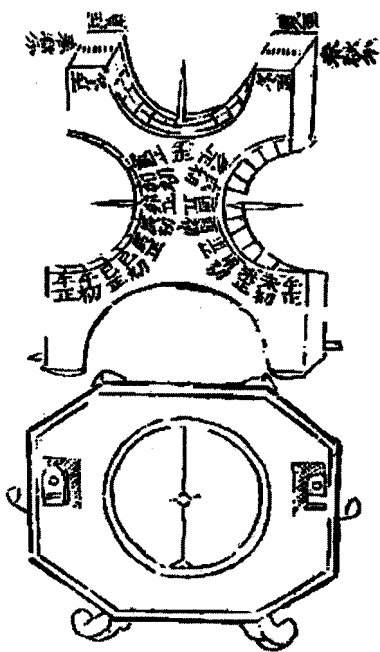


图 4.47 徐朝俊的葵心晷

<sup>①</sup> Alberte Waugh. Sundials: Their Theory and Construction. Dover publication Inc, New York, 1973:140.

<sup>②</sup> 许洁,石云里,抄本《理法器撮要》作者献疑,《或问》(日本)2006,11:15—24。

不易,所以打算另补续刊。他还制作了赤道公晷和八角公晷,为了避免旧时表针细而影淡的缺陷,他特制了影圈并从中出线,以圈内日影遮满以代针。徐朝俊制作的测夜时晷包括星晷(又称勾陈晷)和月晷(又称太阴晷)<sup>①</sup>,对于月晷的用法介绍得详细而合理,这是清代所少有的。

嘉庆二十一年(1816年)刘衡作《尺算日晷新义》,以问答方式介绍了日晷作法原理,主要涉及六种日晷类型,它们是:斜立向正南日晷,其向南的斜度和各方北极高度相同,故可随处通用;斜立向正东之日晷,此晷也作于平面,用时其倾斜度等于赤道高度;斜立向正西之日晷,方法同上;平卧向正北之日晷,这种日晷以北极高度定表针的长短、表位与晷心的远近,一种晷只能在南北二百五十里和东西四百里内适用,为了说明北极高度正切线、表长等之间的关系,他作图 4.48 来进行解释,这幅图中已经包含了大部分三角函数;立面向正南日晷,指出其晷面线同上面第四种,但是表位与晷心的确定稍异;斜立向正北正对北极之日晷,此晷也作于平面,用时其倾斜度等于赤道高度<sup>②</sup>。

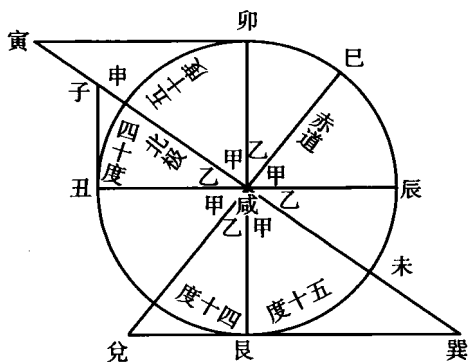


图 4.48 刘衡《尺算日晷新义》原理图 1

所有以上提到的日晷,它们的一个共同特征就是,利用日光照在表针上得到的针端影位分别来读取时刻和节气,为了实现这个功能,需要根据一定的数学和天文学原理在晷面上刻画特定的时刻线和节气线。作面东西日晷晷面节气线时利用了三维立体几何知识,作地平日晷晷面时刻线利用了几何画法。另外为了配合完成面东西日晷的作图法,《揣觚小录》还附有“北极经纬度分全表”、“各时刻正切线表”、“各节气距纬正切线表”等。日晷的制作过程中用到的几何和三角学知识,应是西方传来,但其具体的制作及日晷晷面画法是由许多清代学者综合中西天文学、数学特点而完成的。在《揣觚小录》等有关文献中大多都附有各种三角函数表。

在张作楠的《揣觚续录·卷上》“算例”中有:“设如浙江省北极出地三十度,

① [清]徐朝俊,《天学入门》自序;徐朝俊,日晷测时图法,以上均出自《高厚蒙求》全四集,嘉庆乙亥刊,云间徐氏藏版。

② [清]刘衡,《尺算日晷新义》,嘉庆二十一年刊。



夏至太阳距赤道北二十三度二十九分，已正初刻求太阳距地平高弧几何？如图甲为北极，乙为天顶，丙为太阳，戊己为地平，庚辛为赤道，甲戊为北极出地度，甲乙为极距天顶度，丙丁为太阳距赤道北纬度，甲丙为太阳距极度，丁为已正初刻，丁庚为太阳距午偏东度，即甲角；乙丙为太阳距天顶度，丙壬为太阳高弧度（一名地平纬度），乙丙即其余弧，己壬为太阳正南偏东地平经度，即乙外角（乙角戊壬），用甲乙丙斜弧三角形求乙丙弧有甲角（已正初刻太阳距赤道午正东三十度），有甲乙弧（北极距天顶六十度，以北极出地度减象限弧即得），有甲丙弧（太阳距北极六十六度三十一分以赤道北纬度减象限即得），两弧夹一角（知两边一角而角在两边之间，用总较法亦可用垂弧法，然不若总较之简，今用以步算）法以半径为一率，甲角（三十度）正矢（〇一三三九七四六）为二率，两弧相加得一百二十六度三十一分为总弧，其余弦（〇五九五〇五六五），两弧相减余（六度三十一分）为较弧，其余弦〇九九三三五三八八，两余弦相加（一过象限，一不过象限，故相加）得一五八八五九五四，折半得〇七九四二九七七为中数，为三率，求得四率〇一〇六四一五四为矢较与较弧六度三十一分之正矢〇〇〇一六四六二，相加得〇一一二八七六九，与半径相减余〇八八七一二三一为乙丙弧之余弦，检表得二十七度二十九分一十秒，以减象限余六十二度三十五分十秒为丙壬太阳高弧。”张作楠在开头就说明“各方各节气时刻太阳高弧俱仿此推之。”<sup>①</sup>这是利用球面天文学原理的一个非常典型的例子。如图 4. 49。

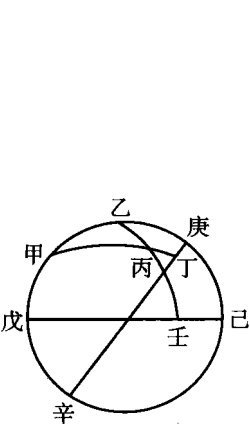


图 4. 49 求各方各节气太阳高弧

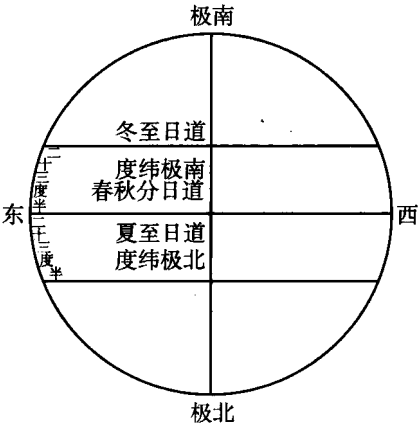


图 4. 50 刘衡《尺算日晷新义》原理图 2

刘衡做斜立向南日晷的晷面刻画线时，关于确定二至日太阳各时刻距赤道

① [清]张作楠等编纂，《拙斋续录卷上，翠微山房·苑》，上海鸿宝斋石印，光绪丁酉（1897）春正月。

纬度,也用到了如图 4.50 的天文图。刘衡著书参考的书籍主要有《数理精蕴》和《御制历象考成》。据记载,他还阅读了“泰西比例规解”,他的“尺算”中的“尺”就取比例规的意思。此后刘衡了解了太阳的经纬躔度,进一步认识到,北极距赤道为  $90^\circ$  亘古不变;认识到天体是浑圆,而非平圆等等。

以上所提到的天文学家除梅文鼎外,大都是名不见经传的人物,有的甚至在《清史稿》中都没有个人传记,他们从个人兴趣出发,作为普通人从事民间研究,使得日晷在那个特定的年代成为较为大众化的、家喻户晓人人皆知的天文计时仪器。以上提到的日晷中有一部分属于“便携式日晷”,这种日晷的产生在早期是为了适应特殊的需要,如行军打仗等,后来有人对这种日晷的制作感兴趣而得到发展。日晷的发展和钟表以及指南针的使用有着密切的关系,在近代以后,由于钟表的使用和普及,日晷逐渐淡出了历史舞台。现在,日晷只是作为公园的景点和人们互赠的礼品而得以存在。

以上对于清代日晷的形制、原理和种类等进行了总结和介绍,这些日晷中除了个别是由传教士带来以外,大部分都是中国学者在会通中西基础上的再创造,这从各种日晷都增加了读取节气的计时功能就可以看出来。

日晷是古代中国之一种天文计时仪器,18、19 世纪中国日晷研究和发展的特点主要是种类多样化、作图科学化和研究使用民间化。西学的大量传入和中国学者在此基础上的会通中西工作是这个时期日晷发展得以兴盛的主要原因。

### 第十三节 朱文鑫的历法比较研究工作

《历法通志》从第七到第十七卷是历代的“历志略”,对于汉历历法分为三个时期,重点讨论了这些历法各“立数之由来”。中国古代历法的一个重要特点就是,各朝代都有自己的一套名词术语,这些术语在道理上虽然有一定的继承性,但是术语本身的变化却是没有任何章法的,所以后世解读起来,困难比较大。朱文鑫(1883—1939 年)对于历法的常数术语和它们之间的关系进行梳理<sup>①</sup>。

关于古代历法,朱文鑫基本把握了这样的概述原则:把各部历法的基本常数列表后,再重点指出这部历法的创新之处;此外他还探讨了历代西域传入的一部分历法,朱文鑫关于这些内容的阐述,着眼点比较高,把握比较准确,更能体现他的历法研究工作的成就。下面重点进行介绍。

<sup>①</sup> 朱文鑫,《历法通志》,上海:商务印书馆,1934。

### 1. 朱文鑫谈《九执历》

朱文鑫认为《九执历》译者分段列数,但只字不提其立法之根,所以对于它的来源,只能间接地进行分析。朱文鑫根据其中的叙述分析认为,《九执历》虽译于唐代开元年间,但实际上这是一部印度古历,而且进一步指出,其远祖是去今二千余年希腊喜帕恰斯的历法。朱文鑫的依据是,在《九执历》中有“春分为戛首,秋分为秤首”,戛首即西法之白羊第一点,秤首为西法之天平第一点,这是公元前134年古希腊测定的天象,与汉志春分日在娄相合,现在春分已经退行约三十度,到了双鱼。可见《九执历》的立法远在唐以前的大概汉代。他进一步指出,明代的《回回历》官度起白羊,节气首春分,实际上也是喜帕恰斯之旧测,由此可见它们同出一源。

朱文鑫认为《九执历》把周天分为三百六十度,度析六十分,运算简便,是出自西法的,中法没有,中法只强调以岁终为天周,日行一日,天行一度;但他又说,古代邵康节皇极经世,以三百六十中分之,为二分二至相去之数;《易》曰:“凡三百有六十当期之日。”合乾坤之策亦为三百六十日之数,大衍依据《易》象,而舍此不用,一行曾写《九执》,而亦未能用。一行虽未用三百六十度周天,但是从唐开始,已经逐渐开始接受这个周天分度。他针对梅文鼎的话“三百六十立算,实本回回,至欧罗巴乃发明之耳”,进一步指出,然回历之由来,亦出诸天竺也。

朱文鑫指出:“《九执历》以地平经纬随地方而变迁,曰‘随方眼’,以黄道周天分各节而计时曰‘断节著’,望前曰‘白博叉’,望后曰‘黑博叉’,译名奇奥,立法不同,悉达又过神其说,曰‘九执术法,樊天所造,五通仙人,承袭传授’。卒使唐人莫得其解,遂视为名数诡异,而不加细察,隐没于占经,无人能识其微妙矣,独一行知随方眼而测九服日晷,以明北极出地;依阿修量而测九道月行,以定罗计周天,于是大衍遂为唐历之冠。”朱文鑫指出由于一行深刻了解《九执历》的一些内容和做法,所以他的几项重要的天文测量工作是受到《九执历》的影响的,对于“随方眼”问题的认识而导致一行测九服晷漏,以明北极出地;了解“阿修量”(即黄白正交宫度)而导致一行测九道月行以定罗计周天,于是大衍历成为唐代最好的历法。这是朱文鑫提出的关于中印历法交流研究的新观点,应该受到后学的重视;这同时也反映了20世纪初期天文学史界的一个基本观点。另外,他还提到了常福元在《天文学报》上的“《九执历》补”一文。

### 2. 朱文鑫谈《回回历》

对“明历志略”中回回历的研究,是朱文鑫历法研究工作的又一个亮点。他不仅论述了明代的《回回历》官度起白羊,节气首春分,实际上也是喜帕恰斯之旧

测,是源自古希腊的历法,而且进一步对于《回回历》中“日五星最高行度”和月球的本轮、次轮模型的要点进行分析,认为“回历轮法乃多禄某七曜以地为心之旧说。”笔者曾在深入钻研托勒玫《至大论》的基础上研究了《回回历》<sup>①</sup>,认为朱文鑫得出这个结论是正确的,而且在当时的情况下是不容易的,说明他研究了《回回历》,另外,他在国外学习时,毫无疑问也接触到了希腊天文学内容。

之后他对于《回回历》有一段议论:“回历固有密于中历之处,惟岁差之数,与近点月交点月之日数,业绩五星周期,皆未明言,不如中历之详。中历往往密于观测,而但知其所以然。故有其数而不明其理,如日食日班之测候,彗孛流陨之记载,史不绝书,惟因不求其故,遂委为天道难知,而杂于吉祥之谈,此中历之缺点也。回历每有用数甚疏,而能探求其所以然,故有其数必试言其理。虽小轮次轮诸法,不出多禄某之范围,而西法得由此而求精,此回历之胜于中历者也。”以上,朱文鑫对于中历和回历的优缺点进行了中肯的比较和评价,是符合实际情况的。

需要说明的一点是,尽管朱文鑫说关于西域历法可以参考顾观光的《九执历解》和《回回历解》,但是根据笔者对于顾观光两书的研究发现,朱文鑫的许多观点是在顾观光之上的。

朱文鑫在另外一部著作《天文学小史》中,详细总结和回顾了印度、阿拉伯天文学和西域天文学,指出“西域”之名始见于《史记汉书》,其范围之广,大概新疆以西者属之。他在总结历史的基础上提出了许多个人的观点,例如认为印度有独特的太阳月和太阴月,与中西法均不同,而印度历法不计岁差,实为一大缺点。他认为,与太阴月有关的二十八宿是起源于中国的,他说,印度初有二十七宿,后有二十八宿,他极力认同日本学者新城新藏的关于印度天文学源于中国的观点。总之,他的关于“印度天文学”的研究,基本上提出了印度天文学源于中国,后又受到希腊天文学润饰的观点。

### 3. 清代历法与中西历法之比较

在“清历志略”中,朱文鑫列出关于时宪历、甲子元历、癸卯元历三者的各项历法基本常数的比较表,又简要介绍了各部历法,说明了这时第谷体系、哥白尼体系和开普勒椭圆定律都已陆续传入了中国。接着他精辟地总结道:“清初历法,日月有高卑行度,并以定气注历,为改革古历之两大端。汉刘洪始悟月行有

<sup>①</sup> DENG Kehui, The Explanation to some Terms of the Theory of Lunar Longitude in the Huihui Li, The 1<sup>st</sup> International Conference on History of Exact Science along the Silk Road, Xian, China, 2005.

迟疾,北齐张子信始悟日月之不平,隋刘焯始悟日行有盈缩,立躔衰术,以冬至为盈之极,夏至为缩之极,后世历家皆祖述焉。但不明其所以然。至西法始立高卑行度,盖地球绕日而行,其轨道为椭圆,日在其一焦点,故距离有远近,而视行有迟疾。夏至前后距地最远,日行最高,而视行最迟;冬至前后距地最近,日行最卑,而视行最疾,《新法历书》以最高行为起算之端,犹古法缩限之起冬至也。时宪历以最卑行为起算之端,犹古法盈限之起夏至也。惟西法盈缩之极不定在冬夏二至,而在二至之前后,又各年不同,故高卑有行率也。当郭守敬造授时历时,夏至与最高,冬至与最卑,正相密近,故盈缩起二至,所差尚微。元以前在二至前,元以后在二至后。甲子元历定每年最卑行约一分一秒有奇,癸卯元历一分二一秒有奇。”朱文鑫确切地指出,中历始终以冬至点作为太阳运动的最快一点——“盈之极”的缺陷,而且进一步指出中历这样做并没有什么依据——“不明其所以然”,郭守敬的授时历之所以精度较高,是因为这个年代,冬至点正好和近日点“密近”。而西历从一开始就限定了日月高卑行度,后又提出椭圆轨道等,按照这样一个顺序去探求“其所以然”。他说,中历从清代开始改革古历,主要体现在两点,一是关于日月有高卑行度,一是以定气注历。可见他的着眼点非常高,能够从众多历法的更替中,直接抓住要害,揭示天文学的理论问题。

#### 4. 汉历交食周与西法之比较

关于“汉历交食周与西法之异同”,这部分内容详见于朱文鑫的《历代日食考》,是朱文鑫从自己留学所得的关于西法的知识与汉历中的交食周期的一个比较研究,体现在,其一,朱文鑫把古代中西的交食周和现代天文学进行比较,他指出,近世美国天文学家牛考慕(Newcomb, Simon, 1835—1909年)的交食周358月正好是三统历周期135个朔望月(约11年少31日)和迦勒底周期223个朔望月的和,朱文鑫提出牛氏的工作是否参考了我国汉代的历法的问题。其二,对于三统历周期的精度,朱文鑫以“今测年月常数合算得之”,“相差甚微”。但是,他从地球自转的总次数(3 986. 629 38次)的余数(0. 629 38日),算得地球将在汉历年代的基础上西移约227度,因此见食地点与前期大不相同。由此,三统历周期仍然不是最好的交食周。

他提出,“如以三统历八周计之,合于31 509. 034日,则余数较小,日食西移约十六度,相差不过一小时,前后日食约在同经度之地可见矣”。这相当于朱文鑫给出了一个新的交食周。对于这个交食周,他又和牛考慕周期进行对比,对比的依据是尽量使得日食复见于同月同日同地;对比的方法是取《诗经》、《春秋》、

《汉书》的日食中凡是在时间上符合整数周的,如此,他需要把中国古历纪年换算成西元纪年,然后才能进行比较。最后的结论是,牛考慕周期必须要在三周后,即87年少61日时,余数也很小;而八周后的三统历周期是87年又四月;两者相差仅6个月。朱文鑫反复求算得到不同的日食周,是在三统历周期和迦勒底周期的基础上进行的,他说:“虽系约数,已足以上推往古,下验将来。兹藉此以检史志之日食,更为便捷。而我史记载之翔实,尤为可贵。”

## 第五章 《授时历》在日本的研究情况

### 第一节 《授时历》与和算的关系

关孝和(Seki Takakazu 1642—1708 年)是日本著名的数学家,他通过研究《授时历》,奠定了和算的基础,从而在日本开辟了一个新的研究领域,而他本人成为和算的奠基人。和算虽然植根于日本本土,但其产生与发展与中国古代的天文历算有着非常密切的关系,是中日天文数学史比较研究的一个重要范例。

从和算发展的历程来看<sup>①</sup>,关孝和的出现标志着和算进入的第二个时期,也是和算的黄金时代,他为和算进入独立研究阶段<sup>②</sup>、形成完整的数学体系奠定了坚实的基础。日本学者广濑秀雄特别提出:“授时历对我国的影响不止是建立了贞享历的基础这么简单,而且对整个和算的发展是一个强有力的刺激源泉。”<sup>③</sup>

中国元代的《授时历》是中国古代最优秀的历法之一,它是建立在先进的数学方法和精密的天文观测的基础上的,体现了中国宋元时期数学和天文学的成就,东传日本后成为日本历法改革的范本。关孝和是日本较早研究《授时历》的数学家,他的历算研究成果也主要体现在其对《授时历》的研究工作中。《授时历》中的弧矢割圆术及招差法是和算圆理中的弧背术、累裁招差法和垛积术的直接来源。

如果从和算和日本历法的发展渊源来考虑,这一课题对于日本数学、天文学史和中日天算关系史均有重要的意义。搞清楚关孝和对《授时历》的研究及其天文学和数学工作,不仅易于弄清和算中某些重要成果的思想发端,了解关孝和在弧矢割圆术、招差法及交食计算等方面的工作,而且有助于加深对《授时历》中某些疑难问题的认识和理解。

---

① 日本学士院编,《明治前日本数学史》4(3),岩波书店,1979。

② [日]平山谛,《关孝和》,恒星社版,1974,14。

③ [日]平山谛、下平和夫、广濑秀雄编,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974。

## 第二节 《授时历》的传日经过与关孝和

《授时历》传入日本的时间较早。约1453年3月21日相国寺僧人瑞溪国风于鹿苑寺建仁、清启两堂检阅了“自大明持来”的全套《元史》40册<sup>①</sup>。这说明包括《授时历议》、《授时历经》等在内的《授时历》传入了日本。但日本人对《授时历》的研究起步较晚,其直接动因是改历的需要。进入江户时代,日本行用时间达800年以上的宣明历一直还在使用,当时预报的误差近2日,缺陷日渐严重。于是,以涉川春海等为代表的日本政府官员上表请示改历。较早研究《授时历》的是小川正意,他于延宝元年(1673年)出版《新勘授时历经》共6卷,其中关于《授时历经立成》的3、4、5卷,在延宝元年又作书名《大元授时历经立成》6卷2册刊行<sup>②</sup>,小川正意的工作主要在“立成”方面。但小川正意的这部分工作很不充分,其中计算昼夜长度,他取通常的昼为0.6日,夜为0.4日的规定,限制了他的思路。日本幕府主持改历的涉川春海详细研究了《授时历》,但是他本人表示也没有理解其中较高深的算理。此后,黄鼎编撰的《天文大成管窥辑要》80卷(1652年刊行)传入日本,关孝和约在1672年得到此书<sup>③</sup>。《天文大成管窥辑要》汇集了大量中国古代天文历法的资料,其中也包含了有关《授时历》的内容。由于编历的需要,关孝和对《天文大成管窥辑要》中的15卷摘、编、注释、校订后撰成《关订书》。《关订书》及《元史》中的《授时历议》和《授时历经》成为关孝和研究《授时历》的主要原始文献。关孝和的工作为日本《贞享历》的产生奠定了基础,由涉川春海上表颁行。

关孝和一生著有七种天文和历算著作,它们是:

- (1)《授时发明》(又题《天文大成三条图解》,延宝八年,1680年)
- (2)《授时历经立成之法》(延宝九年,1681年)
- (3)《授时历经立成》(延宝九年,1681年)
- (4)《关订书》(贞享三年,1686年)
- (5)《四余算法》(元禄十年,1697年)
- (6)《宿曜算法》(贞享元年,1684年)

① 王勇、大庭修主编,《中日文化交流史大系》(9):典籍卷,杭州:浙江人民出版社,1996。

② [日]平山谛、下平和夫、广濑秀雄编,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:19。

③ 同上,第46页。



(7)《天文数学杂著》(元禄元年,1688年)

这些著作于他去世后全部刊行出版。上述著作中,前三种是专门研究《授时历》的著作,可见关孝和非常重视《授时历》。原因有二,其一为日本当时普遍存在的改历倾向,关孝和本人对改历很积极;其二是《授时历》中包含了许多重要的数学内容和方法,这些激起关孝和极大的兴趣。第4种《关订书》是关孝和根据1672年传入日本的中国清代黄鼎的《天文大成管窥辑要》摘、编而成。《四余算法》是关于古代所谓气、李、罗、计四种算法的解释,《宿曜算法》则与古代从中国传入的《宿曜经》有关,涉及日、月、年的推算方法,这两本书都是纯粹的天文历算知识,与数学关系不大。《天文数学杂著》是关氏对其在不同时期对天文、历算方面的感想、计算结果等进行记录并整理而成的一部“杂著”,涉及内容多而杂,也有一些错误,但是其中不少都是关氏的创造性工作。

### 第三节 中日学者的《授时历》比较研究工作综述

国内外对关孝和的数学工作的研究比较丰富,涉及的主要研究者有林鹤一、三上义夫、平山谛、李俨、沈康身、冯立升、徐泽林、王青翔等人。近年关氏的历算工作逐渐受到重视,在日本陆续有学者涉及了关孝和在《授时历》方面所作的工作。平山清次博士首先研究并撰文“授时历研究大要”,后由能田忠亮编入《明治前日本天文学史》<sup>①</sup>。该文详细介绍了《授时历》的历史地位和在日本的研究情况,涉及主要研究者有小川正意、关孝和及其弟子建部贤弘,另外还有西村远里等人。其中内容较简单,主要包括:(1)实测值,有北极高度、黄道倾斜度、回归年、恒星年长度的误差处理及与现代值的比较,测景涉及的横梁、景符、铜板等的用法。(2)对太阳盈缩立成的招差公式进行概括,盈缩 =  $x^3$  立差 +  $x^2$  平差 +  $x$  定差。(3)黄赤道率(即太阳赤纬)的计算,主要是关孝和及其弟子建部贤弘的工作。(4)半昼夜分,文中提到利用独特方式进行测量和计算,但没有进一步有针对性地解释。笔者认为这应该是指关孝和的工作。(5)月离及交食计算,涉及月亮的周期以及交食观测的视差、食分、定用分等,是简要的概括。(6)五星,与《元史·历志》内容相差不多,没有新的内容。另外,广濑秀雄著《关孝和的有关天文学的著述》<sup>②</sup>,

① 日本学士院编,《明治前日本天文学史》,昭和三十五年,日本学术振兴会。

② [日]广濑秀雄,《关孝和の天文关系の著述》,平山谛等,关孝和全集,大阪教育图书株式会社,1974。

总结了关孝和的天文学工作及其著述年表,还涉及圆周率、弧背术等数学问题。他主要从关孝和对《授时历》的研究角度探讨《授时历》的内容。最后还有横冢启之的《关孝和〈授时发明〉的现代日语译文》<sup>①</sup>,但横冢对其中的天文学问题解释不够,阻碍了进一步理解原文。国内王荣彬博士的《关于关孝和对〈授时历〉交食算法的几点研究》<sup>②</sup>,具有重要学术价值。

邓可卉在其硕士论文中对关孝和的《授时历》研究工作进行了全面的研究,重点阐述了关孝和在《授时历》研究中的思想脉络和创新之处,依据关孝和的一系列天文历算著作,逐篇逐项详细研究,在完全理解关孝和所作工作的基础上,重点解决了下面几个问题。对关孝和在《授时发明》“论白道与黄赤道差”中未解决的求“月离白道宿次度分”问题,通过对其弟子建部贤弘的工作的讨论,说明关氏工作的影响及其后继相关工作的进一步发展。认为关孝和解决了“论白道与黄赤道差”中的白道交周问题,这一问题梅文鼎也没有解决。发现了关孝和对“月亮迟疾差公式”非单调性的修正;对关孝和在“日景实测”中的“独特算法”进行复原和合理的推测,并认为关孝和是在实际观测的基础上进行验算的;对于关孝和在《授时历》交食算法中的图解给以高度评价,并结合原文进行解释<sup>③</sup>。总之,学术界已经基本形成了和算是由中算发展而来的观点,但是关于其具体脉络并不十分清楚,尤其是国内相关研究比较少。实际上,关孝和对于和算的创造性贡献主要建立在他的《授时历》研究基础上,所以,这样一个选题具有重要学术意义。通过对于关孝和解读、研究《授时历》的一系列成果的发掘,对于以往的学术观点辅之以更加确凿的证据,是这项研究的目标之一。

#### 第四节 关孝和的《授时发明》

《授时发明》又称《天文大成三条图解》,是对清顺治九年黄鼎撰定的《天文大成管窥辑要》第三卷中的“论黄赤道差”、“论黄赤内外差”、“论白道与黄赤道差”三条的说明和注释,书末有“延宝八年(1680年)吉日谨书”说明此书成书于1680年。《天文大成管窥辑要》除了简要的文字说明外,既无插图,也无详细算法,关孝和《天文大成三条图解》对《天文大成管窥辑要》中三条内容给出直观的

① [日]横冢启之,《关孝和〈授时发明〉现代语译》,横滨市神奈川区鸟越9-3,1994。

② 王荣彬,关于关孝和对《授时历》交食算法的几点研究,《自然科学史研究》,2001,20(2):143—150。

③ 邓可卉,关孝和对《授时历》的研究,内蒙古师范大学硕士学位论文,2001。

图解和算理上的分析,对几乎每句原文加以注释,给出详细作法,其工作不失创造性。下文分别论述。

## 1. 论黄赤道差

“郭守敬授时用‘弧矢接勾股之法’以求之法,以黄道半弧背立立天元一,以求得黄道矢。”<sup>①</sup>这是《天文大成管窥辑要》的原文。关于“立天元一”以求黄道矢的作法,关孝和进一步给出解释:

假如以黄道半弧背四十五度求之,

立天元一为黄道矢,自之,为因周天径,黄道半弧背、弦差,寄左。 $(x^2 = d(a' - c/2) \text{ —— (5.1)})$ 。列黄道半弧背以周天径一百二十度七十五分(置周天三百六十五二十五分如三而一也)乘之得,内减,寄左。 $(45 \times 121.75 - x^2)$ 。余自之,为因周天径幂,黄道半弧弦幂,再寄。 $((45 \times 121.75 - x^2)^2 = (c/2)^2 \times 121.75^2 \text{ —— (5.2)})$ 。列周天径内减黄道矢,余以黄道矢乘之为黄道半弧弦幂,以周天径幂相乘之,得数再寄。相消得开方式 $((121.75 - x)x \cdot 121.75^2 = (x^2 - 45 \times 121.75)^2)$ 。三乘方开之得黄道矢一十七度三十二分五十三秒。<sup>②</sup>

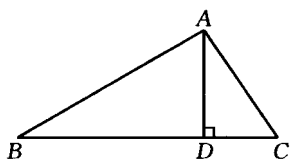


图 5.1 “勾股之法”

为了说明问题,有必要先对《关订书》中提到的名词术语进行解释。“勾股之法”,按日本学者横冢启之的观点是指三平方定理<sup>③</sup>,但笔者认为还应该包括《九章算术》中相似直角三角形对应边成比例的关系和以下定理,即如图 5.1 的  $AD^2 = BD \times DC$ 。

“周天径”即直径,它由圆周“如三而一”得到。中国传统天文学和数学没有明确的角度概念,采用的是一种独特的弧度制度,将圆周或周天划分为 365.25 度,西方的  $360^\circ$  制是明末清初开始传入使用的。日本江户时代已有西洋天文学的传入,但对关孝和没有产生影响,从关孝和文章中仍可看出他采用了中国古度。

原文中涉及的一些术语解释如下:

“弧背”即现代的弧,“半弧背”即半弧;

“弧弦”即现代的弦,“半弧弦”即半弦;

① [日]关孝和,关订书,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974。

② [日]关孝和,《授时发明》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974。

③ [日]横冢启之,《关孝和〈授时发明〉现代语译》,横滨市神奈川区鸟越 9-3, 1994。

“黄道半弧背弦差”即半弧一半弦,如图 5.2,为  $a' - c/2$

“矢”,如图 5.2 中  $x$ ;

“为”,等于;

“因”,相乘,“因  $AB$ ”,即  $A \cdot B$ ;

“ $A$  内减  $B$ ”,  $A - B$ ;

“幂”,自乘;

“开方式”,1 元 2 次方程式;

“三乘方开之”,解关于  $x$  的 4 次方程的方法。

由原文中的式子最终得出一个等式

$$(x^2 - 45 \times 121.75)^2 = (121.75 - x)x \cdot 121.75^2 \quad (5.3)$$

具体步骤如下:(5.1)式经过两次化简转化为

$$(x^2 - a'd)^2 = (c/2)^2 \cdot d^2 \quad (5.4)$$

可知公式(5.4)等价于(5.2)式。上文关于(5.1)式与(5.2)式的解释其实是一回事。

又在图 5.2 中,由勾股之法得  $(c/2)^2 = x(d - x)$ ,代入(5.4)式即可得(5.3)式。关孝和熟悉此式,并理解“勾股之法”的含义,故才有“周天径内减黄道矢,余以黄道矢乘之为黄道半弧弦幂”。所以最终得出等式(5.3),并由等式(5.3)通过高次方程数值解法,解得  $x$ 。

关孝和完全理解了郭守敬的“弧矢接勾股之法”(关氏又名“弧矢勾股术”)。对于其中每个词都有明确的解释,这清楚地反映在关氏的原图中。如图 5.3 为

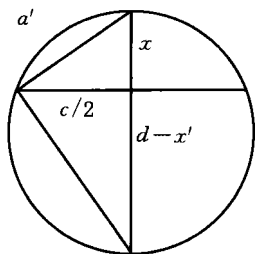


图 5.2 《授时发明》中的术语含义

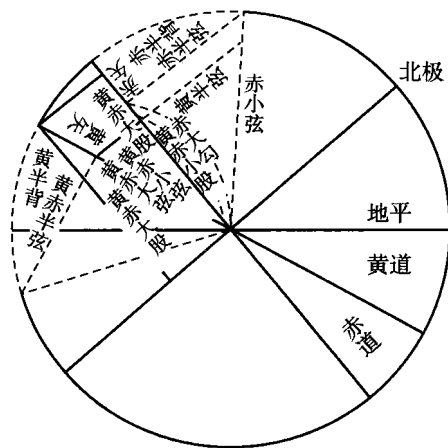


图 5.3 关孝和“论黄赤道差”平面图

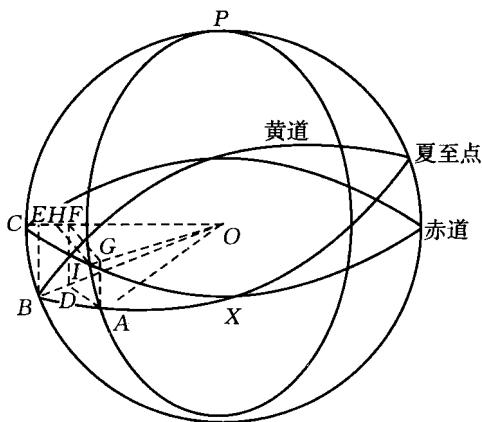


图 5.4 图 5.3 的立体图

《授时发明》中关孝和的原图,原图未标上字母。原图有“以朱见径,以墨见纬”,由于此图是把一幅球面立体图作成平面图,很有可能是为了适合中国历算的特点,关孝和用颜色标示各种经、纬线。如果把图 5.3 还原为立体图,应如图 5.4。

所谓“论黄赤道差”,实际是给定黄道半弧背即  $AB$ ,求赤道半弧背  $CI$ 。用现代天文语言解释即为已知黄径,求赤径的天球坐标的转换。下面给出具体步骤。

前面已知黄道半弧背建立一个关于黄道矢  $BD$  的 4 次方程,并解得黄道矢  $BD = 17.3253$  度,由沈括的会圆术知:

“黄道半弧背弦差” = 黄道半弧背一半弧弦,

即  $AB - AD = BD^2/d = 2.4654$  度

由此得黄半弦  $AD = 45$  度  $- 2.46$  度  $= 42.54$  度。

如图 5.4,黄赤小弦  $DO =$  半径  $-$  黄道矢  $= 60.875$  度  $- 17.3253$  度  $= 43.54$  度

由于  $\triangle OBE \sim \triangle ODF$ ,

故:黄赤大股  $OE$  / 黄赤小股  $OF$  = 黄赤大弦  $OB$  / 黄赤小弦  $OD$

关于求黄赤大股的方法,关孝和只有“以二至出入赤道内为半弧背,依术求得黄赤道大弧矢四度八十一分,以之减周天半径余也。”从图 5.4 很直观看出所谓“依术”应是在  $OBC$  中利用前面“已知黄道半弧背求黄道矢”的方法。已知黄赤交角,列一关于黄赤道大弧矢  $CE$  的 4 次方程,解得黄赤道大弧矢  $CE = 4.81$  度。故

$$OE = R - CE = 56.065 \text{ 度}$$

所以黄赤小股  $OF = 56.065 \times 43.54/60.875 = 40.09$  度。

在图 5.4 中,过  $F$  作  $FG \perp OI$ ,垂足为  $G$ 。现在已经把所求值从黄道弧转到赤道弧中,由于各种垂直关系,不难证明  $AD = FG$

在  $\triangle OFG$  中,利用勾股定理得黄赤小弦

$$OG = \sqrt{OF^2 + FG^2} = \sqrt{40.09^2 + 42.54^2} = 58.45 \text{ 度}。$$

图 5.4 中由于  $\triangle OGF \sim \triangle OIH$  所以  $HI/FG = OI/OG$

故赤道半弧弦  $HI = OI \times FG/OG = 42.54 \times 60.875/58.453 = 44.3043$  度  
继续利用上述二相似三角形的对应边关系,求得

赤道横大勾  $OH = OF \times IO/GO = 40.09 \times 60.875/58.453 = 41.75$  度

$$\text{赤道矢} = R - OH = 19.125$$

利用会圆术,在  $\triangle OCI$  中得  $CI - HI = 19.125^2/d = 3.0042$  度。所以

$$CI = 44.3043 + 3.0042 = 47.3085 \text{ 度}。$$

## 2. 论黄赤内外差

中国古代用去极度(古称“出入赤道,或出入黄道去极度”)来代替赤纬或黄纬。用现代天文学语言解释“论黄赤内外差”就是,在天球坐标系中,已知黄赤内外差,即出入黄道去极度与赤道去极度的差,再求其中任一项。或者径可认为已知黄道去极度,求赤道去极度;反之亦可。

《关订书》原文为：“郭守敬授时以弧矢法求之。置半径，内减赤道小弦，余为赤道二弦差，又为黄赤道小弧矢，又为内外矢。”这里的“弧矢法”仍同前面的“弧矢接勾股法”，即已知黄道半弧背求黄道矢。

关孝和给出了进一步解释：“假如以黄道半弧背四十五度求之，依前术得黄道矢一十七度三十三分求到赤道小弦五十八度四十五分三十秒，以减周天半径，余二度四十二分二十秒为赤道大小弦差，又为黄赤道小弧矢，又为内外矢。”

如图 5.5 为关孝和的原图,图 5.6 是作者给出对应的立体图。赤道二弦差即赤道大弦(半径) - 赤道小弦 =  $OI' - OG' = I'G'$ 。

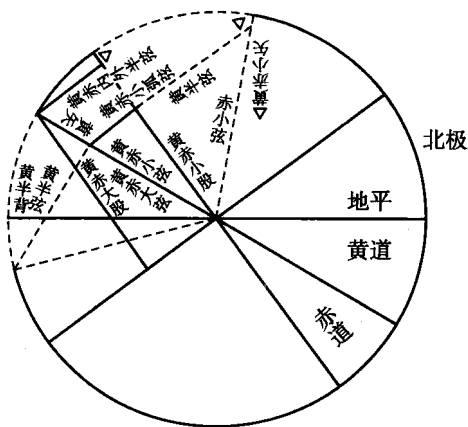
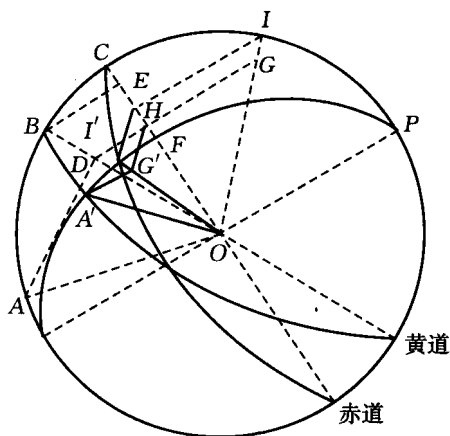


图 5.5 关孝和的“求黄赤内外差”图



**图 5.6 图 5.5 的立体图**

$BC$  为黄赤道大弧, 则  $A'I'$  为黄赤道小弧, 故  $I'G'$  又可作为黄赤道小弧矢,  $A'I'$  又称黄赤内外差, 即现代天文语言中的赤纬与黄纬的差, 故  $I'G'$  又可称“内外矢”, 这即为上述原文的解释。

计算程序为:已知黄道半弧背  $A'B \Rightarrow$  黄道矢  $BD$ , 再求  $OD = R - BD = 60.875 - 17.33 = 43.545$  度(黄赤道小弦)

在 $\triangle BCO$ 中,已知黄赤道内外(半)大弧,利用弧矢法求黄赤道大弧矢  $CE = 4.81$  度。

由会圆术求得半背弦差  $BC - BE = CE^2/d = 0.19^\circ$ ,

因此得黄赤道内外半弦(原文多一“弧”字,意义不清,实际半弧弦也即半弦)为:黄赤道内外(半)大弧  $-0.19 = 23.713$  度。

由相似三角形  $\triangle OBC \sim \triangle ODF$

得  $DF = 43.545 \times 23.713/60.875 = 16.9623$  度

在  $AI'O$  中,应用会圆术,由黄赤道小弧矢  $I'G'$ ,求得半背弦差,即半弧背一半弧弦  $= A'I' - A'G' = 2.422^2/121.75 = 0.0482$  度,黄赤道小弧弦,即上边求得的黄赤道小勾  $DF$ 。

由于  $A'G' = DF$ ,

所以  $A'I' = A'G' + \text{半背弦差} = 0.048 + 16.9623 = 17.0105$  度

最后求得  $A'I'$  为黄赤道内外差(度)(关氏又称黄赤道小弧半背)。

古代是用去极度来表示黄纬、赤纬的,  $A'P$  为去极度(黄纬),  $I'P$  也为去极度(赤纬)。

关于黄赤去极度互求,关孝和结合具体历法内容,即太阳周年视运动有盈有缩的实际情况认为“冬至前后二象盈初缩末者以黄赤道内外度加象限 91 度 31 分 13 秒,为黄道去极度及分秒。夏至前后二象限盈初缩末者以黄赤内外度减象限,余为黄道去极度”。根据现代天文学原理来看,这是正确的。

### 3. 论白道与黄赤道差

用现代天文学原理解释,此题是求白道与赤道交点和白道与黄道交点之间距

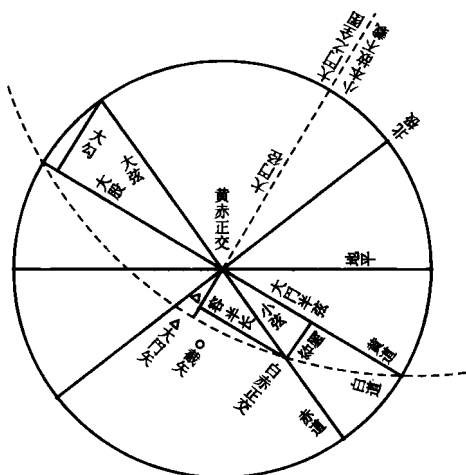


图 5.7 关孝和“论白道与黄赤道差”图

离的最大值。那么,什么时候两交点之间的距离最大呢? 如关孝和图 5.7,此图是一投影图,圆心为春分点,黄道与图中正圆的两个交点,分别为冬至点和夏至点,黄道与赤道的位置是固定的,同样,白道与黄道有一固定交角为 6 度,这在《授时历》中采用,所以只有当白道与黄道的交点分别为冬、夏至点时,以上交点的距离才最大,这一距离即图 5.7 中直阔中的容半长。

授时历中称白道与黄道降交点为正交,白道与黄道升交点为中交。

《天文大成管窥辑要》原文:“郭太





大勾 (DG), 除大股 (OG) 五十六度零六分半, 得二度三十七分就整, 为度差。

就整得 2.37 为度差。

置天元一为小勾, 以度差乘之得为小股, 又为容半长,



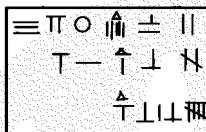
$$ML = ON = OQ \times MN / QR = 2.37x$$

自之, 得亦为容半长幂。



$$ML^2 = 2.37^2 x^2 = 5.6169x^2$$

与寄左相消得度。以平方开之, 与前面寄左式相减得: 得五度七十分为(矢)容阔。



$$\begin{aligned} & -6.6169x^2 - 611.62x + 3705.72 \\ & = 0 \quad \text{解此方程, 得其正根为} \\ & x = 5.70 \end{aligned}$$

由此求得容阔  $x$ 。进一步求得容半长  $ML = ON = 2.37x = 13.4782$  度。小弦  $MO = R \times MN / RQ = 60.875 \times 5.7 / 23.71 = 14.63$  度

在此不妨对图 5.7 作一解释。如图 5.9 为白道、黄道、赤道的关系图, 图 5.10 是图 5.9 的详解图, 其中  $A$  为夏至点,  $B$  为秋分点,  $AB$  为黄道,  $AC$  为白道,  $BD$  为赤道,  $E$  为白赤道交点。图 5.8 就是把图 5.10 的天球投影到  $O-ZX$  平面上, 其中  $OR$  为赤道投影,  $OT$  为黄道投影,  $KMT$  则为白道的投影,  $M$  为白赤道交点  $E$  之投影。小弦  $MO$  又为白赤道正交距黄赤道正交的半弧弦, 为图 5.10 中  $EH$ 。

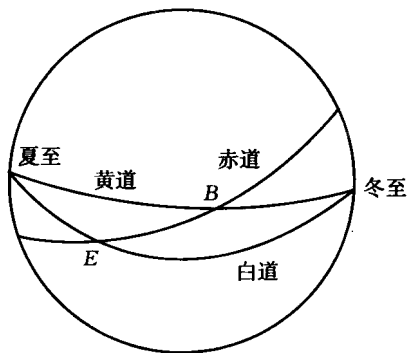


图 5.9 白、赤、黄道关系图

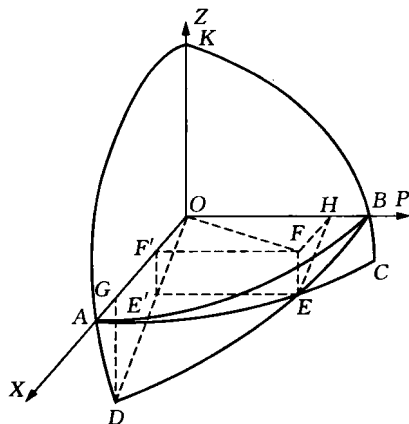


图 5.10 图 5.9 的详解图

关氏进一步注释：“列大弦 60.87 度反半以小勾五度七十分乘之得数为实。以大勾二十三度七十一分除之得小弦一十四度六十三分四十秒，又为白道与赤道正交距黄赤道正交半弧弦。”

列小弦自之，得数以减周天半径幂，余为实。平方开之得五十九度零九分以之减周天半径，余一度七十八分为小矢，自之如周天径而一，得半背弦差二分六十秒，加入小弦得半弧背一十四度六十六分，为极差。

显然关氏明确了这一算理，并在最后又一次利用会圆术，由半弧弦求得半弧背，即求得白赤道正交距黄赤道正交极数。

无疑，元代的《授时历》是一部杰出的历法。这部历法的编撰者们在一次奏本中曾提到，《授时历》比起前代各历来，有所谓“创法凡五事”。但由于《元史·历志》的疏漏，其对白道交周问题没有展开讨论。清初学者梅文鼎在其《明史·历志》中曾详细解释了这五事中的前四事。而对第五事，也即白道交周问题中 14 度 66 分的计算方法和意义，却是语焉不详<sup>①</sup>。而关孝和不仅完全解决了白道交周问题，而且对其中的数据计算条理清楚，并使用了筹算方法。

在《天文大成管窥辑要》中，有：“以朔后平交日分乘月平行度分得距后度分，加经朔加时中积为黄道冬至距正交定积度分，视在半岁周以下为冬至后，已上满半岁周去之退为夏至后，其二至后在象限以下为初限，以上满半岁周为末限，以初末限乘极差一十四度六十六分，如象限而一，为定差度分（ $HH' = TN \times 14.66/91.31$ ）。以二十四乘之如极差而一，所得交在冬至后为减，夏至后为加，皆加减黄赤道定限度九十八度为定限度。”

关于初末限的规定王应伟解释为：“由实测太阳行至冬至出赤道外二十四度稍弱，速度最大，自此逐渐减小，至春正而平，称为盈初限；乃至秋正太阳经过黄赤交点，由赤道内至赤道外，速度由平而逐渐增加，至冬至而极，称为缩末限。这两限都需时 88 日 91 刻而行 91 度 31 分。自春正至夏至，太阳由赤道外而入赤道内二十四度稍弱，积 93 日 71 刻，而行 91 度 31 分，及太阳自夏至行至秋正，亦积 93 日 71 刻，而行 91 度 31 分，前者称为盈末限，后者称为缩初限。”<sup>②</sup>

因此， $TN$  为初限，由以上可最终得到

(1) 定差度分 = 初末限  $\times 14.66/91.31$

(2) 定限度 =  $98 \pm$  定差度分  $\times 24/14.66$  (冬至后减，夏至后加)

原文到此粗略地给出一个框架，关氏在其《授时发明》中进一步给出“求所谓

① 薄树人，《〈授时历〉的白道交周问题》，《科学史集刊》(5)，北京：科学出版社，1963：55—57。

② 王应伟，《中国古历通解》，沈阳：辽宁教育出版社，1998：759。

二十四术”和“求所谓九十八度术”及“又术”。

首先来看“求所谓二十四术”。在《授时发明》“求二十四术”中有：“置在夏至内冬至外月道与赤道差三度五十分，内减，在夏至外冬至内月道与赤道差一度三十分，余二度二十分通分内子，进位为度得二千二百度，如象限而一得二十四也。”

这里利用了内插法的原理，关氏又称之为“补间法”，也即关氏所说“古所谓相减相乘法”。对二次内插法来说，已知任意两个结点的等式，即可给出第三个结点的值，从而构造一个二次多项式插值函数，如果是等间距的，则其间距也可知。

曹士蔭在符天历中创造了太阳中心差算式，是二次函数，其公式写作 $f(x) = ax(b-x)$  ( $a, b$  为常数)，这一结论是日本的中山茂在研究天理图书馆收藏的《符天历》残本后得出的<sup>①</sup>。这一方法被唐末天文学家边冈的崇玄历继承并发展，并被命名为“相减相乘法”<sup>②</sup>。中国古代对太阳中心差、黄赤道差变换、晷长、漏刻、太阳视赤纬、月亮极黄纬等的计算都使用公式化算法，这些公式在陈美东的系列文章中均有介绍，陈美东认为：“其公式算法是在表格算法的基础上发展起来的新方法，这在计算的完全公式化和计算的便捷性道路上迈出了重要的一步。”他进一步认为：“最先发明公式计算法的是唐末的边冈。”<sup>③</sup>相减相乘法为什么等同于内插法，在数学上很容易得到证明，王荣彬进一步证明相减相乘法与刘焯的等间距二次内插法一脉相传<sup>④</sup>。相减相乘法的优点体现在把传统的历表和相应的分段插值公式完全公式化了，简捷、直观而便利。以往中国数学史家对这一方法未给予足够重视，钱宝琮的《中国数学史》和李俨的《中算家的内插法研究》皆未提到此事。严敦杰认为：“相减相乘的意义在数学史上过去是不肯定的，现在可以作出结论，即相减相乘不是内插法的方法，而是内插法的结果。”<sup>⑤</sup>后人已经意识到他的这一结论与其推导过程似有矛盾<sup>⑥</sup>，不过这至少说明严敦杰对相减相乘法的实质有所认识。

然而，关孝和对相减相乘法给予足够的重视，之后日本学者薮内清撰文进一

① [日]中山茂，《符天历》的天文学史的位置，《科学史研究》，第71号，1964。

② 黄鼎，《天文大成管窥辑要》，[清]顺治九年。

③ 陈美东，太阳视赤纬计算法，《古历新探》，辽宁教育出版社，1995。

④⑥ 王荣彬，太阳视运动中心差算式，《中国古代数理天文学探析》，西北大学出版社，1994：289—302。

⑤ 严敦杰，中国古代的黄赤道差计算法，《科学史集刊》1，1958：47—58。

步强调《符天历》的重要性<sup>①</sup>。这一公式在计算方法上有其优越性,对关氏的累裁招差法有一定的启示作用。

《天文大成管窥辑要》中给出相当于如下形式的相减相乘公式:

$$f(x) = \frac{1}{1\,000}x(k-x)。$$

在此笔者给出命题如下:

如果已知同一等间距内插法函数在两端点的表达式为,  $f_1(x) = \frac{1}{1\,000}x(K_{\max} - x)$  和  $f_2(x) = \frac{1}{1\,000}x(K_{\min} - x)$ ,

那么,这一内插法函数的间距即可知,

为  $h = (K_{\max} - K_{\min})/2 = (f_1(x) - f_2(x)) \times 1\,000/2x$ , 中间点的表达式可写为:  $f_1(x) = \frac{1}{1\,000}x(K_m + h - x)$  或  $f_2(x) = \frac{1}{1\,000}x(K_m - h - x)$ 。

依据此命题当白赤道倾斜角最大时,半象限之内冬至点的白经与赤经差为 3.5 度,得:

$$\frac{1}{1\,000} \times 45.65 \times (K_{\max} - 45.65) = 3.5 \quad (5.5)$$

同理,当白赤道倾斜角最小时,半象限之内,冬至点的白经与赤经差为 1.3 度,得:

$$\frac{1}{1\,000} \times 45.65 \times (K_{\min} - 45.65) = 1.3 \quad (5.6)$$

关孝和对上述两式解释如图 5.11 和 5.12。

式(5.5) - (5.6)得:  $45.65 \times (K_{\max} - K_{\min})/1\,000 = 2.2$

所以  $K_{\max} - K_{\min} = 2\,200/45.65$

$$(K_{\max} - K_{\min})/2 = 2\,200/91.31 = 24$$

关氏“求所谓九十八度术”曰:“列半象限四十五度六十五分内减二十四,余二十一度六十五分,以半象限相乘之得九百八十八度三十二分二十五秒,寄位。列在夏至内冬至外,月道与赤道差三度五十分,通分内子进位为度得三千五百度,加入寄位共得四千四百八十八度二分二十五秒为实,如半象限而一,得九十八度。”

<sup>①</sup> 戴内清,关于唐曹士伟的符天历,科学史译丛,1983:83—93。

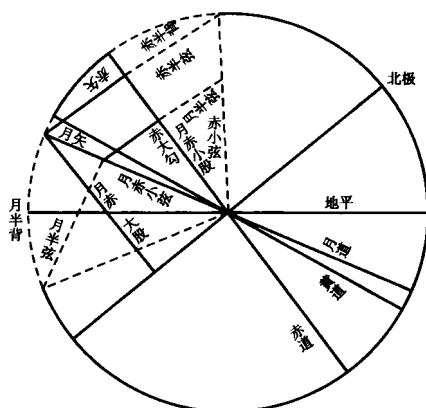


图 5.11 月赤道差“三度五十分”

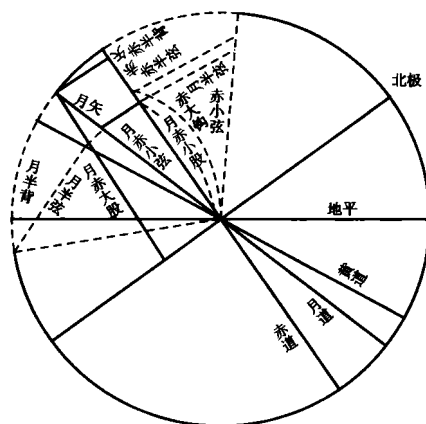
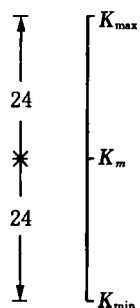


图 5.12 月赤道差“一度三十分”

由上可得  $K_m = [45.65 (45.65 - 24) + 3500] / 45.65 = 98$

进一步逆推, 展开上式, 可得到中间点  $K_m$  的相减相乘公式

$$\frac{1}{1000} \times 45.65 \times (K_m + 24 - 45.65) = 3.5$$



由于  $K_m = 98$

所以  $K_{\max} = K_m + 24 = 122$

$K_{\min} = K_m - 24 = 74$  如图 5.13。

由此可看出等间距内插法的模型。

关孝和下文求九十八度“又术”, 利用了夏至外冬至内月赤道差一度三十分, 利用另一方法得到  $K_m = 98$ , 其道理同上, 兹不赘。

图 5.13 等间距内插法模型

稍后, 关氏关于“求所谓差三度五十分术”曰: “以半象限四十五度六十五分为月道半弧背, 月道矢一十七度八十分, 月道半背弦差二度六十分, 月道半弧弦四十三度, 月赤道小弦四十三度, 月赤道大股五十三度三十分, 月赤道小股三十七度七十分。赤道小弦五十七度二十分, 赤道半弧弦四十五度七十分, 赤道大勾四十度零一十分。赤道矢二十度零七十分。赤道半背弦差三度五十分。赤道半弧背四十九度二十分内减月道半弧背, 余得差三度五十分。”

这里求月赤道差三度五十分和一度三十分的做法仿照前文求黄赤道差术。其天文学原理为已知同一天体在白道坐标系中的白经(关氏称为极白经), 求其在赤道坐标系中的赤经; 或反之。

前文将近 3 000 字属于插笔,解释求二十四和九十八度术的方法。《关订书》在求得定差度分和定限度后,又曰:“又以定差度分,反减极差,余为距差度分。视在夏至后初限减末限加,加减秋正赤道宿度,在冬至后初限加末限减,加减春正赤道宿度,为月离白赤道正交宿度分,以月离白赤道正交度分去减春秋二正赤道所当宿度分,余为正交极度。以赤道宿次累加(去)之,满象限去之为半交后,再去之为中交后,又去之为半交后。视各交后积度在半象限以下为初限,以上用减象限,余为末限度分,以初末限度分与定限度分相减相乘为定差,正交中交后加,半交后减,以定差加减交后赤道积度,为月离白道定积度,以白道前宿定积度减之,各得月离白道宿次度分。”

这段文字是理解赤经变为极白经的关键,尽管文字很清楚,但仍有必要介绍一些天文学背景。

中国古代的二十八宿标志基本天球坐标系统,在《授时历》中二十八宿赤道宿度相当于现代天文学的赤经差。下表 5.1 给出二十八宿距星距度,也即赤道宿度。此表摘自《元史·历志》,为至元所测<sup>①</sup>。

表 5.1 《授时历》中的二十八宿赤道宿度

东方七宿		北方七宿		西方七宿		南方七宿	
距星	距度	距星	距度	距星	距度	距星	距度
角	12.1	斗	25.2	奎	16.6	井	33.3
亢	9.2	牛	7.2	娄	11.8	鬼	2.2
氏	16.3	女	11.35	胃	15.6	柳	13.3
房	5.6	虚	8.957 5	昂	11.3	星	6.3
心	6.5	危	15.4	毕	17.4	张	17.25
尾	19.1	室	17.1	觜	0.05	翼	18.75
箕	10.4	壁	8.6	参	11.1	轸	17.3

由赤道宿度最终求得月离白道宿次度分,关孝和未给出进一步的解释,而是由他的弟子建部贤弘继承并发展了关氏的研究方法来完成。笔者根据《天文大成管窥辑要》和建部贤弘的工作<sup>②</sup>,通过表 5.2(此表取自建部贤弘的《授时历经

① [明]宋濂等,《元史》,北京:中华书局,1976:1143。

② [日]建部贤弘,《授时历经术解》。

术解》，部分数据和符号笔者作了勘误和修改)的步骤,对以上术文的详细解释如下。

表 5.2 建部贤弘由赤道宿度最终求得月离白道宿次度分

	赤道宿度	正交后赤道积度	各交后赤道积度	初限	末限	定差	白道定积度	白道宿次
翼	18.75	14.53	14.53	14.53		1.26	15.79	20.42
轸	17.30	31.83	31.83	31.83		2.20	34.03	18.24
角	12.10	43.93	43.93	43.93		2.51	46.44	12.41
亢	9.20	53.13	53.13		38.18	2.40	55.53	9.09
氏	16.30	69.43	69.43		21.88	1.73	71.16	15.63
房	5.60	75.03	75.03		16.28	1.38	76.41	5.25
心	6.50	81.53	81.53		9.78	0.89	82.42	6.01
尾	19.10	100.63	9.32	9.32		-0.86	99.77	17.35
箕	10.40	111.03	19.72	19.72		1.60	109.43	9.66
斗	25.20	136.23	44.92	44.92		2.52	133.71	133.712
牛	7.20	143.43	52.12		39.19	2.43	141.00	7.29141
女	11.35	154.78	63.47		27.84	2.04	152.74	178.791
虚	8.95	163.73	72.42		18.89	-1.55	162.18	9.44197
危	15.40	179.13	87.82		3.49	-0.34	178.79	16.61
室	17.10	196.23	13.61	13.61		+1.19	197.42	18.63
壁	8.60	204.83	22.21	22.21		1.75	206.58	9.16
奎	16.60	221.43	38.81	38.81		2.42	223.85	17.27
娄	11.80	233.23	50.61		40.7	2.46	235.69	11.84
胃	15.60	248.83	66.21		25.1	1.91	250.74	15.05
昂	11.30	260.13	77.51		13.8	+1.20	261.33	10.59
毕	17.40	277.53	3.60	3.60		-0.35	277.18	15.85
觜	0.05	277.58	3.65	3.65		0.36	277.22	0.04
参	11.10	288.68	14.75	14.75		1.27	287.41	10.19
井	33.30	321.98	48.05		43.26	2.50	319.48	32.07

(续表)

	赤道宿度	正交后赤道积度	各交后赤道积度	初限	末限	定差	白道定积度	白道宿次
鬼	2. 20	324. 18	50. 25		41. 06	2. 46	321. 72	2. 24
柳	13. 30	337. 48	63. 55		27. 76	2. 04	335. 44	13. 72
星	6. 30	343. 78	69. 85		21. 46	1. 71	342. 07	6. 63
张	17. 25	361. 03	87. 10		4. 21	0. 41	360. 62	18. 55
		365. 24						365. 25

按照《授时历》中的规定,白赤道升交点为正交,自西向东依次分别为半交、中交、半交,“正交后赤道积度”与“各交后赤道积度”依次相差一、二、三象限;而且“各交后赤道积度”在半象限以下为“初限”,半象限以上为“末限”。由赤道坐标转换为白道坐标,首先要计算各交前后赤道积度与白道定极度的差,即“定差”。

定差 =  $\frac{1}{1\,000} \times \text{各交后赤道积度} \times (\text{定限度} - \text{各交后赤道积度})$

(相减相乘法)

例如:尾宿正交后赤道积度 = 尾宿赤道宿全度 + 心宿正交后赤道积度  
= 19. 10 + 81. 53 = 100. 63

中交后赤道积度 = 100. 63 - 91. 31 = 9. 32

所以 初限 = 9. 32

定限度 = 98 + 24 × 11. 69 / 91. 31 = 101. 07

定差度分 = 9. 32 × 14. 66 / 91. 31 = 1. 497

定差 =  $\frac{1}{1\,000} \times 9. 32 \times (101. 07 - 9. 32) = 0. 86$

又依原文:“正交中交后加,半交后减,以定差加减交后赤道积度,为月离白道定积度。”

故 尾宿白道定积度 = 100. 63 - 0. 86 = 99. 77

尾宿白道宿次 = 尾宿白道定积度 - 心宿白道定积度 = 99. 77 - 82. 42 = 17. 35

建部贤弘进一步给出各象限的定差公式如下:

(1)  $f(x) = \frac{1}{1\,000} x(k - x)$

(2)  $f(x) = \frac{1}{1\,000} (91. 31 - x)(x + k - 91. 31)$



$$(3) f(x) = \frac{1}{1000}(91.31 \times 2 - x)(x + k - 91.31 \times 2)$$

$$(4) f(x) = \frac{1}{1000}(91.31 \times 3 - x)(x + k - 91.31 \times 3)$$

至此,《授时发明》的三条图解都得到解答。我们发现,《天文大成管窥辑要》的原文非常简单,如果没有一定的天文学和数学知识,要弄懂它是非常困难的。17 世纪末之前日本除了关孝和以外没有人去研究。关孝和对其中 1、2 两个问题已经完全解决,由于关氏求得白道与黄赤道的极差(又称半弧背)为 14 度 66 分,第三个问题中关于白道交周问题也已经解决,但关于由赤道积度求白道定积度从而得到月离白道宿次度分,关氏未给出详细说明,而由他的学生建部贤弘在其《授时历经术解》中解决了。

总之,中国古代计算黄赤道差、黄赤内外差等有两条思路<sup>①</sup>,一条为根据经验公式,也即相减相乘公式计算,这是中国古代的传统做法,直到元代《庚午元历》都是用这一方法<sup>②</sup>。另一条就是自《授时历》始,王恂、郭守敬创设的球面上的弧矢勾股法。关孝和熟知这两种方法,其三条图解的基本思路与郭守敬的大致相同,但其弟子建部对相减相乘公式情有独钟,因此求得“月离白道宿次度分”。

弧矢勾股术中的会圆术就是把一个球面三角问题变成半弧  $\Leftrightarrow$  半弦之间变换的近似公式。日本的杉本敏夫在这方面进行了比较和验算<sup>③</sup>,他认为在古率 3 的条件下,由会圆术算得的值虽然逊色于球面三角法的结果,但是,3 不是圆周率,而是圆周与直径的一种参数,这一参数作为半弧与半弦相互变换公式,具有充分的价值<sup>④</sup>,他认为如果按钱宝琮的观点,把这两者的比较建立在不同的半径系统( $2r = \text{圆周率}/\pi$ )的基础上,在理论上是站不住脚的。笔者认为,无论杉本敏夫,还是关孝和,他们的工作无疑都会圆术的历史地位得到提高,而和算的建立与发展本身,就是把中算拔高的一个过程,两者相得益彰。

① 钱宝琮,授时历法略论,《天文学报》,1956(2):195—208。

② 蕞内清,《中国的天文历法》,平凡社,1969,严敦杰,中国古代的黄赤道差算法,《科学史集刊》1, 1958, P47~58。

③ [日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》,明治学院论丛,347 号,综合科学研究,第 16 号,1983。

[日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》(续),明治学院论丛,355 号,综合科学研究,第 18 号,1984。

[日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》(补),明治学院论丛,364 号,综合科学研究,第 19 号,1984。

④ [日]杉本敏夫,《关于用于授时历的沈括的逆正弦公式》,汉字文化圈数学史国际会议,群馬大学,1987。

## 第五节 关孝和的《授时历经立成之法》与《授时历经立成》

关氏研究《授时历》的另外两部书是《授时历经立成之法》与《授时历经立成》。前一书介绍方法,包括“太阳立成”、“太阴立成”与“五星立成”,后一书明确给出立成数表。它们是在《关订书》及当时已经传入日本的《元史》的基础上写成的。但关孝和的立成法简洁明了,而其立成表也补充了《元史》的欠缺,这些工作是关孝和创造性工作的反映。另外笔者试图对关氏“累裁招差法”的形成给出粗浅的看法。

### 1. “太阳立成”

“太阳立成”表中有“求积日”、“求盈缩积”、“求盈缩分”、“求每日行度”和“求每限行度”五项,前四项直接在下一章立成表中给出,主要为每项在每一积日的准确数值。下面逐一分析各项的具体解法。

从“太阳立成”一文所含内容来看,关氏受《关订书》的影响似乎更大。如“积日”这个概念,在《元史》中并无论及,其含义也不明确,只有“自此日轨渐南,积九十三日七十一分”的说法<sup>①</sup>。而在《关订书》中有“郭太史立招差法以推之,列实测盈缩积差各六段,亦以六除二至后所入初末限得盈缩每段积日,各以段积日除各段下积差得各段平差”。但尽管如此,按这一方法得到的积日 $=89/6=14.833$ ,是一分数,但关氏在其“太阳立成”中径取“冬至前后二象限盈初缩末之积日者,自初日至八十八日,凡八十九段也”。<sup>②</sup>由立成表可见,他取积日为整数,不独此,在他的累裁招差法中,他计算六段之每一段的盈缩积差、泛平差积、一差、二差时,取每一段的日数为整数,且使得六段平分为均值<sup>③</sup>。这种做法不仅不影响函数与实际情形的拟合程度,而且使关孝和更易于直观地理解郭守敬招差法的实质,无疑对其累裁招差法的发现具有重要意义。

《元史》中关于“太阳盈缩差”的一段话前后无依据,显得突兀、孤立,而且没有给出进一步求算的过程,较杂乱,也无立成表。根据关孝和在其《括要算法》(元卷)中的论述:

置立差三十一以限数乘之,以加平差二万四千六百,又以限数乘之,用减定差五百一十三万三千二百,余又以限数乘之,得元积<sup>④</sup>。

① [明]宋濂等,《元史》,北京:中华书局,1976:1147。

② [日]关孝和,《授时历经立成之法》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:391。

③ 日本学士院编,《明治前日本数学史》,岩波书店,2(2),1979:772。

④ [日]关孝和,《括要算法》(元卷),平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:273。

可以由此得到关孝和的公式为：

$$f = \{A + (B + CT)T\}T \times 10^{-8}$$

其中 A、B、C 分别为定差、平差、立差，是定数，在求冬至前后盈初缩末和求夏至前后缩初盈末时，A、B、C 的值分别是两套数据；而 T 视场合而定，为变量。在步日躔时为“积日”，在步月离时为“限数”，在五星交合时为“策数”。

由此可见，关孝和在“求盈缩积”时只是采纳了《元史》的数据，而对于其中数学原理的理解和形式的表示却显示了他的独特视角和方法。

考虑定、平、立三差的含义及求法，上式中 (B + CT)T 前应为负号，10<sup>-8</sup> 限定了最终求得太阳盈缩单位是度，中国古代 1 度为日，1 日分 100 刻，1 刻分为 100 分，故 10<sup>-4</sup> 单位是分。

“求盈缩分”有“置二日之盈缩积，以一日之盈缩积减之，余为一日之盈缩分，……次第如此。盈初缩末限八十八日者，依前术，求八十九日之盈缩积，内减八十八之盈缩积，余为八十八日之盈缩分……”

“求每日行度”有“盈初缩末限者，置太阳平行分一万，加每日之盈缩分，为每日行度。缩初盈末限者，置太阳平行分一万，减每日之盈缩分，余为每日行度”。

表 5.3 关氏太阳立成表

五 四 三 二 一 初							积日	
							盈缩分	冬至前后二象盈初缩末限
四八五	四九〇	四九五	五〇〇	五〇五	五一〇	五十一	百十分十千秒百	
七九七	〇九九	五九三	一九六	八九一	六九五	空	万千百十分十千秒百	
〇二五	〇二〇	〇一五	〇一〇	〇〇五	空	空	盈缩积	
〇四二	〇三一	〇一七	〇一六	〇一五	〇一四	〇一三	万千百十分十千秒百	每日行度
七五二	七六二	七七三	七八三	七九五	七八五	七九五		
一〇四	一〇四	一〇四	一〇五	一〇五	一〇五	一〇五		
八四五	八四九	八四五	八四〇	八三五	八二九	八一九		
七九七	七九九	七九八	七九六	七九三	七八九	七九五		

表 5.4 关氏太阴立成表

五 四 三 二 一 初							限数	
							迟历日率	损益分
初日	初日	初日	初日	初日	空	空	十千秒百	
〇四〇	八三〇	六二〇	四一〇	二〇八			千百十分十千秒百	迟疾积
〇〇一	〇〇二	〇〇四	〇〇六	〇〇八				
益一〇	益一〇	益一〇	益一〇	益一〇	益一〇	益一〇		
七七二	七八三	七九四	八〇六	八一七	八二八	八三九		
二五三	二五二	二五一	二五〇	二四九	二四八	二四七		
〇五五	〇四四	〇三三	〇二二	〇一一	空	空	度千百十分十千秒百	
五四八	四三九	四三〇	四二一	四一〇	四〇九	四〇八		
七六八	七六〇	七五二	七四三	七三五	七二五	七一五		

任取“授时历经立成”之一栏,按以上方法一一计算可得到各项。

如关氏太阳立成表 5.3 中,积日为三时,其

$$\begin{aligned}\text{盈缩积} &= \{5\,133\,200 - (24\,600 + 3 \times 31) \times 3\} \times 3 \times 10^{-4} \\ &= 1\,517.736\,3(\text{分})\end{aligned}$$

$$\text{盈缩分} = 2\,013.721\,6 - 1\,517.736\,3 = 495.985\,3(\text{分})$$

$$\text{每日行度} = 10\,000 + 495.985\,3 = 10\,495.985\,3(\text{分})$$

立成及立成表的后面还有“夏至前后二象缩初盈末限”各积日之立成表,具体算法与上一致,此处不赘。

## 2. “太阴立成”

“太阴立成”表中有“限数”、“迟疾历日率”、“损益分”和“迟疾积”四项。在“太阴立成之法”中,关孝和依次给出各项的具体求法。

“限数”由初限到中限,凡一百六十七限,凡一百六十八段也。以下立成表即给出共一百六十八段的各项值。

“求迟疾历日率”法,置转终分 275 546,以周限 336 而一,得 820.007 74,此值被认为是《授时历》特创之限法,取 820 分<sup>①</sup>。关氏在此也省略了小数部分,径取 820 分,然后,以限数分别乘之,得到每限之迟疾历日率。

关于“求迟疾积”,关氏写道:“八十四限已下者为初限,八十五限已上者,复减中限一百六十八,余为末限。”他直接取整数部分,也即 84 限共分为七段,每段 12 限即转终日 27 日 56 刻 46 分,分为四象,每象 6.888 65 日,就整为 7 日,为每象 7 段的由来,计四象共 28 段,每段 12 限,亦即每日积 12 限,计 28 段,共 336 限。事实上,由日法如限法而一得到  $10\,000/820 = 12$  限 20 分,但关氏忽略了这里的小数部分。具体作法与《元史》一致,有:“置立差三百二十五,以初末限乘之,加平差二万八千一百,又以初末限乘之,用减定差一千一百一十一万,余再以初末限乘之,满亿为度,不满退除为分秒,即所求迟疾积。”

“求损益分”比较直观,从初限至八十三限,因为限数渐增,故每限之“损益分”为益分,自八十四限以上者,复减中限一百六十八,余为末限,其每一限的限数渐减,故为损分,且由于  $168 - 85 = 83$ ,  $168 - 86 = 82$ ,  $168 - 87 = 81$ , ……故末限 85 与初限 83 限的迟疾积相等,末限 86 限与初限 82 限,末限 87 限与初限 81 限,……的迟疾积相等。

<sup>①</sup> 王应伟,《中国古历通解》,沈阳:辽宁教育出版社,1998:777。

由每限的迟疾积,或减或加每限的损分或益分得下一限的迟疾积,这是显然的。

关氏在太阴立成表后面给出了“求迟疾历限行度”的方法,周限/转终分 = 月平行度 / 每限平行度,故每限平行分行度 = 转终分  $\times$  月平行度/周限,得到每限平行分行度后,以每限之损益分,益加损减之,得迟疾历限行度,关于每一栏的数据,如表 5.4。举例计算各项如下:

限数 = 3 时

$$\begin{aligned}\text{其迟疾积} &= \{11\ 110\ 000 - (28\ 100 + 3 \times 325) \times 3\} \times 3 \times 10^{-4} (\text{分}) \\ &= 3\ 306.832\ 5\end{aligned}$$

$$\text{益分} = 4\ 396.960\ 0 - 3\ 306.832\ 5 = 1\ 090.127\ 5$$

$$\text{又, 每限平行分行度} = 275\ 546 \times 13.368\ 75 / 336 = 10\ 963.409\ 4$$

限数为 1 时,益分为 1 102.342 5,于是疾历限行度为

$$1\ 102.342\ 5 + 10\ 963.409\ 4 = 12\ 065.751\ 9$$

故迟历限行度为

$$10\ 963.409\ 4 - 1\ 102.342\ 5 = 9\ 861.066\ 9$$

### 3. “五星立成之法”

“五星立成之法”中由于各星周期(也即历度:五星行天一周所经过的度)不等,故各星的初、末限规定不同,如木星历度为 365.257 5 度,则历中 = 历度 / 2 = 182.678 75 度,历策 = 历度 / 24 = 15.219 1 度,视盈缩历木星在 91.314 3 度以下者为初限,以上用减历中为末限。由木星的定、平、立三差方法,木星盈缩积度计算如下:

$$\begin{aligned}&\{10\ 897\ 000 - (25\ 912 + 236 \times 15.219\ 1) \times 15.219\ 1\} \\ &\times 15.219\ 1 \times 10^{-8} = 1.59\ \text{度}\end{aligned}$$

五星立成表中,第一栏为策数,策数 = 1 时,初限 = 历策  $\times$  1 = 15.219 1;策数 = 2 时,初限 = 历策  $\times$  2 = 30.438 2;……策数 = 6 时,初限 = 91.314 1;策数 = 7 时,末限 = 181.678 76 - 91.314 1  $\times$  7 = 75.145 1……以此类推,策数 = 11 时,末限 = 181.678 25 - 历策  $\times$  15.219 1。

由表 5.5 可见,“盈缩积度”在策数为 6 的两边成对称分布。故就“损益率”而言,一策至五策为益,五策至十一策为损,为相邻两盈缩积度的差。

火星盈历在 67.876 2 度以下,为初限,以上用减历中,余为末限。故策数 4 之

前为初限,之后为末限,策数4之前为益率,之后为损率。火星缩历在121.7525度以下,为初限,以上用减历中,余为末限,故火星缩历在策数8之前为初限,为益率,策数8之后为末限,为损率。下面给出火星盈积度、缩积度公式:

火星的“盈积度”公式,当策数为1时如下:

$$\{88\,478\,400 - (831\,189 + 1\,135 \times 15.219\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 11.58 \text{ 度}$$

火星的“缩积度”公式,策数为1时如下:

$$\{29\,976\,300 - (30\,235 + 851 \times 15.129\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 4.60 \text{ 度}$$

同理,土星“盈积度”公式为:

$$\{15\,146\,100 - (41\,022 + 283 \times 15.219\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 2.20 \text{ 度}$$

土星的“缩积差”为:

$$\{1\,107\,500 - (15\,126 + 126 \times 15.219\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 1.63 \text{ 度}$$

金星“盈缩积度”为:

$$\{35\,155 - (-260.267\,0 + 141 \times 15.219\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 0.53 \text{ 度}^{\text{①}}$$

水星“盈缩积度”为:

$$\{3\,877\,000 - (2\,165 + 141 \times 15.219\,1) \times 15.219\,1\} \\ \times 15.219\,1 \times 10^{-8} = 0.58 \text{ 度}$$

#### 4. 关孝和的几项发明创造

关孝和所用公式与中国古代求盈缩积、迟疾积等所用的公式等价,但对这些公式的表达形式以及理解却是中国古代所没有的。关孝和以《元史·历志》和《关订书》为主要原始文献,继承了《元史·历志》中招差法的思想精髓。

在《元史·历志》中太阳盈缩积求法有:

① 金星“盈缩积度”求法中的“加平差三”有误,笔者核算后应为-260.2670,已经在这个公式中得到验证。

表 5.5 关氏部分“五星立成”表

策數		損益率		盈縮積度	
初	益千五百十八	初	益四百六十〇	初	六十〇
一	益七百九十七	十一度	益四百五十六	四度	一十六
二	益四百六十〇	十九度	益四百三十五	九度	五十一
三	益百四十七	二十四度	益三百九十四	十三度	四十五
四	損五十四	二十五度	益三百三十六	十七度	八十一
五	損百六十七	二十五度	益二百六十〇	二十度	

策數		損益率		盈縮積度	
初	益百五十九	初	損二十四	初	九十九
一	益百四十二	一度	損六十一	五度	七十五
二	益百二十〇	三度	損九十三	五度	一十四
三	益九十三	四度	損百二十〇	四度	二十一
四	益六十一	五度	損百四十二	三度	〇一
五	益二十四	五度	損百五十九	一度	五十九

策數		損益率		盈縮積度	
初	益千五百十八	初	益四百六十〇	初	六十〇
一	益七百九十七	十一度	益四百五十六	四度	一十六
二	益四百六十〇	十九度	益四百三十五	九度	五十一
三	益百四十七	二十四度	益三百九十四	十三度	四十五
四	損五十四	二十五度	益三百三十六	十七度	八十一
五	損百六十七	二十五度	益二百六十〇	二十度	

策數		損益率		盈縮積度	
初	益百五十九	初	損二十四	初	九十九
一	益百四十二	一度	損六十一	五度	七十五
二	益百二十〇	三度	損九十三	五度	一十四
三	益九十三	四度	損百二十〇	四度	二十一
四	益六十一	五度	損百四十二	三度	〇一
五	益二十四	五度	損百五十九	一度	五十九

视入盈历者，在盈初缩末限已下，为初限，已上，反减半岁，余为末限；……其盈初缩末者，置立差三十一，以初末限 $(x)$ 乘之，加平差二万四千六百，又以初末限 $(x)$ 乘之，用减定差五百一十三万三千二百，余再以初末限 $(x)$ 乘之，满亿为度，不满退除为秒，……即所求盈缩差 $(y)$

根据上文可见《元史·历志》中给出如下公式：

$$y = 5\,133\,200 - 24\,600x^2 - 31x^3 \quad (5.7)$$

在关孝和的《括要算法》(元卷)中有:

置立差三十一以限数乘之，以加平差二万四千六百，又以限数乘之，用减定差五百一十三万三千二百，余又以限数乘之，得元积<sup>①</sup>。

由此可见,关孝和的公式为  $y = [\text{定差} - (\text{平差} + \text{立差 } x)x]x$  的形式:

① [日]关孝和,《括要算法》(元卷),平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:273。

$$\text{即} \quad y = [A - (B + Cx)x]x \times 10^{-8} \quad (5.8)$$

以上(5.7)和(5.8)式,除了公式的表述形式不同外,其数字均符合《元史·历志》中的观测数据和内容。但是,关孝和给出的公式从形式上看,直观得多,更易推广到一般情形。实际上,关孝和对这样的表达形式非常重视。

由于关孝和在《关订书》中对招差术的“平差”、“泛平积差”、“一差”、“二差”、“泛平积”、“泛平差”、“定平积”、“定差”的算法程序以及概念的理解和掌握较为透彻,他利用这些概念和程序,得到了如下公式

$$y = [\text{定差} - (\text{平差} + \text{立差} \cdot x)x]$$

$$\text{上式写成一般形式为 } y = [a_1 - (a_2 + a_3x)x]x. \quad (5.9)$$

由于(5.9)式简便、直观,可以由它进一步推广到一般情形

$$y = (a_1 + (a_2 + \cdots + (a_{n-1} + a_n)x \cdots)x)x \quad (5.10)$$

此式即为关孝和《括要算法》中累裁招差法的一般式。

根据笔者的研究发现,《元史·历志》很少涉及算理,但《天文大成管窥辑要》,也即《关订书》中却有较详细的论述:

郭太史立招差法以推之。列实测盈缩积差各六段,应以六除二至后所入初末限,得盈缩每段积日。各以段积日除各段下积差,得各段平差( $z = F(x)/x$ )。是差虽平于一段,而较之各段犹未平也。即为每段泛平差积。以各段平差前后相减为一差。其得数尚未齐,乃平差逐段减少之差分也。又以一差前后相减为二差,而各段之得数齐矣。即以第一段平差为泛平积( $z = f(t)$ ),用本段二差加减一差为泛平差( $\Delta z_1 - \Delta^2 z_1$ ),以加减泛平差(积)为定积;是即所谓定差( $z_1 + (\Delta z_1 - \Delta^2 z_1)$ )也。以二除二差为立差( $\Delta^2 z_1/2$ ),加减泛平差为定平差,以段日除之为日定平差,即所谓平差( $\frac{1}{t}[(\Delta z_1 - \Delta^2 z_1) - \frac{1}{2}\Delta^2 z_1]$ )也。以段日再除立差为日立差,即所谓立差( $\frac{1}{2}\Delta^2 z_1/t^2$ )也。

以此方法逐次得到招差公式的系数,与关孝和累裁招差法的作法完全一致。关孝和的累裁招差法是一套系统的均差(差商)算法,它包含了逐次降低插值多项式次数的思想方法和机械化程序<sup>①</sup>。《授时历》实际上已为招差法的一般化指

<sup>①</sup> 冯立升,从关孝和的累裁招差法看《授时历》平立定三差法之原,《自然科学史研究》,2001. 20(2): 132—142。



示了方向,关孝和正是继承了《授时历》内插算法的思想精髓,才建立起了累裁招差的一般化与规范化程序。

《元史·历志》中关于“月亮迟疾差公式”有一个明显的缺陷,也即立成表上的迟疾积度与用迟疾差公式计算所得数值在 83 限,84 限不相符合,关孝和意识到了这一缺陷,并且他进一步作了修正,他的原文如下:

然依前述,求迟疾积及损益分,则八十四限八十三限反为损,八十四限八十五限反为益。于是有术,曰依前术求八十二限之迟疾积,内减八十一限之迟疾积,余为八十一限之益分,置之以三约之,得数累减八十一限之益分,得八十二限八十三限之益分,各以益分,累加八十二限之迟疾积,得八十三限八十四限之迟疾积,仍以八十三限之益分,为八十四限之损分,以八十二限之益分,为八十五限之损分,亦以八十四限之损分,减八十四限之迟疾积,余为八十五限之迟疾积也。<sup>①</sup>

关于迟疾差函数的构造形式,关键在于定义限平差 = 迟疾差/限数,《元史·历志》给出的迟疾差函数为  $f(x) = x(11.11 - 0.0281x - 0.000325x^2)$ , 这里  $x$  为初末限,相当于先构造出限平差函数  $g(x) = 11.11 - 0.0281x - 0.000325x^2$ , 然后由  $f(x) = x \cdot g(x)$  就可以构造出迟疾差函数的表达式。按《授时历》的历理,在 0~84 限上限平差函数  $g(x)$  是一个单调函数,而迟疾差函数也应该是一个单调函数,但是,由于  $f(x) = x \cdot g(x)$ , 所以不能保证  $f(x)$  的单调性。从算理上来讲,对一不满足单调性的函数构造,进行一定的修正被允许的。如关孝和所谓“置之以三约之,……”,这是关孝和对于这一函数进行单调性修正的重要方法,这里的关键在于,把单调函数在两结点的差值(益分)等分成三份之后,再用其等分值对原函数某些结点的值进行加或减的修正,以至于最终得到一个在满意的点上(如八十四限)取得极大值的函数,从而使函数具有单调性。

《授时历》的作者王恂、郭守敬也发现了这个问题,他们是通过虚构立成表中 83 限的损益分,其值取为 82 限损益分的一半,另外再虚构 84 限的损益分,其值取与 83 限相同的方法,从而得到立成表中 83 限、84 限的迟疾积度的<sup>②</sup>。

① [日]关孝和,《授时历经立成之法》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:391。

② 景冰,《授时历》的研究,《自然科学史研究》,1995. 14(4),北京:科学出版社:351—352。

## 第六节 关孝和的《天文数学杂著》

《天文数学杂著》<sup>①</sup>是关孝和七种天文历算著作中成书最晚的一部,是关氏在晚年写成的。这本书的内容十分丰富,包括了关氏不同时期的感想、记录和计算结果,虽然内容有些零乱,但其中不乏关氏的创造性工作。该书的主要内容有:关于日本年代学的“经世年考”;关于中国古代天象记录的“春秋日食三十六事”;“授时历求五星定合定积定星校正图解”;天和元年(1681年)一丈长表的实测日影表和“二十四气昼夜刻数”表,关氏给出一幅图,并附有约五十字左右的“解图云”,用弧矢勾股法来计算冬夏至昼长、夜长刻数;关于交食计算的理论与方法,主要特点是他以大量的图解与图证的形式,对《授时历》的交食计算内容进行详细的研究。下面分别论述。

### 1. 日食记录

“春秋日食三十六事”是记录在《春秋》中的日食观测,在《元史·历志》中有相关记录<sup>②</sup>。关孝和增加了一条“僖公五年丙寅岁九月戊申朔日有食之”。他认为《授时历议》中没有这一条(经笔者查验《元史》,确实没有)。依据关孝和对《授时历》的交食算法推算,应该在“是月(九月)戊申朔加时在昼交分二十六日八千九百八十五分入食限”。关氏还用它来校验古代交食记录。另外,关氏还就“三十六事”给出一些校误,如“襄公十四年庚申岁夏五月庚申朔,日有食之”一条,《春秋》中无记载,而在《左氏传》有,等等。关孝和所作的工作,说明他对《授时历》交食算法已完全掌握,且亲自观测,用它来校验古代交食记录。

### 2. “磁针之测验”

“磁针之测验”中摘引了《本草纲目》中关于磁石形态、颜色的内容,说明磁石具有“吸铁”的功能,并且“以铁铨用磁石相磨,则可指南也。且常偏东,不全南也”。关孝和记录的“磁针”放置方式有三种。第一种,取“新釵中独缕,以半芥子计蜡缀于铁腰,无风处垂之”。这种放置法主要因为“缕”这种材料的重量几乎可忽略,以之悬挂磁铁,误差比较少。第二种,以针横贯灯心(亦或芯,原指灯心

① [日]关孝和,《天文数学杂著》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974。以下所引《天文数学杂著》原文出处皆同此。

② [明]宋濂等,《元史》,北京:中华书局,1976:1158。

草)使其浮于水上。以上两种指南针放置方法在我国宋代沈括的《梦溪笔谈》中都有记载<sup>①</sup>。

关氏关于磁针的另一用法,颇为新颖。在“水准绳墨”的地平面,立表其上,表影极短时,即为日中,于是得到“子午”方向;然后放置磁针测量,磁针正好指向丙午相交处(图 5.14)。关氏进一步指出:“以算术推考针一尺而偏东一寸三分零五毛二丝六忽强也。”这句话符合  $\sin 7^{\circ}30' = 0.130\ 526$ ,也即得到磁偏角为  $7^{\circ}30'$ 。由此推测,关孝和精确到小数点后六位的数值是由算术方法得到的。然而,有关的算术方法关孝和却没有具体解释。广濑秀雄认为关孝和很早就开始了对三角函数的研究<sup>②</sup>,笔者推断这项研究与关孝和《授时发明》中的所谓“弧矢接勾股”术有密切关系。如图 5.15,半径 = 1 时会圆术可写为  $\theta = d + c^2/2$ 。其中,  $d = \sin \theta$ ,  $c = 1 - \cos \theta$ 。反之,已知  $d$ ,求  $\theta$  则为反正弦函数。

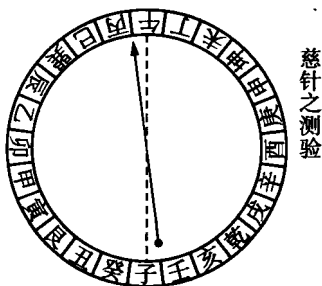


图 5.14 磁针之测验

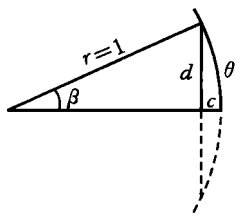


图 5.15 会圆术公式图示

关孝和的上述工作可能对其弟子建部贤弘有所启发。建部在享保七年(1722年)给出日本最早的三角函数表,后来和算把求  $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\sin^{-1} x$  的展开式作为重要内容。如果广濑秀雄的观点是正确的,那么,通过关孝和及其学生的工作可以看出,和算中的三角函数是由中国古代数学发展而来,开辟了一条不同于西方的三角函数的道路。

### 3. 定合定积定星图解

《授时历》中求五星定合定积定星的方法与金代《重修大明历》相似<sup>③</sup>,在木、火、土三星,分为盈历和缩历分别考虑,差日 = 太阳盈缩差/平合行差,差度 =

① 胡道静,《〈梦溪笔谈〉导读》,成都:巴蜀书社,1988:323—324。

② [日]广濑秀雄,《关孝和の天文关系の著述》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:208。

③ 王应伟,《中国古历通解》,沈阳:辽宁教育出版社,1998:777。

差日一太阳盈缩差,故盈缩历定积 = 泛积 ± 差日,盈缩历定星 = 泛积 ± 差日。在金水二星分别盈历顺合,缩历顺合,盈历退合和缩历退合四种情形。差日 = 太阳盈缩差 / 平合退合行差,差度 = 太阳盈缩差 ± 差日(顺加退减)。其顺在盈历,则由定合泛积 + 差日差度 = 定积定星;顺在缩历,则由定合泛积 - 差日差度 = 定积定星;退在盈历,则由定合泛积 - 差日 + 差度 = 定积定星;退在缩历,则由定合泛积 + 差日 - 差度 = 定积定星。

关孝和完全掌握了这一作法。他给出了较为简便的所谓“改正术”,实际是对上文的一个总结。他说:“上下略与授时历经可互见。”可见,关氏“改正术略”与《授时历经》记载大致相同。关孝和针对以上共六种情况,给出六幅图解,如图 5.16。

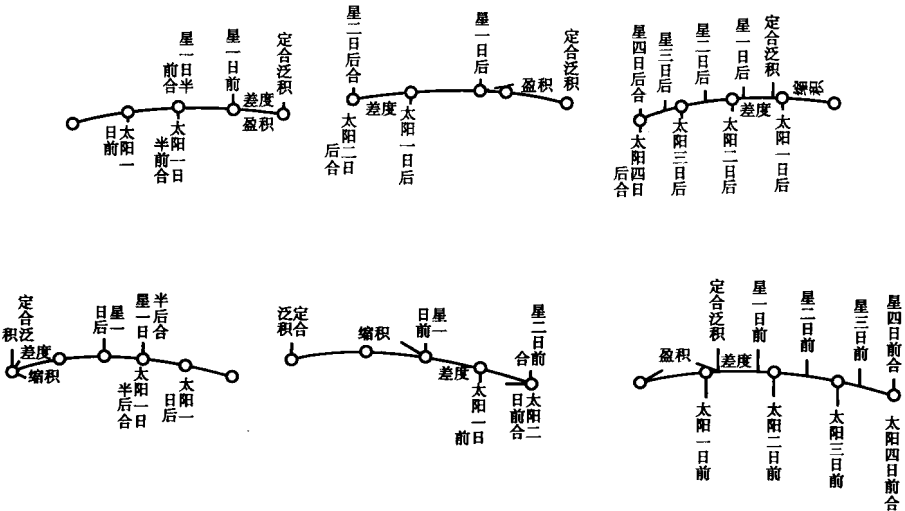


图 5.16 定合定积定星图解

由于木、火、土为地外行星,在地面观测,其运动速度比太阳慢。对盈历来讲,是指置其星其段定积日及分秒,如在半岁周以下,则为入盈历,如满半岁周,去之,为入缩历。如果太阳盈(缩)积为 1 度 20 分,太阳平均行速为 1 度,星平均行速为 70 分,则平合行差为 30 分,各以平合行差除其段初日太阳盈缩积(此处应为差),为距合差日  $k$ ;不满,退除为分秒,以太阳盈缩积减之,为距合差度,即  $k - \text{太阳盈缩积} = \text{距合差度}$ 。

关氏图解较为直观。木、火、土为地外行星,从太阳一日前至星一日前为差度,半岁周以下,定合泛积前为盈积。金、水二星为地内行星,在地面观测其运动速度远远快于太阳,它们的情况是太阳一日前(后)至星一日前(后)为差度,半岁

周以下,定合泛积后为盈积。

#### 4. “日景实测”

在“日景实测”中关氏给出冬至、春秋分时的日影长,并给出他所在观测地武昌的北极高度(即地理纬度)。图 5.17 为关氏的球面投影图,其上各弦、勾、股、矢的值,均已给出,但它们分别是如何得到的呢?关氏只给出一段“解图云”:  
“冬勾夏股相减,为小勾。冬股夏勾相减,为小股。置内外半弦,以小勾乘,小股除,为地上增减分,用减容半径,得冬至地上,加容半径,得夏至地上。”这部分内容在关氏的另一部著作《授时历经立成》的“半昼夜分”中有所反映,在那里,关氏给出半昼夜分立成表,即已知“黄道积度”(黄经),求太阳在不同黄经时,冬至、夏至的(半)昼夜分。

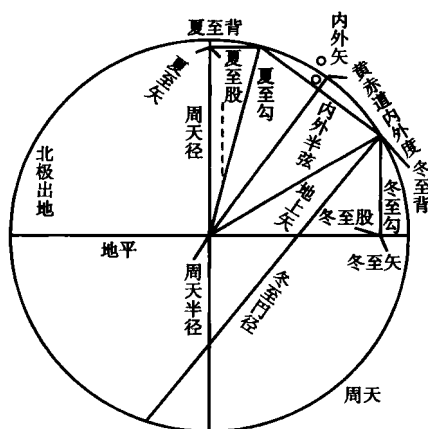


图 5.17 关孝和的“日景实测”图

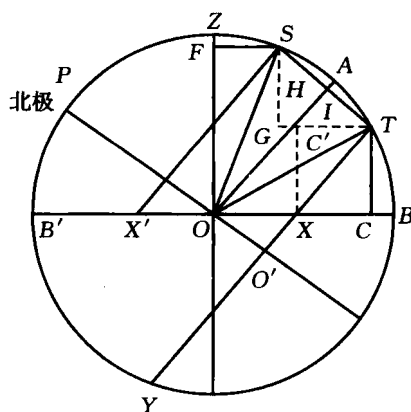


图 5.18 图 5.17 的释图

现代天文原理如下:如图 5.18,太阳在  $TY$  与  $SX'$  之间作回归运动,其在黄道  $YS$  上的周年运动沿逆时针方向,黄经渐增;当日太阳又沿平行于天赤道  $AO$  方向作一周日运动,黄经增加一度,反应为增加一度后的昼(夜)长短。黄经在四个象限中的变化,导致的昼夜长短变化具有规律性,即从春分(昼夜平分)始到夏至这一象限中,昼长渐增,相应地,夜长渐减;从夏至到秋分这一象限中,昼长又按相同数值渐减;从秋分到冬至,昼长继续递减,直至冬至最短;从冬至到春分,昼长渐增,直至昼夜平分。在此关氏仅给出一象限(即从春分到夏至)的昼夜变化,余此类推。

半昼夜分表只是求不同黄经时昼夜长短的数值表,此表如何计算得到的,关

氏未给出解释。关孝和利用独特方法进行了测量和计算而得到半昼夜分表的<sup>①</sup>,但没有进一步有针对性地解释这一“独特方法”。笔者在《天文数学杂著》中找到一些依据,可以很好地解释这种“独特方法”。

根据关氏的“解图云”,笔者作辅助线(图 5. 18),图中  $CO =$  冬至股,  $TC =$  冬至勾,  $FO =$  夏至股,  $SF =$  夏至勾, 则  $SG = FO - TC$  (小勾),  $GT = CO - SF$  (小股)。由于  $\triangle ITH \sim \triangle GTS$ , 对应边成比例, 得:  $SG/IH = GT/IT$ 。  $IT$  为黄赤道内外半弦, 则  $IH = SG \times IT/GT =$  小勾  $\times$  内外半弦 / 小股。显然,  $IH = O'X$  为地上增减分。如图 5. 18,  $OA$  为半径,  $OI$  则为容半径, 故:  $OI - O'X = XT$  为冬至地上矢;  $OI + O'X = SX'$  为夏至地上矢。

关氏原文得到解释。实际上,在这段文字中,关孝和并没有对由冬(夏)至地上矢进一步求昼夜弧长的过程进行解释。笔者不妨作一推测。关孝和在其“半昼夜分”立成表中给出的昼长和夜长是一弧线,由关孝和的“日景实测”表知,在最后求得冬至昼长之前,他列出了“冬至地上背”,可见关氏一定用了一个由冬至圆径、冬至地上矢到冬至地上背的变换公式。从关氏弧背术的含义和完成时间来看,此变换公式是弧背术。关于求弧背术的思路与方法,在关孝和的《括要算法》中有较详细的介绍<sup>②</sup>。这是一种可能性。由于关孝和的《天文数学杂著》的内容是他在不同时代的思想结晶,也有另一种可能,就是先有“日景实测”的思想,后有弧背术。如果这样,就是关孝和的日景实测工作,刺激了弧背术的产生和发展。

如图 5. 15, 由于  $d = \sin \theta$ ,  $c = 1 - \cos \theta$ , 代入沈括会圆公式得:

$$\theta = \sin \theta + (1 - \cos \theta)^2 / 2 = \sin \theta + c^2 / 2。$$

由勾股之法  $\sin^2 \theta = c(2 - c)$ , 代入上式得:

$$\theta^2 - \theta - 2c + c^2 + \frac{c^4}{4} = 0。$$

解方程得到  $\theta$ 。因此巧妙地得到“求弧背术”的方法。这是一条思路。

另外,还可以利用圆周率由冬至圆径求得冬至地上背,这必然涉及求圆周率的问题。笔者认为可能由此导致和算中的“求圆周率术”。这是另一条思路。

“日景实测”中关氏还给出各地北极出地,由这个数值,对各地的冬至、春秋分日影观测以后,可得到各地的昼夜长短。由前面对《天文数学杂著》中昼夜

① [日]日本学士院,《明治前日本天文学史》,东京:丸善株式会社,1970:79—80。

② [日]关孝和,《括要算法·贞卷》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974:343。

长短刻数计算的分析,笔者认为所谓关氏的“独特算法”,应分以下几个步骤:

(1) 由实测表影资料求得冬至勾、冬至股和冬至矢。如图 5.19,表高  $h(GH)$ ,冬至日正午晷长  $(HI)$ ,图 5.19 中  $\triangle GHI$  与图 5.20 中  $\triangle TDE$  相似,  $EO$  为地球半径。

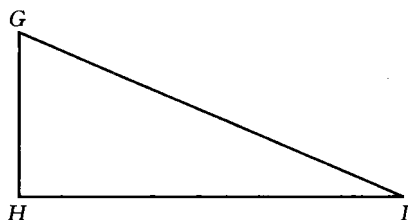


图 5.19 表高示意图

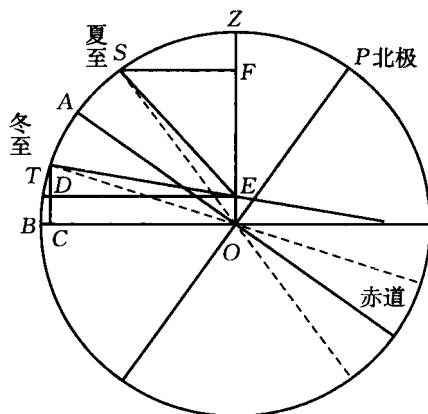


图 5.20 日景实测天球图

由于大圆半径已知,故可由实测的表影数据,求得  $\triangle TDE$  中的  $TD$  和  $DE$ ,由  $DE$  即可知冬至矢  $BC = R - DE$ ,由  $TD$  即可知冬至勾  $TC = TD + EO$ 。

(2) 同理,由春秋分实测数据,可得春秋分时的春秋勾、股、矢,进一步求得图 5.18 中的“容半径” $OI$ 。

(3) 由关孝和在《天文数学杂著》中给出的方法,即图 5.18 的计算方法,即可得到冬至地上矢和夏至地上矢。

(4) 冬至圆径与夏至圆径相等,都等于  $2 \times OI$ 。由冬至圆径、冬至地上矢利用弧背术求得冬至地上背。利用古代昼夜为一百刻,把它变成时间单位,得冬至昼夜刻数。同理可得夏至地上背,进一步得夏至昼夜刻数。

上文前三步为关氏“解图云”所述,第四步为笔者所推测。

日本学者杉本敏夫认为,夏至背与冬至背的值是关氏由《括要算法》中求弧背术的方法得到的<sup>①</sup>。他虽然得到关氏“日景实测”的工作与其弧背术有关联的结论,但是却没有深入到具体的天算工作中,因为只要是从事具体工作的都清楚,太过强调求“冬至背”的过程,只能是离求冬(夏)至昼长夜刻数越来越远。关孝和的弟子建部贤弘曾研究昼夜刻(数)的求法,但是其主要目的不是探究关氏

① [日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》(补),明治学院论丛,综合科学研究,1984。

“日景实测”中的“独特算法”。

总之,笔者认为关孝和这一工作的基础是实际观测。依上述(1)、(2)、(3)步,关氏的“解图云”得到解释,并进一步依(4)得到冬(夏)至地上背,从而得到冬(夏)至昼夜长刻度。关氏称这部分内容为“日景实测”,说明关氏这一工作吸取了《授时历》的精髓,是以实测为基础的。

### 5. 交食计算的准备工作

《天文数学杂著》中较大篇幅用于交食计算,但编排较为混乱。从关氏论述的内容来看,他的意图主要有二:其一,解读《授时历经》,以便于编历;其二,从当时的具体情况看,关孝和对《授时历》中的交食内容进行研究,是他的历算工作的重要组成部分。

计算并预报交食的初亏、食甚、复圆(古称三限辰刻)的见食时刻和食分深浅,是古代天文历法的重要内容之一。从现代天文学角度考虑,交食必定发生在朔或望,而要确定定朔望时刻日、月与黄白交点的相对位置,必须先确定黄白交点的位置。古代为推算交食方便起见,把黄白升交点称为“正交点”,另一降交点就为“中交点”;又创造性地定义“正交度”和“中交度”,以及“正交限度”与“中交限度”;这些都是经过一定误差改正而得。在此基础上,即可求出定朔望时刻日、月与上述黄白交点的距离——交定度,将交定度与正交限度、中交限度比较即可得到交前后度,进一步由交前后度计算出日月食的食分。

求定交日和交定度就是一项重要工作。《元史》中交定度求法没有迟疾差改正,关孝和在其文中记述了关于“交定度”求法的“改正术”,关氏的“改正术”主要给交定度作迟疾差改正。《元史·步交会·历志》中有关于“求定交日”和“求交常交定度”曰:

求定朔望加时入交:置经朔望入交泛日及分秒,以定朔望加减差加减之,即定朔望加时入交日及分秒。

求交常交定度:置经朔望入交泛日及分秒,以月平行度乘之,为交常度;以盈缩差盈加缩减之,为交定度。<sup>①</sup>

笔者发现关氏在《天文数学杂著》中也有类似论述:“月食交常交定度。假如,入交泛,太阳盈差一度、交常度三百六十一度、交定度三百六十二度,置交常度,以盈缩差盈加缩减之,为交定度。”另外,在“求五星定合定积定星”中,虽然有一部分内容关氏称为“改正术略”,但实际上与《授时历经》思想一致,只是一个总结。可见,关氏的所谓“改正术”并不是真正意义上的改正,其内容与《授时历》是

① [明]宋濂等,《元史》,北京:中华书局,1976:1238、1218。



互通的。关于求“定交日”(又称“定朔弦望日及分”或“定朔望加时入交”),《元史》和《天文大成管窥辑要》中都有大概一致的说法:

以经朔弦望盈缩差与迟疾差,同名相从,异名相消,盈迟缩疾为同名,盈疾缩迟为异名,以八百二十乘之,以所入迟疾限下行度除之,即为加減差。盈迟为加,缩疾为减。以加減经朔弦望日及分,即定朔弦望日及分。<sup>①</sup>

可见这里的加減差,既包括了盈缩差,也包括了迟疾差。

由此,笔者推断有两种可能。一是《元史·步交会·历志》中的这条是针对“交前度”时,唯一所经过的太阳盈缩差改正,关氏的类似论述也有此意,故不存在遗漏问题。这个可能性非常大。二是确实有漏,必须经过“改正术”。这里包括“改正术”的“依前求到迟疾差”,即关氏在他这篇文章前面有“缩疾差同名相从,得七度,以八百二十乘之,得五千七百四十万以入定限行度一万除之,得五千七百四十(分)为加減差,(即 57 刻 40 分)。以加減差、迟加、疾减之,即为定交日及分”,和“改正术”：“置经朔,加朔后平交日,以迟疾历,依前求到迟疾差,以八百二十乘之,以所入迟疾限行疾除之,迟加、疾减之,为定交日及分。”

知道定交日即可得到交定度。总之,《元史》中已论及盈缩和迟疾二种误差改正,并且《元史》中所述内容包括了关孝和的“改正术”的内容。个别文献中内容的缺漏,可能是根据天体运动的具体情况而定,并非都是错误所致。

确定交食时刻与食分深浅,首先要确定黄、白、赤三条轨道的相对位置。这部分内容涉及关孝和《授时发明》中的“论白道与黄赤道差”。关孝和在《天文数学杂著》中用三幅图来说明黄、白、赤道的位置关系。可以说,确定黄、白、赤三条轨道的相对位置是交食算法的基础工作。根据现代天文学原理,关氏《授时发明》中对白道交周问题的澄清以及《天文数学杂著》中“求白道出入黄道内外度术”都与交食算法有着密切的联系。

关氏在《天文数学杂著》有如下论述:

推月离赤道正交宿度并定差躔差:假令距黄白正交定积二十度,冬至后初限二十度,得距差十一度四十分,黄道内外出入一度三十分。黄赤道正交与白赤道正已交迄十一度半强,行不足,故冬至后初限者,以距差春正之赤道宿度加也。

求距差术:置象限,与所求之冬至后初限减,余以十四度六十六分乘之,如象限而一,得距差,是相应也。历经在之者,术理纷然也。

求白道出入黄道内外度术:置所求初限,以六度乘之,如象限而一得之,是理如前。

① [明]宋濂等,《元史》,北京:中华书局,1976:1238、1218。

关于初末限的规定,王应伟解释为:“由实测太阳行至冬至出赤道外二十四度稍弱,速度最大,自此逐渐减小,至春正而平,称为盈初限;乃至秋正太阳经过黄赤交点,由赤道内至赤道外,速度由平而逐渐增加,至冬至而极,称为缩末限。这两限都需时 88 日 91 刻而行 91 度 31 分。自春正至夏至,太阳由赤道外而入赤道内二十四度稍弱,积 93 日 71 刻,而行 91 度 31 分,及太阳自夏至行至秋正,亦积 93 日 71 刻,而行 91 度 31 分,前者称为盈末限,后者称为缩初限。”

根据引文第一、二段可得到:

$$\text{距差} = 14.66 \times (91.31 - \text{初末限}) / 91.31.$$

现传本《授时历》有相应的算法术文:“置初末限度,以十四度六十六分乘之,如象限而一,为定差。反减十四度六十六分余为距差。”即给出算式

$$\text{距差} = 14.66 - \text{初末限} \times 14.66 / 91.31$$

这两个“距差”公式实质是相同的,但其作法稍有差异。这不过是关氏深谙白赤与黄赤道关系以后作的一个小小的变换而已,所以他说:“历经在之者,术理纷然也。”这里“历经”应是指《授时历》。

引文第三段讨论“求白道出入黄道内外度术”,即月亮极黄纬算法。《授时历》中给出“求月离出入赤道内外道白道去极度”和“求每日黄道出入赤道内外去极度”(主要用来计算昼夜长),但惟独没有讨论“求白道出入黄道内外度术”。陈美东先生对这个问题有过深入研究,并认为《授时历》中的第三“术”是在第一、二“术”的基础上求得<sup>①</sup>。但是关孝和给出了“求白道出入黄道内外度术”的简便算法。

上面引文第三段给出如下公式:

极黄纬 = 初末限  $\times$  黄白大距(6度) / 象限。试把图 5.10 的 KACB 部分截取,如图 5.21 中, P 为黄极, AC 为白道, AB 为黄道, E 点为所求日月亮在白道上的位置。AE 即为初限值, BC 为黄白大距(交角),为  $6^\circ$ , EL 为所求日月亮出黄道内外度,设为  $\delta$ , 故由相似三角形可得:

$$\delta / 6^\circ = AE / AC (AL / AB) = \text{初限} / \text{象限}.$$

$$\delta = \text{初限} \times 6^\circ / \text{象限}.$$

如果要计算求极黄纬,用周天象限加或减  $\delta$  值即可。此应为关孝和求白道出入黄道内外度术的算理。这一算法应来源于《授时历》中的“论白道与黄赤道

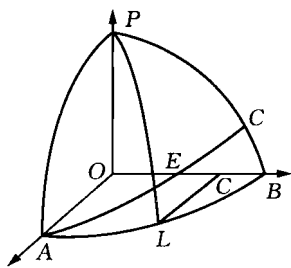


图 5.21 求极黄纬图

<sup>①</sup> 陈美东,中国古代月亮极黄纬算法,《自然科学史研究》,1988, 7(1):16—23。

差”，只不过是关氏深谙此术后作的又一个变换而已，故关氏说“是理如前”。王荣彬认为“传本历经无此术，或许是脱漏所致？”也许有失偏颇。

## 6. 日、月食视差图释及交食计算

中国古代考虑日、月食所受的视差影响时，对日食食限分阴阳两种，而月食食限

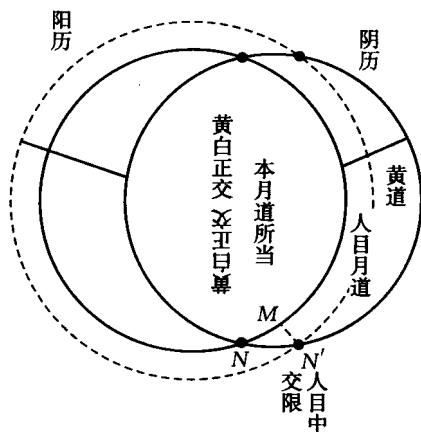


图 5.22 关孝和日食视差图

只有一种。古代定义阴阳历，依据是凡日在赤道北(内)为阴，赤道南(外)为阳；月在黄道北(内)为阴，在黄道南(外)为阳。由于月在黄道南北对日食具有天文意义上的视差影响，在实际观测中必须考虑误差改正<sup>①</sup>。关孝和意识到了这些“视差”，并用图形解释。如图 5.22，以月亮正交过黄道为例，交终度是月亮沿白道走行一交点所对应的距离，但由于月亮视差的影响，月只要走行至 M 点，人就可以看到月亮在视白道上走行至 N' 点，即过黄白正交点的视交点了(笔者在关氏的图中对应标出 M、N' 和 N 点)。

图 5.23a、5.23b、5.23c 依次为关氏给出的月在阴历、阳历的日食视差图。关孝和还构造了“日食所起”与“月食所起”图，依次直观说明《元史》中的“求日食所起”与“求月食所起”。

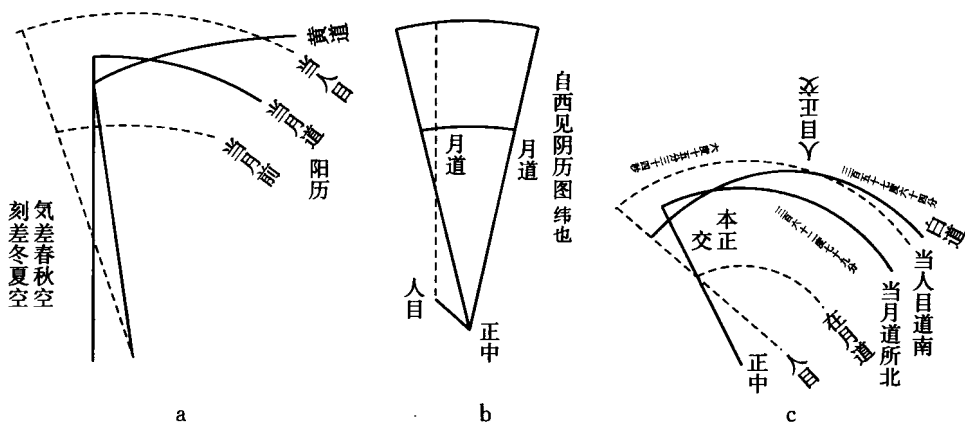


图 5.23 关孝和日食视差图

<sup>①</sup> 景冰，《授时历》的研究，《自然科学史研究》，1995，14(4):351—352。

对于日、月食定用分算法,关孝和给出了精彩图证<sup>①</sup>。《授时历》的日食定用及三限辰刻算法是“置日食分秒,与二十分相减相乘,平方开之,所得以五千七百四十乘之,如入定限行度而一为定用分。以减食甚定分为初亏,加食甚定分为复圆。”

设日食分秒(即食分)为 $\alpha$ ,则得到

$$\text{定用分} = 5740 \times \sqrt{(20 - \alpha)\alpha} / \text{定限行度} \quad (5.11)$$

$$\text{初亏时刻} = \text{食甚定分} - \text{定用分}$$

$$\text{复圆时刻} = \text{食甚定分} + \text{定用分}$$

关孝和关于数 5740 的来由有详细论述:“假令,缩差二度、疾差五度、日限行度八百分,月限行度一万零八百分。相减一万分为入定限行度。缩疾差同名相从,得七度,则七万,以八百二十乘之,得五千七百四十万,以入定限行度一万,除之,得五千七百四十为加減差。……”

关氏《天文数学杂著》中有:“日月之径(笔者按:这里“径”因为应为“定用分”)七十分也。置五千七百四十,以十分,乘之,以八百二十而一,得七十分也。”

也即,定用分 =  $5740 \times 10 / 820 = 70$  分,关氏图示(如图 5.24)是日食食分为 10 的情况。关氏又给出另图 5.25,并解释“半弦”<sup>②</sup>求法如下:“假令,食四分之时,食甚与初亏之分(笔者按:这句应是解释上句),二十分为大径。食四分为矢,求半弦,得八分。”

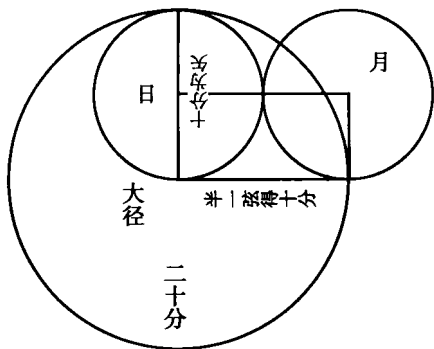


图 5.24 求日食定用分图

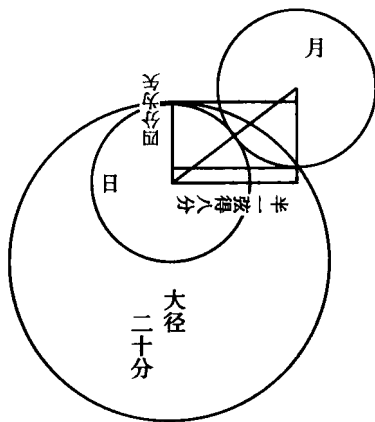


图 5.25 求日食定用分图

① 王荣彬,关于关孝和对《授时历》交食算法的几点研究,《自然科学史研究》,2001,20(2)。

② 这个称呼及其解法应是借鉴了“会圆术”。

设食四分为 $\alpha$ ,从上文不难看出关氏使用了以下公式:

$$\text{半弦} = \sqrt{10^2 - (10 - \alpha)^2} = \sqrt{(20 - \alpha)\alpha}$$

由此得证(5.11)式。

《授时历》的月食定用及三限辰刻算法有:“置月食分秒,与三十分相减相乘,平方开之;所得,以五千七百四十乘之,如入定限行度而一,为定用分;以减食甚定分,为初亏,加食甚定分,为复圆。”

设 $\alpha$ 为月食分,则三限辰刻算得的定用分为

$$\text{定用分} = 5740 \times \sqrt{(30 - \alpha)\alpha} / \text{定限行度} \quad (5.12)$$

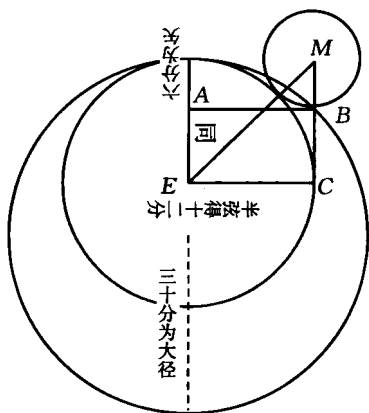


图 5.26 求月食定用分图

关氏给出图 5.26 以示说明:

“假令,食六分之时,食甚与初亏之分一十二分,三十分为大径,食六分为矢,求得半弦十二分。”给各点标识后不难得到, $M$ 为月心, $E$ 为地影中心,月面直径为 10 分,地影直径为 20,由于 $\alpha$ 为食分,故连接 $AB$ 后, $B$ 必为月面最低点,故在直角 $\triangle MCE$ 中,可以看出,关氏利用了以下公式

$$\begin{aligned} EC &= \sqrt{ME^2 - MC^2} = \sqrt{15^2 - (15 - \alpha)^2} \\ &= \sqrt{(30 - \alpha)\alpha} \end{aligned}$$

故(5.12)式得证。

《元史·历志四》月食定用分及五限辰刻算法有:“月食既者,以既内大分<sup>①</sup>与一十分相减相乘,平方开之,所得以五千七百四十乘之,如入定限行度而一,为既内分。用减定用分为既外分。以定用分减食甚定分为初亏,加既外为食限,又加既内为食甚,再加既内为生光,复加既外为复圆。”关氏也意识到《元史》有误,故有“既内[ ]分”<sup>②</sup>。

据此,设 $\beta$ 为既内大分,则有

$$\text{既内分} = 5740 \times \sqrt{(10 - \beta)\beta} / \text{定限行度} \quad (5.13)$$

① 这里的“既内大分”的“大”为严敦杰所加,区别于“既内分”。

② 关孝和,《关订书》,平山谛等,《关孝和全集》,大阪教育图书株式会社,1974,495。

既外分=定用分-既内分

关氏此处的图不甚明白,据术文给出图 5.27,  $E$  为地影中心,  $M$  为月心,地影半径为 10,月面半径为 5,  $\beta$  为月面侵入地影的深度,作一辅助圆与地影内切于  $A$  点,半径为 5,在  $M'$  点(关氏原作的辅助图这两点都不符合,很难联系。).故矢  $\beta$  的半弦即为  $BM' = GM$ ,

在四边形  $OM'ME$  中,因为  $MM' = OE = \text{半径}$

又  $M'$  为圆  $M$  的最高点,故  $M'M \parallel OE$ ,  
故  $OM'ME$  为平行四边形,

所以  $OM' = EM$

所以在  $\text{Rt}\triangle OBM'$  中

$$BM' = \sqrt{OM'^2 - OB^2} = \sqrt{5 - (5 - \beta)^2} = \sqrt{(10 - \beta)\beta}$$

(5.13)式即得证。

计算食限,首先应该给出交食发生所应满足的条件,这就是食限问题。《元史·历志》有:“日食阳历限六度,定法六十;阴历限八度,定法八十,月食限十三度五分,定法八十七。”但学者已注意到日食食限并不是用来判断是否发生,而只在计算食分时才被使用。

关孝和进一步给出了定法六十、八十、八十七的数原。在《授时历》中关于食分算法有:

求日食分秒:视去交前后度,各减阴阳历食限(原注,不及减者不食),余如定法而一,各为日食之分秒。

求月食分秒,视去交前后度,(原注:不用南北、东西差者),用减食限(不及减者不食),余如定法而一,为月食分秒。

依上文可得到两算式:

$$\text{日食分秒} = (6(\text{或 } 8) - \text{交前后度}) / 0.6(\text{或 } 0.8) \quad (5.14)$$

$$\text{月食分秒} = (13.05 - \text{交前后度}) / 0.87 \quad (5.15)$$

关孝和对“月食分秒”的算法有图解 5.28、5.29。其“解术”云:“置交前后度,以一度零五分乘之,如十三度零五分而一,得数以内减暗虚半径七十分,余加减月半径三十五分,为食分。以十分乘之,以月径七十分除之,得月食分秒。”

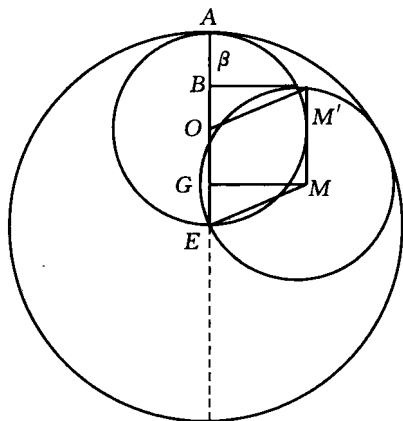


图 5.27 求月食用分图

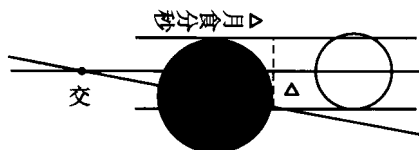


图 5.28 关孝和的月食食分  
与定法数原图

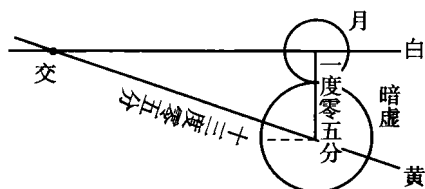


图 5.29 关孝和的月食食分  
与定法数原图

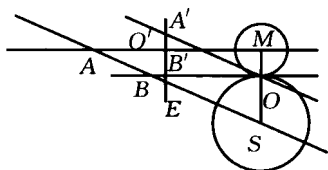


图 5.30 月食食分推导图

如图 5.30,  $AE =$  交前后度,  $AS = 13.05$  (食限),  $OM = 0.35$  (月面半径),  $OS = O'E = 0.7$  (暗虚半径), 因为  $OB \parallel AM$ , 故月在  $B$  点时, 为月全食, 此时由于,

$$AB/AS = OM/MS$$

$$\text{食限 } AB = \frac{0.35}{1.05} \times 13.05 = 4.35$$

当日运行到  $E$  (交前后) 时, 月运行到  $A'$  点, 其月食食分为  $B'A'$

$$\text{故 } B'A' = A'E - B'E = A'E - (O'E - OM) \quad (5.16)$$

$$\text{因为 } \triangle AMS \sim \triangle AA'E$$

$$\text{故 } O'E = MS \times AE/AS \quad (5.17)$$

将(5.17)式代入(5.16)式得

$$\begin{aligned} B'A' &= A'E - (MS \times AE/AS - OM) \\ &= 0.7 - 1.05 \times \text{交前后度} / 13.05 + 0.35 \end{aligned}$$

将食分的单位变成月食分秒, 也即当全食分为 10, 月径为七十分时, 如果月食食分设为  $x$ , 则符合以下关系:

$$x : 10 = B'A' : 0.7$$

$$\begin{aligned} \text{故 } x &= B'A' \times 10 / 0.7 = (1.05 - 1.05 \times \text{交前后度} / 13.05) \times 10 / 0.7 \\ &= (13.05 - \text{交前后度}) \times 1.05 \times 10 / (13.05 \times 0.7) \\ &= (13.05 - \text{交前后度}) / 0.87 \end{aligned}$$

由此可得到定法 87 的来源。并且图 5.30 中暗虚的位置即为月全食食限界点处。

依据关孝和关于月食食限和定法数原的示意图,以及关氏的“解术”,我们对日食食限及其定数的数源,依图 5.31 为日食阳历食限和食分示意图,设日、月视半径均为 0.7 度,日食食限  $AS = 6$  度,则食分  $O'B' = O'E - B'E = O'E - (A'E - A'B') = OS - (A'E - OM)$

$$\text{又 } A'E = MS \times AE/AS$$

$$\text{代入上式得: } O'B = OS - 1.4 \times \text{交前后度} / 6$$

$$+ OM = 1.4 - 1.4 \times \text{交前后度} / 6$$

把图 5.31 中的距离单位变成日食分秒为,

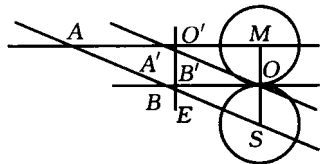


图 5.31 阳历日食食分推导图

$$\text{日食分秒} = O'B' \times 10/1.4$$

$$= (6 - \text{交前后度}) \times 1.4 \times 10 / (6 \times 1.4)$$

$$= (6 - \text{交前后度}) / 0.6$$

得到定法 6 的数原。

同理,可以得到阴历日食的定法 8 的数原解释。

在地平线上发生的交食,被称为日月出入带食。关孝和在《天文数学杂著》“求日月出入带食所见分数图解”中对《元史》中“求日月出入带食所见分数”的解释如下:“日食,假令,食甚定分千三百分、千五百分,带食差二百分,食八分,定用分五百分,见分四分八十秒。”“月食,假令,食甚定分二千一百,日出分二千五百,带食差四百,食皆既十五分,定用分七刻,所见分六分四十三秒,食既分十分,既内[ ]分五分,既内分二刻三十三分,既外分四刻六十七分。”

日(月)带食分,分以下四种情况:日入分在初亏以上,日出分在初亏以上,日入分在复圆分以下,日出分在复圆分以下。这四种情况发生时,由于日(月)食全过程中,有一部分(或初亏,或复圆)在地平以下看不见,所谓“见食若干,带之而出”,这部分就是日(月)带食分。关孝和给出了日入分在复圆分以下的日带食图(图 5.32)和日出分在复圆分以下的月带食图(图 5.33),并附有简单的算法说明。由于日(月)食食分在 8 分以上,故日(月)食起于正西(东)复于正东(西),关氏计算如下:日食:

$$\text{带食差} = \text{日入分} - \text{食甚定分} = 1500 - 1300 = 200,$$

$$\text{昏刻带食} = \text{带食差} \times \text{食甚分} / \text{定用分} = 200 \times 8/500 = 3.20,$$

$$\text{日带食所见分} = 8 - 3.20 = 4.80$$

$$\text{月食: 带食差} = \text{日出分} - \text{食甚定分} = 2500 - 2100 = 400,$$



$$\begin{aligned}\text{晨刻带食} &= (\text{带食差} - \text{既内分}) \times 10 / \text{既外分} = (400 - 233) \\ &\quad \times 10 / 467 = 3.57,\end{aligned}$$

$$\text{月带食所见分} = 10 - 3.57 = 6.43$$

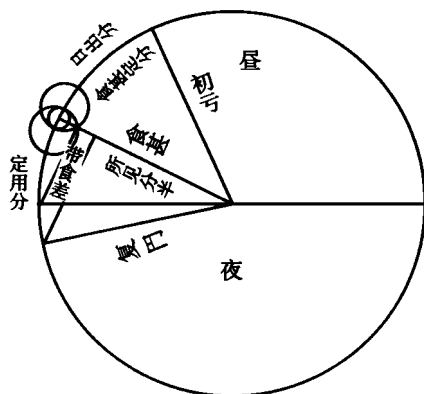


图 5.32 关孝和求日带食原图

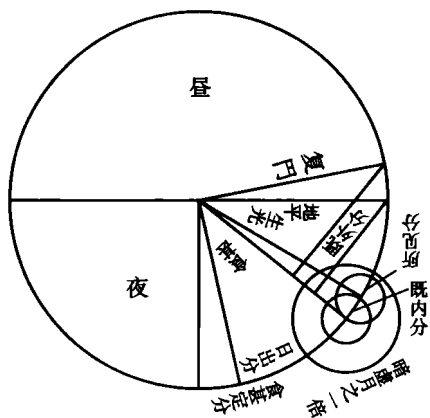


图 5.33 关孝和求月带食原图

需要指出的是,《元史》求月食定用分的术文“月食既者,以既内(大)分与一十分相减相乘”,其中“既内大分”的“大”为严敦杰所加,以区别于“既内分”<sup>①</sup>。关孝和也意识到《元史》有误,故有“既内[ ]分”。

关孝和和有关交食计算的这部分工作,虽然整体上看较为零散,与他前几部著作相比缺乏系统性,但是,我们却不能忽视其中的创造火花。他给出了交食食限计算的直观图证;对交食视差的解释建立在其所构造的一系列图形之上;对日食、月食所起和求日月出入带食所见分数亦作出直观图解;此外,还结合图形对定法数原给出合理的解释。这些图形是关氏历算工作的精华。他的这些工作代表了日本传统历算的最高水平。

① 王荣彬,《关于关孝和对〈授时历〉交食算法的几点研究》,《自然科学史研究》,2001, 20(2)。

## 第六章 李约瑟眼中的中国天文学史

### 第一节 李约瑟与中国天文学史文献

由于中国古代天文学的官方性质,不允许民间私习天文甚至历法,所以天文学文献大多为官修史书中关于天文、历法及祥瑞灾异部分,和数量庞大的古代数学文献相比,天文学文献是极其有限的,特别是散见于民间的抄本或刻本更是少见。数学书籍的应用非常广泛,而天文学的技术性较强,传抄较少,有的在皇宫被束之高阁,只要有一两次改朝换代的破坏,藏书便会荡然无存。印刷术发达之后,这种情况稍有改观。从社会学的角度来看,天文、历法虽然因国家的支持而得到好处,但它们因此而陷入半秘密状态,在某种程度上是不利的。李约瑟(1900—1995年)的《中国科学技术史》中引述了不少天文学文献的内容,而且对许多原文的重要内容都给出了相应的翻译,这里含有关于他理解中国古代天文学的一些信息,同时也反映了他对中国天文学史的研究态度和方法,“他为学严谨,在可能范围内必追寻中国古代原始资料作为自己建立理论的依据。”<sup>①</sup>以上内容对于学术界进一步展开“李约瑟研究”具有重要价值。

《中国科学技术史》天文卷涉及的天文学文献和主要内容有:

①《书经》。其中《书经·尧典》中的一段3 000年前的关于中国官方天文学的基本宪章的话“乃命羲、和,钦若昊天,历象日月星辰,敬授人时;分命羲仲,……”,被李约瑟在分析中国古代传说中的帝尧对“天文官”的任命时提到并给出详细翻译和解释,他同时给出了晚清《钦定书经图说》卷一关于任命羲、和的插图。他翻译了《书经》中另外一段话:“日中星鸟,以殷仲春;……日永星火,以正仲夏;……宵中星虚,以殷仲秋;……日短星昴,以正仲冬。……祺三百有六旬有六日,以闰月定四时成岁。”这是他分析中国古代二十八宿体系特征和年代问题时引用的。另外《书经·胤征》中记载有对那些玩忽职守的神巫所执行的某种

---

<sup>①</sup> 程贞一,李约瑟在中国科学技术史研究上的一些观点与成就,《自然科学史研究》,2000,19(4): 306—324。

惩戒仪式等。

②《周礼》关于冯(音平)相氏、保章氏、挈壶氏等皇家天文学家的职责。由此出发,李约瑟探讨了中国天文官制和天文机构,认为古代司天文的官员的确享有种种“神职的特权”,清朝钦天监的官员犯罪是从轻处罚的,皇家天文台最高的官职是“太史令”,这等同于皇家天文学家(Astronomer-Royal),兼有史事记载和历法计算的双重任务。李约瑟谈到在北宋时同时有两个天文台:翰林院的天文院和司天监,它们对于异常天象每夜都要相互对勘,誊录上报,以防作伪和误报。但是,11世纪的天文学工作很糟糕,一个叫彭乘<sup>①</sup>的太史令记载道,他发现两个机构的观测人员只是互相抄袭前几年的观测报告,没有什么新的发现。他们对于天文台的设备也未加利用,只满足于进呈精度很底的天文历书。在此他还提到了韦述的《集贤注记》(约750年)、朱弁的《曲洧旧闻》<sup>②</sup>(约1140年)、《梦溪笔谈》和记载隋唐算学科的《唐语林》。

③详细研究了《夏小正》和《月令》两种流传至今的最古的历书,它们分别被并入《大戴礼记》和《小戴礼记》(即今《礼记》),已有西方学者道格拉斯(Douglas)翻译过《夏小正》。《月令》是《吕氏春秋》的前十二篇,可以藉此研究《月令》的成书背景及其外围情况。李约瑟回溯了前人有关工作,用英文译出一些段落。李约瑟指出对这两部书的研究和释读,从清朝就开始了,如任兆麟的《夏小正注》、程鸿诏的《夏小正集说》、黄模的《夏小正分笺》等等。

④提到了孟轲的《孟子》的思想,以及与他同时代的石申夫的《天文》和甘德的《天文星占》。这两部书在后代分别以下列四种形式传下来:《星经》(公元5世纪,以《通占大象历星经》收于《道藏》)、《晋书·天文志》、《开元占经》、伯希和(Pelliot)在敦煌分析的一种占星术抄本(621年)<sup>③</sup>等等。指出现在的《星经》并不是全本,只列有中宫(拱极区)和东、北两宫的恒星和星座,一般认为它比不上《晋书·天文志》,而《开元占经》的数据最为完整。这些书都载有以度数计量的观测数据,李约瑟进一步探讨了它们是原书所有,还是后来所加。李约瑟在一些汉学家工作的基础上仔细考证了这些书所载内容的详略,认为这四种古书都以公元310年左右陈卓辑录的周代天文学著作作为蓝本,这四部书的内容各有千秋,可互补并有助于复原《天文》和《天文星占》。对于8世纪出现的《开元占经》辑佚了许多天文学资料,李约瑟大加赞赏。

① 彭乘,《墨客挥犀》,据《中国科学技术史》(天学卷)中译本译者,这一著作已由李约瑟全文译出。

② 这两本著作也已由李约瑟全文译出。

③ 法国国立图书馆第2512号。

⑤ 屈原的《天问》(公元前 300 年左右)。是中国历史上出现的关于天有九重思想的最早例子。

⑥ 汉代的重要典籍中,《周髀算经》记载了一个主要的天文学思想流派的理论,是以周代学说为核心,加上秦和西汉的内容补充而成的。《淮南子·天文训》(约公元前 150 年)是以淮南王刘安为代表的另一个思想流派的学说,钱塘的《淮南天文训补注》(1788 年)是可参考的重要典籍。与刘安同时代的落下闳,是天文仪器的创始人,他的《益部耆旧传》只有片段章节见于《太平御览》。汉代的典籍还有宋均(卒于公元 76 年)的两种纬书——《尚书纬考灵曜》和《易纬通卦验》——它们的大部分已经流传下来,收入明代的《古微书》;有张衡的《灵宪》、《浑仪注》;有司马迁的《史记·天官书》(公元前 90 年完成),李约瑟对于这部书的系统性和其中对历史的回顾给予较高的评价,还提到刘朝阳透彻研究了关于《天官书》的真伪问题<sup>①</sup>。

还有官修的《汉书》、《后汉书》。李约瑟认为公元 100 年,西汉的历史性数据和东汉较进步的天文学知识已经结合起来了,但是这批重要的史料还没有完整的西文译本。据笔者了解,现任李约瑟研究所所长古克里(Christopher Cullen)博士在 1996 年出版了关于《周髀算经》翻译和研究的专著,多少弥补了李约瑟的遗憾。李约瑟认为,公元 1 世纪以前,交食在中国天文学中并不占重要地位,但到公元 85 年左右贾逵改历时,已制成了观测仪器,在公元 178 年刘洪和蔡邕所作的《律历志》中已出现这种新知识,并且有用度数表示的交角。与陈卓同时而略早的王蕃有一本重要著作叫做《浑天象说》(公元 260 年写于吴国),已由艾伯华与米勒(Eberhard & Müller)译成西文,并加了注释。当时还有姚信写了《昕天论》(约公元 250 年),他创立了另一种天球理论,原文有:“又冬至极低,天运近南,故日去人远,而斗去人近,北天气至,故冰寒也。夏至极起,而天运近北,故斗去人远,而日去人近。南天气至,故蒸热也。极之高时,日所行地中浅,故夜短。天去地高,故昼长也。极之低时,日所行地中深,故夜长。天去地下浅,故昼短也。然则天寒依于浑,夏腐于盖也。”这是学术界比较少见的资料,曾经在 1 世纪流行。

公元 4 世纪虞喜的《安天论》片段和他的族祖虞耸著的《穹天论》流传下来。李约瑟从史料入手,仔细分析了中国古代各个宇宙论和各家代表性的经典记述,注意到宋代理学家的成就,到了明代天文学被重新唤醒。所引文献从二十四史

<sup>①</sup> 刘朝阳,《天文学史专号》,《中山大学语言历史研究所周刊》,1929, No. 94—96:1—69。刘朝阳,《史记天官志考》,《中山大学语言历史研究所周刊》,1929, No. 73—74:1—60。

志到各种辑出的版本,如《玉函山房辑佚书》、13世纪邓牧《伯牙琴》、朱熹的《朱子语类》、张载的《张子正蒙》、储泳的《祛疑说纂》、14世纪陈霆的《两山墨谈》、公元1726年的类书《图书集成》<sup>①</sup>等等。100年后钱乐之的星图已失传,祖暅之《天文录》的一部分被收入《开元占经》。

⑦ 隋丹元子的《步天歌》是后代列举恒星及其坐标的典范,数学家李淳风的父亲李播的《天文大象赋》、《图书集成·乾象典》、传教士的《西步天歌》等都曾经参照《步天歌》。

⑧ 《晋书》、《隋书》。认识到其作者和内容的权威性及其在官修史志中的地位,讨论了其中一些史料和史实。注意到了《隋书·经籍志》中涉及的一系列印度天文书,在公元600年前后流传各地,其中带有“七曜”字样的书不下22种,在中国居留的印度天文学家曾经入太史阁。总之,李约瑟认为关于中印天文学有进一步比较研究的必要。

⑨ 宋朝第二代皇帝设立天文阁(图书馆),藏书达2561卷之多,郑樵《通志略》曾经根据公元1150年的藏书,列出一个书目,有关天文学的书达369种。私人藏书家尤袤(1127—1194)的《遂初堂书目》有95种天文学书,可对照。其他涉及的文献有,苏颂的《新仪象法要》、沈括的《梦溪笔谈》、《灵台秘苑》、黄鼎的《管窥辑要》、王应麟的《六经天文编》、马端临的《文献通考》以及类书《图书集成》等等。

李约瑟最后说:“中国天文学文献虽然远较数学文献混杂、分散和不完整,但数量却相当多,即使把所有已散佚的除外也仍然是如此。可以和它相比的,只有植物学、动物学和药学方面的文献,多于它的则只有医学文献。从我们前面的概述所揭示的宽广的场面来看,人们不难看出来,自宋君荣起到德莎素止,西方学者所做的一切工作,都不过接触到这一学科的边缘而已。尽管目前在许多专门的问题上,已有人在进行一些出色的研究<sup>②</sup>,但是,把许多完全未触及的史料考虑进去,从而对中国天文学全部领域加以通盘考察,仍然是一项值得重视的工作。本书因为受到总的写作计划的限制,所能做到的只是一种查明情况的考察而已。”<sup>③</sup>

① 其中的天文学部分是在耶稣会传教士的影响下编成,情况有些混乱,天枢被说成是“四辅”之一,同时又被说成是真天极的名称,书中没有提到北极星是极星,此星在冈明我和戴进贤所作的方星图中出现,而在戴的图中的位置是正确的。

② 指艾伯华关于汉代和三国时代天文学著作的研究,董作宾关于殷代历法的研究,米歇尔关于先秦天文仪器的研究。

③ 李约瑟,《中国科学技术史》,第二十章,天文学,“文献概述”,北京:科学出版社,1975:90。

## 第二节 20 世纪以前西方学者对中国天文学史的研究

西方人开始接触和研究中国古代科学史具有比较复杂的历史背景。事情也许要从“文艺复兴”开始说起。欧洲文艺复兴是多元文化碰撞的综合结果,其中有在阿拉伯文化中找回在西方失传多世纪的古代希腊的成就,有阿拉伯和印度文化的成就,以及传入阿拉伯和印度的一些中国的成就等等,欧洲文艺复兴因此成为历史上持续时间比较长、对近代科学影响最大、引发了一次世界性的“科学革命”的大事件。欧洲的“文艺复兴”发展了海外贸易和殖民扩张,一方面是由于它的强势使得世界资源和财富重新分配,一方面是欧洲人的民族自信心和优越感的增强,与此同时,中华文化的声望随着欧洲势力的兴盛而遭受打击和歧视,中国哲学的自然观被诬蔑为非基督宗教的野蛮文化,欧洲教会公开地排斥中国文化。这种欧洲民族优越感继续膨胀,在科学技术史研究方面有人甚至强调科技是西方文化的专有产品,这对科学技术史研究和科学技术交流史的研究产生了多方面的障碍<sup>①</sup>。以上也是李约瑟研究中国科学技术史的一个背景和动因,由于在李约瑟之前西方长时间内对于中国古代科学史认识的混乱和歧视,所以李约瑟的研究结论和研究方法在科学技术史领域具有重要意义和地位。

但是尽管这样,在世界范围内仍然有一些有正义感的学者针对当时的事态在学术方面提出抗议并给予澄清历史。这里可以举出的例子有,16 世纪末培根(Francis Bacon, 1561—1626 年)在其《新工具》(*Novum Organum*, Clarendon Press, Oxford, 1878)中阐述了印刷、火药和指南针三大发明对于世纪发展进程的巨大力量和影响。这个陈述的一个要点在于,为什么如此重要的发明其来源却是如此的模糊不清,这一责问反映出当时科技传播和交流方面存在问题,即为什么欧洲往往在外来的影响方面缺乏传播记载? 另外一位欧洲学者钱伯斯(William Chambers)曾经就当时国际学术界在中国建筑设计的交流方面存在的问题和歧视发表了自己的责问和抗议。

欧洲学者研究中国科学技术史的另外一个瓶颈是怀疑中国传统历史的风潮。它起源于 17 世纪的欧洲,并且延续了一个多世纪,其主题认为是中华文化是一种外来的移植文化,中华文化不可能早于西周时代。还有一个疑古风潮是

<sup>①</sup> 程贞一,李约瑟在中国科学技术史研究上的一些观点与成就,《自然科学史研究》2000,19(4): 306—324。

来自 20 世纪初中国正好处于内忧外患的低谷时期,一些国人内部出现了过激的言论,如对夏商周历史产生疑问甚至全面否定,对历史记载的真实性和年代产生动摇。李约瑟研究中国科学技术史的方法、线索由此而生。现在学术界已经达成的一个基本共识就是,不管事情进展到什么程度,中华文明在文艺复兴这一世界性的变革中也发挥了巨大的作用,中华文明具有悠久的历史,中国古代的科学技术史有自己独具特色的一套体系。

西方人最早研究中国古代天文学是从明末耶稣会士来华开始的,出于耶稣会宗教扩张的目的,为了笼络人心,把“学术传教”作为基本手段。在这个过程中,不少耶稣会士广泛了解和体察中国人特别是中国皇帝的喜好,而且把中国传统科学的许多内容和思想通过各种形式带回欧洲。李约瑟在其《中国科学技术史》中对于明清时期西方传教士关于中国天文学的研究有简短的报导和研究。他认为耶稣会传教士知道,他们可以靠欧洲文艺复兴时期的科学和中国人打交道,由于中国传统对于历数推步和交食预报的重视,他们可以凭借高明的计算方法把自己引入官场,从而得到种种好处。但是他们对于中国社会和天文学的考察,带有根本的误解。一个突出的例子是对于中国的赤道坐标体系的认识,认为它不如西方的黄道坐标系,这个余孽直到 19 世纪在欧洲仍未完全消除<sup>①</sup>。当然这仅仅是一个消极的例子。另外,还有许多欧洲学者关于中国古代文献的粗心大意导致一些明显的错误和误解。例如,曾经有一个关于托勒玫的《至大论》在公元 164 年就传到中国的说法,就是源于宋君荣对《文献通考》(1319 年)中的古文的粗心;宋君荣的另外一个明显错误是,在谈到月球轨道交点“罗睺”和“计都”时,他说是来自于西方称为 Kieou-tche 的天文著作,一个来自叙利亚的名叫 Ku-Tan 的天文学家翻译为汉文,据考证,这两个事情分别是指唐代的《九执历》和长期居住中国的天文学家瞿昙悉达。李约瑟对于这些错误结论的纠正方法是通过文献考证,做了具体深入的科学研究以后,用具体事实阐明问题的实质。

李约瑟认为世界科学史界对于中国古代天文学的兴趣和利用,一是认为它是世界科学史的一部分,其年代学是尤其重要的内容,二是对于中国古代观测记录感兴趣,李约瑟认为,“除巴比伦的天象记录(大部分已经散佚)外,从中国的天象记事可以看出,中国人在阿拉伯人以前,是全世界最坚毅、最精确的观测者。”中国古代天象记录为现代科学作出了应有的贡献<sup>②</sup>。一个促成这些事情的机缘

① 李约瑟,《中国科学技术史》4(1),北京:科学出版社,1975:6。

② 李迪、邓可卉,中国历史上的天象记录在现代科学上的价值,《中国科技史料》,1997, 18(2):

是,由于对于另外一种文明了解得越深,就越是加重了欧洲人对于《圣经》编年史的质疑,所以西方人对于中国天文学的考证和研究的最初目的是要解决年代学的问题。明末耶稣会传教士来华对于这个问题的考察就开始了。有关的出版著作和人物有,利玛窦(Matteo Ricci, 1552—1638年)发现了中国古代尧帝的统治年代是在公元前2357年,汤若望(Johann adam Schall von Bell, 1592—1666年)受命给罗马总会写了长长的有关中国古史纪年的报告,1658年意大利耶稣会士卫匡国(Martino Martini, 1614—1661年)在慕尼黑出版了《中国上古史》<sup>①</sup>,这是西方人撰写的第一部编年史著作。1686年比利时耶稣会士柏应理(Philippe Couplet, 1623—1693年)发表了一份从黄帝时代起、可追溯至公元前2457年的年表,此后50多年内,陆续有数十种论著问世讨论这个问题。这些事实说明欧洲人对这个问题的关注以及这个问题的重要性。

宋君荣(Antoine Gaubil, 1689—1759年)是研究中国天文学并对此作出全面解释的学者。他是耶稣会派驻中国的传教士,1723—1759在华,他在巴黎天文台时,曾经在卡西尼和马拉迪尔指导下受过相当可观的天文学训练。在中国,他学习中国语言文字,收集一切天文学书籍,同当时少数中国历算家进行讨论,并亲自观测,付出了大量辛勤劳动。他提到了17世纪(1637年)邓玉函和开普勒的通信往来,而他和欧洲的杰出学者弗雷雷(Nicolas Freret, 1688—1749年,法国人)以及皇家学会<sup>②</sup>也保持着密切的联系。弗雷雷对中国文化和汉字有兴趣,并且有相关的手稿问世,然而最令他感兴趣的还是中国的年代学,他在1733年11月宣读的论文《论中国纪年的悠久性和可靠性》产生了很大影响。弗雷雷是18世纪对中国年代学研究最有影响的法国学者之一。

宋君荣有关天象观测的最重要的书是 *Numerous contributions to Observations Mathématiques, Astronomiques, Géographiques, Chronologiques et Physiques tirées des Anciens Liures Chinois ou faites nouvellement aux Indes et à la Chine par les Pères de la Compagnie de Jésus*。

其中宋君荣早期著作的大部分被苏西叶(E. Souciet, 1671—1744年)所编的三卷本刊行,书名是《数学、天文学、地理学观测——采自中国古籍及耶稣会传教士新近在印度和中国的观测》(第一卷,1729年)。第二卷《中国天文学简史》(*Histoire Abrégée de l'Astronomie Chinoise*, 1732年),第三卷《中国天文学论文集》(*Traité de l'Astronomie Chinoise*, 1732年)。宋君荣在1749年后作《中

① A. Gaubil, *Traité de la Chronologie Chinoise*. Paris, 1814:283—285.

② 通信秘书是克伦威尔·莫蒂默(Cromwell Mortimer)和托马斯·伯奇(Thomas Birch)。



国天文学史》(在 *Lettres Edifiantes et Curieuses* 中刊出)。1749 年《论中国年代学》(*Traité de la Chronologie Chinoise*)寄回法国但一直未出版,直到拉普拉斯发现后才出版。其中有一份重要手稿(Gaubil, A. (6))迄今仍存巴黎天文台,1809—1811 年间拉普拉斯刊行了一部分:(Gaubil, A. 7—9)。蒙蒂拉克说,这是一个必须懂得如何发掘才能利用的宝藏。其中有些资料没有得到很好的利用,李约瑟认为:“即使在今天,对于想彻底研究中国天文学的人,宋君荣的著作仍然是不可少的参考资料。”

宋君荣在天文学方面的其他研究成果包括:全面研究了《书经》,并详细考察了其中的年代学问题,是西方人研究《书经》的蓝本。此外,他还研究了《春秋》《书经》《诗经》中的日月食记录,进行了注解和评论。宋君荣系统研究了中国古代二至日圭景观测记录,并对黄赤交角的变化提出了自己的看法。他的研究很快被当时欧洲天文学家所引用,并对欧洲天文学的发展产生了直接影响。

研究宋君荣手稿的案例也有不少,如法国拉普拉斯(Pierre-Simon de Laplace, 1749—1827 年)整理出版了中国古代圭表日影的记录,关注中国古代冬至点位置的记录以及岁差发现过程,选择了那些能够完善当时的天文表的有用部分,并进行了整理研究。法国工程师和汉学家毕奥(Edouard-constant Biot, 1803—1850 年)是官方研究宋君荣及钱德明手稿之最有成效者。如果说以前欧洲人对于中国天文学的研究是以传教士为主展开的一些专题报导和研究,侧重于探讨文化史的内容的话,那么,从 19 世纪毕奥开始真正进入了西方学者研究中国天文学的时代,毕奥通过对中国古代彗星、客星、流星记录的翻译、整理和研究为西方天文学发展作出了贡献<sup>①</sup>。

李约瑟进一步统计认为,明清时期传教士对于中国星图和星表的研究包括,1782 年,德经(Joseph de Guignes, 1721—1800 年)曾经刊行一种中国平面星图,并附有按拉丁字母排列的星表。1819 年,里夫斯(Reeves)制成类似的星名对照表,这成为施古德(Schlegel)的《中国天文图》(*Uranographie Chinoise*)的蓝本,这幅星图至今仍然是方位天文学中关于恒星和星座的重要参考资料。1850 年伟列亚力(Wylie)根据钱维樾的星图(1839 年)制成另一种很完全的星表,至今有用。伟列亚力还试图编写一种术语词汇的书。1840 年法国天文学家兼化学家比约(J. B. Biot, 1774—1862 年)和他的儿子毕奥(E. Biot)

<sup>①</sup> 韩琦、段昇兵,《毕奥对中国天象记录的研究及其对西方天文学的贡献》,《中国科技史料》,1997, 18(1):80—87。

对于亚洲和中国的天文学进行了卓有成效的研究,毕奥的研究成果是1862年出版的《印度和中国天文学研究》。比约的研究远较前人系统化,他大概是第一个明确认识到“二十八宿”的赤道性质和中国人非常重视拱极星中天的现象。德莎素(de Saussure, 1866—1925年)后来在其论文中综述西方学者对中国天文学的研究,认为这些研究都没有注意到中国天文学的赤道特点和拱极星特点。总之,李约瑟认为,这一时期的一般天文学史或科学史著作中所包含的中国天文学介绍,从1817年德朗布尔起到1931年齐纳止,几乎都不能使人满意<sup>①</sup>。

17—19世纪欧洲对中国天文学史和年代学的研究,是中西科学交流史上一个非常特殊的范例。以往对于中西科学交流的研究方面强调天文学的单向输入,但是通过对这个特殊时期的案例的研究发现,中外科学的交流是相互的,中国古代科学及天文学在这个过程中对世界科学史作出了贡献。国家首届最高科学奖获得者吴文俊先生,利用他的一部分奖金,设立了“丝路基金”,旨在重点支持研究和探讨在“丝绸之路”上发生的科学传播和交流的历史,他特别强调,除了探讨域外数学和天文学等传入中国的过程以及对中国的影 响外,还要研究和探讨中国古代数学和天文学等对于世界科学所产生的影响。他本人就提出世界数学史是由机械化和公理化数学体系交错发展而构成的。

综上,西方学者在17—18世纪对于中国天文学的兴趣,出于两个目的:一是为了研究古史年代和纪年,二是为了天文学的需要,如计算二至点的移动、黄赤交角的变化、岁差等。欧洲学者为此花费了大量精力,研究和争论这些古代记录的可靠性。这不仅关系到对中国古代文明的评价和认识,也影响到了世界史的研究方向和范围。但是总的来说,在明清时期西方学者对于中国古代天文学的研究面临巨大的困难,想要突破历史的障碍是很困难的。具体表现在:①语言问题,当时没有比较合适的外文对照字典,汉学远未形成规模;②由于中国天文学隶属官方统治,能够进行合作的中方天文学家非常少;③中国的古籍已经几乎全部散佚;④当时主要的困境是关于年代学的,即关于中国纪年与公元纪年之间的换算。当然一个很重要的历史事实是传教士更重要的目的是传教。李约瑟认为这段时期是“汉学基础不可靠”的时期。

另外,李约瑟在其书中列举并阐述了20世纪欧洲天文学家对于中国古代天

<sup>①</sup> 李约瑟,《中国科学技术史》(天文卷),第一分册,科学出版社,1975:27—35。

文学的研究成果,注释中是其中的一部分<sup>①</sup>,涉及的学者也都是当时比较著名的汉学家。

### 第三节 李约瑟的中国天文学史研究及其贡献

探讨李约瑟中国天文学史研究方面的贡献,需要从两个角度进行把握,首先是他研究中国古代天文学的一些主要成就,其次是他在这方面所产生的影响。李约瑟作为20世纪一个研究中国科技史的欧洲杰出的代表性学者,他非常清楚他所处的历史地位和他在研究中国科技史中应该着重阐述清楚的历史事件。

世界科学史界对于中国古代天文学有了一个比较清晰的认识,是始自李约瑟的。李约瑟在他的《中国科学技术史》中对于中国古代的历法讨论比较少,一方面囿于当时研究的进展,有些话题学术界还没有展开,但另一方面他也确实有过中国古代历法科学意义不大的想法,反映了他研究的局限性。但是他认为中国天文学中有以下几个引人入胜的话题,古代和中古代的宇宙论、星图的绘制及其所用的坐标、对天球大圆的认识、用拱极星作为看不到的赤道星座中天的指示星、日月食的研究、天文仪器的发展水平(13世纪曾达到远超过欧洲的水平),以及重要天象的完整的观测记录等等。在他的书中,对以上内容以专题形式展开。他对中国古代天文学中发明水动机机械钟成为现代擒纵器的先声、宣夜说对于近代科学中水晶球体系的摧毁和宇宙无限学说的形成方面的意义、赤道装置坐标体系的应用及意义的阐述,对于中国古代天象记录的久远性、系统性和完整性给予高度评价,是他的代表性成就。他对中国古代天文学的特点把握准确,由于他

<sup>①</sup> 德莎素(de Saussure), L. *Les Origines de l'Astronomie Chinoise*. Maissoneuve, Paris, 1930. 这篇文章很重要,曾经被齐纳评论。包含了关于中国天文学起源的最重要的11篇文章。

de Saussure, L. 'Le Système Astronomique des Chinoise,' ASPN, 1919, 124, 186, 561. 这是一篇概括性文章。

de Saussure, L. 'Astronomie et Mythologie dans le *Chou King*,' TP, 1921, 20, 370.

Maspero, H. 'L'Astronomie Chinoise avant les Han.' TP, 1929, 26, 267.

Maspero, H. 'Les Instruments Astronomiques des Chinoise au temps des Han.' MCB, 1939, 6, 183.

Maspero, H. 'Legendes Mythologiques dans le *Chou King*(*Shu Ching*). ' JA, 1924, 204, 1.

Maspero, H. 'L'Astronomie dans la Chine Ancienne; Histoire des Instruments et des Découvertes.' Paper prepared for SCI in 1932 but not printed till 1950 in Maspero(14):15.

Wilhelm, Hellmut, *Chinas Geschichte; zehn einführende Vorträge*. Vetch, Peiping, 1942. 3.

Wittfogel, K. A. 'Die Theorie der orientalischem Gesellschaft,' ZSF, 1938, 7, 90.

精通汉文,深入研究过浩瀚史籍和文物资料,他的严谨的治学态度使得他达到了远较前人高得多的科学成就。他纠正了许多前人的错误,通过对中国史籍记载的许多已经被放弃的极星的考证,证明了中国天文学的古老。

李约瑟认为,明清之际耶稣会士所持西方天文学有以下六点较中国先进:

1. 交食预报的方法;
2. 以几何方法描述行星运动;
3. 几何学在日晷、星盘及测量上之应用;
4. 地圆说和地球经纬度坐标方法;
5. 新代数学和计算方法、计算工具;
6. 仪器制造、刻度和测微螺旋等新技术。这是颇为全面的归纳。

1610年利玛窦在北京逝世,同年伽利略发表了他的《星际使者》(*Sidereus Nuntius*)。第二年冬天,克拉维乌斯和罗马学院的其他传教士重做了伽利略望远镜的观测并加以确认。这件事的直接结果就是,使得耶稣会士们反对亚里士多德更甚于反对托勒玫。克拉维乌斯卒于1612年。1616年和1632年,伽利略因传播哥白尼学说两次被判罪,这对于派往中国的教会团体当然会产生很大的影响。李约瑟认为,为什么耶稣会士一方面为中国朝廷制订“文艺复兴式”历法如此成功,而同时却又坚持托勒玫的观点,摒弃哥白尼的学说?他分析如下,第一,按照纯历法的标准来说,他们并不需要在两者之间作什么选择。地心说和日心说在数学上的意义是完全等同的,各种三角形的代数求解也一样;第二,中国人在耶稣会士入华若干世纪之前,已经制订了很好的历法,根本不曾用过什么太阳系的几何模型。耶稣会士们占优势的地方,是他们的仪器较为先进,数学较为先进——几何学确实是陈旧了,但代数学是很新的。李约瑟的议论值得重视,当然在叙述中他有一些观点是有失偏颇的。

李约瑟关于明清时期传入中国的西方科学,提出了是“西学”还是“新学”的疑问,结合文艺复兴式的自然科学的发展历史,耶稣会士企图强调的发源于基督教国家的西方科学,而在中国编撰完成的历书却强调传入的科学是“新学”。这传达了两种势力强大的不同民族背景下的不同的科学观。从另外一个角度来看,当时世界科学发展的新方法、新内容等大趋势使得面临的许多问题不仅对中国来说是新的,对于欧洲来说同样也是新的。

明清时期就开始的一场中外学者关于“二十八宿起源”的争论,一直持续到上个世纪,由于二十八宿是赤道附近的星宿,它在古代赤道坐标系统中具有基本坐标系统的功能,历史上,中国、印度和阿拉伯都曾经使用过二十八宿制度,但是它们起源于哪里成为学术界争论的重要问题。竺可桢在1945年曾经撰写《二十八宿之起源》的英文文稿,后又撰写《二十八宿起源之地点与时代》—英文文稿<sup>①</sup>,都和李约

<sup>①</sup> 郭世杰、李思梦,李约瑟致张资珙的两封信,《中国科技史料》,2003,24(2):175—178。

瑟有过学术讨论,后文是在李约瑟嘱咐下完成,最终发表于美国《大众天文学》杂志上。李约瑟也曾经认为二十八宿是起源于巴比伦的,但是这个观点有待进一步的探讨和商榷。

李约瑟一方面结合大量中国古代文献对于中国古代天文学的几大系统进行了研究和论证,另一方面,以一个西方研究者的独特角度陈述了他对于中国古代天文学的认识过程、途径,同时也向西方学者系统地介绍了中国古代天文学的成就及其不同于西方天文学的特点。

李约瑟是西方人中将耶稣会传教士在华的科学活动称为中西文化交流的第一批人,这是一种中性态度下得出的结论。而以往的西方人往往称之为对华单方面的文化灌输,或者称之为文化启蒙,带有明显的偏见。李约瑟的研究结论是:中国古代天文学对世界的贡献是巨大的,它与欧洲的古代天文学体系完全不同,它是在相对隔绝的状态下独立发展起来的,中国古代天文学曾经在许多方面作出了具有世界意义的重大贡献,许多项目处于世界领先地位。

他在其书第四十八章,对于中国和希腊天文学的不同,特别是前者具有的明显的官方和朝廷性质,从社会和经济背景展开比较研究。

李约瑟谈到在日本有大量的中国天文学史的文献,日本对于中国天文学史的研究已经形成两个学派,领导者是新城新藏和饭岛忠夫,前者认为中国天文学基本上是独立发展而未受任何西方影响,注意到了中国古代天文学的不同之处,后者则极力想证明中国天文学是由希腊(或至少是巴比伦)派生出来的,其根据主要是太阴周和卡利普斯周期在表面上相似。他提供了这两位学者的主要论著和成果。另外,他特别强调了蕞内清的《隋唐历史研究》和陈遵妫的部分著作,但是,蕞内清和能田忠亮关于《汉书·律历志》的解释,还有丁福保、周云青的《四部总录天文编》等等,在他写作时都没有看到。

至于说他的研究方法,从一开始李约瑟就清醒地认识到,他必须在可能的范围内追寻中国古代原始资料作为自己建立理论的依据,而且要摆脱西方文化传统的影响,从一个比较中性的角度,来分析中华文化在科学技术上的成就。而这些资料和文献以英文的形式出现于西方世界,仅仅在文献学上就具有世界意义,是西方学者更好地了解中国古代文献的重要途径;李约瑟对于许多技术名词和专有名词的处理方式是,以罗马字体拼音提供发音和相应的中文名词来解释同一个词语,成为以后西方学者的范例<sup>①</sup>。这是在西文研究范围内必须首先解

<sup>①</sup> 这方面可参见席文、桥本敬造、劳埃德等人的论著就可以看出,他们对于中国古代术语的处理方式和李约瑟相似。

决的问题。对于中国传统名词本真的认识 and 了解,既是一种科学态度,又是一种在研究形式和研究内容上对于中国历史的尊重和重视。

李约瑟的工作说明了一个研究古代史的学者必须具备从事研究科技与中国古代社会文化之间关系的能力。而以前一些传统的汉学家们对中国古代科技的研究和认识仅仅涉及一些皮毛,他们的不少结论带有历史的偏见和主观见解。李约瑟的方法给西方学者们建立了一个标准。

李约瑟不仅把中国古代科技系统地介绍给西方,改变了一些学者对中国古代科技成就的基本看法,而且也改进了中国科技史的研究水准。李约瑟对于中国古书的成书年代采用比较有弹性的方法,中国古代许多天文典籍,如《周髀算经》,其中的科学理论的发现、推进方法和许多技术内容的出现年代往往早于其成书年代,李约瑟的这种弹性处理方法是可接受的标准<sup>①</sup>。

李约瑟博士生前曾经是英国皇家科学院院士,他主编的多卷本英文版的《中国科学技术史》1954年开始由剑桥大学出版社陆续出版,被认为是20世纪完成的重大学术成果之一。他第一次以令人信服的史料和证据,全面系统地阐明了4000年来中国科学技术的发展历史,展示了中国在古代和中世纪科技方面取得的成就,及其对世界文明的贡献,李约瑟的巨著分七大卷,34分册,至今仍在陆续出版中。

李约瑟研究所原所长何丙郁指出,中国老一辈科学史家在20世纪二三十年代已经做出的中国科学技术史研究的一切有关成果,没有唤醒国际学术界对中国科技史的注意,直到李约瑟《中国科学技术史》第1、2、3卷相继问世,中国科技史才开始获得国际学术界的公认<sup>②</sup>。1982年第一届中国科学技术史国际会议在比利时鲁汶大学召开,以后连续进行,2004年8月第十届中国科学技术史国际会议在哈尔滨工业大学举行。这成为全世界各国学者交流中国科学技术史研究成果的平台。

李约瑟在其《东西方的科学与社会》中提出了著名的“李约瑟难题”：“为什么在公元1—15世纪期间,中国文明在获取自然知识并将其应用于人的实际需要方面要比西方文明有成效得多。为什么近代科学没有产生在中国,而是产生在17世纪的西方,特别是文艺复兴后的欧洲?”至今,“李约瑟之谜”萦绕在中外科学史家心中,既挥之不去,又未能完全破译。

① 程贞一,李约瑟在中国科学技术史研究上的一些观点与成就,《自然科学史研究》,2000,19(4): 306—324。

② 何丙郁,李约瑟的成功与他的特殊机缘,《中华读书报》,2000,8,9,24版。

李约瑟认为,如果从寻找中国和欧洲的社会与经济类型的根本差异入手,结合社会发展形态、社会制度、人们的思维和行为方式作为影响科学技术发展的主要因素,或许可以破译这个谜团。早在300年前,利玛窦在进入中国后,就对中国悠久的文明史进行了探讨,他进一步思考了为什么中国丝毫不了解西方科学体系的原因。传教士巴多明在1730年写给法国科学院的信中曾经阐述说:不对科学研究的成功者给予报偿;没有刺激与竞争;没有促进科学进步的远见、紧迫感等因素阻碍了中国科学技术的发展。20世纪初期,任鸿隽、竺可桢、陈立、徐模等人分别从方法论、心理学、科举制度等方面探讨了中国没有产生西方科学的原因。梁启超道:“吾常言:欲一国文化之进展,必也社会对于学者有相当之敬礼,学者恃其学足以自养,无忧饥寒,然后能有余欲以从事于更深的研究,而学乃日新焉。近世欧洲学问多在此种环境之下培养出来,而前清乾嘉时代,则亦无几矣。”<sup>①</sup>同期,德国历史学家和汉学家魏特夫(Karl August Wittfogel, 1896—1988)认为由于中国人的智慧主要集中于直接和农业秩序有关的,或在观念上反映了农业秩序的各种课题上,因此获得了不同于西方的知识成果。尽管中外学者至今对“李约瑟之谜”的“谜面”是否成立、最终能否完全破译这个复杂性难题还存在多元化的见解,但是,“李约瑟之谜”毕竟代表了全世界对于中国近代科技史根源问题的不倦的追寻,同时也激发了人们对于人类不同文明的差异和发展问题的深思。

西方人对于中国古代天文学的研究进展至今,中西方学者交流和探讨一些学术问题的渠道和形式越来越多,但交流的瓶颈仍然存在,如何正确认识和把握交流所面临的一些历史共性和地区、民族差异,是世界不同国家学者必须正确面对的问题。但是毕竟,科学的历史只有一个,无论研究者是哪个国家、代表了什么利益,这些都不是重要的了,重要的是科学共同体的建立和良好的科学史交流平台的搭建。

<sup>①</sup> 梁启超,《清代学术概论》,商务印书馆,1930:67。

## 参 考 文 献

### 原始文献:

- 班固,《汉书·天文志》,北京:中华书局,1962。
- 班固,《汉书·五行志》,北京:中华书局,1962。
- 班固,《汉书·文帝纪》,北京:中华书局,1962。
- 司马彪,《后汉书·律历下》,北京:中华书局,1975。
- 范晔,《后汉书·天文志》,北京:中华书局,1965。
- 李淳风,《晋书·天文志》,北京:中华书局,1974。
- 房玄龄,《晋书·律历中》,北京:中华书局。
- 刘洵,《旧唐书·天文下》,北京:中华书局,1975。
- 沈约,《宋书·律历志》,北京:中华书局,1974。
- 魏征、长孙无忌,《隋书·卷十九·天文上》,北京:中华书局,1976。
- 欧阳修,宋祁,《新唐书·历志六下》。
- 脱脱等,《宋史·律历志》。
- 宋濂等,《元史·天文志》,《元史·历志》,北京:中华书局,1976。
- 张廷玉等,《明史·天文志》。
- 张廷玉等,《明史·律历志》。
- 刘安等,《淮南子·天文训》,张玉哲主编:《天问》,苏州:江苏科学技术出版社,1984。
- [唐]瞿昙悉达,《开元占经》,北京:中国书店影印,1989。
- [清]阮元,《畴人传》,上海:商务印书馆,1935。
- 梅文鼎,《梅氏丛书辑要》,承学堂刊本。
- 梅穀成,《御制数理精蕴》,光绪八年(1882),广州余氏富文斋刊本。
- [波兰]尼古拉·哥白尼著,叶式辉译,《天体运行论》,陕西人民出版社、武汉出版社,2001。
- 允禄等,《皇朝礼器图式·卷三》,清高宗乾隆二十四年(1759)。
- [明]徐光启编纂,潘鼐汇编,《崇祯历书·附西洋新法历书增刊十种》(上、下),上海:上海古籍出版社,2009。



[明]徐光启等译撰,《新法算书》,文渊阁四库全书,台湾:商务印书馆,1983。

薄树人主编,《中国科学技术典籍通汇·天文卷》,郑州:河南教育出版社,1993。

郭书春主编,《中国科学技术典籍通汇·数学卷》,郑州:河南教育出版社,1993。

徐光启,《徐光启集》,王重民辑校,上海:上海古籍出版社,1964。

徐光启,《简平仪说序》,《简平仪说》,天学初函本。

[意]利玛窦,《理法器撮要》、《乾坤体义》、《坤舆万国全图》等,朱维铮主编,利玛窦中文著译集,上海:复旦大学出版社,2007。

[清]徐朝俊,《天学入门》自序;徐朝俊,《日晷测时图法》,以上均出自《高厚蒙求》全四集,嘉庆乙亥刊,云间徐氏藏版。

[清]刘衡,《尺算日晷新义》,嘉庆二十一年刊。

[清]张作楠等编纂,《揣觚小录》,翠微山房·匏,上海鸿宝斋石印,光绪丁酉(1897)春正月。

[清]张作楠等编纂,《揣觚续录》(卷上),翠微山房·匏,上海鸿宝斋石印,光绪丁酉(1897)春正月。

[清]乾隆官修,《清朝文献通考·象纬一》,杭州:浙江古籍出版社,1988。

[清]江永,《数学八卷·卷二》,“岁实消长辩”,《四库全书》,文渊阁影印本,第796册,636—637。

[宋]沈括,《梦溪笔谈》,胡道静,《〈梦溪笔谈〉导读》,巴蜀书社,1988。

[清]黄鼎,《天文大成管窥辑要》,顺治十年云林阁刊本,1653。

[明]王锡阐,《五星行度解》,商务印书馆,1939。

[日]平山谛、下平和夫、广濑秀雄编,关孝和全集,大阪:大阪教育图书株式会社,1974;

广濑秀雄,关孝和の天文关系の著述。

关孝和,授时发明。

关孝和,括要算法·贞卷。

关孝和,关订书。

关孝和,括要算法·元卷。

关孝和,授时历经立成。

关孝和,授时历经立成之法。

关孝和,天文数学杂著。

## 著作:

中国大百科全书出版社编辑部编,《中国大百科全书·天文学》,北京、上海:中国大百科全书出版社,1980。

G. J. Toomer. PTOLEMY. Charles Coulston Gillispie (editor in chief). Dictionary of Scientific Biography. Vol. 11. New York: Charles Scribner's Sons, 1981.

G. J. Toomer, Ptolemy's Almagest. London: Gerald Duckworth & Co. Ltd, 1984.

O. Pedersen. A Survey of the Almagest. Odense: Odense University press. 1974.

O. Neugebauer, A History of Ancient Mathematical Astronomy, Springer-Verlag. 1975.

Ptolemy. The Almagest. Translated by R. Catesby Taliaferro. John Maynard and Mortimer J. Adler (ed). Chicago: Encyclopaedia Britannica Inc, 1952.

[英]李约瑟:《中国科学技术史》第四卷,北京:科学出版社,1973。

Joseph Needham, Science and Civilization in China, Cambridge University Press. 1959.

中国天文学史整理研究小组,《中国天文学史》,北京:科学出版社,1981。

席泽宗,《科学史十论》,上海:复旦大学出版社,2003。

薄树人等,《中国天文学史文集》(1—6),北京:科学出版社,1978—1994。

薄树人、刘金沂等,《科技史文集》(天文学史专辑)1—4辑,上海:上海科学技术出版社。

陈美东,《古历新探》,沈阳:辽宁教育出版社,1995。

陈美东,《中国科学技术史·天文学卷》,北京:科学技术出版社,2003。

江晓原,谢筠译注《周髀算经》,沈阳:辽宁教育出版社,1996。

江晓原,《天学真原》,沈阳:辽宁教育出版社,1991。

江晓原、纽卫星,《天文西学东渐集》,上海:上海书店出版社,2001。

Sedgwick & H. W. Tyler. A Short History of Science. New York: The Macmillan Company. 1919.

Harley & David Woodward (eds). The History of Cartography: vol. 1. Cartography in Prehistoric. Ancient and Medieval Europe and the Mediterranean. Chicago & London: The University of Chicago Press. 1987.

[英]梅森著,周煦良等译,《自然科学史》,上海:上海译文出版社,1980。

H. Bunbury. *A History of Ancient Geography*. London: John Murray. 1879.

Lynn Thorndike, *History of Magic and Experimental Science*, Vol. 5, Columbia University Press, 1934.

D'Elia, *Galileo in China*, Harvard: Harvard University Press, 1960.

J. L. E. Dreyer: *Tycho Brache—A Picture of Scientific Life and Work in the Sixteenth Century*. New York: Dover Publication Inc, 1963.

Sivin, Nathan. *Copernicus in China*. From *Science in Ancient China*. VARIORUM. 1995.

Edward Grand, *Cosmology, Science in the middle ages*, Chicago University, 1978.

Michael Hoskin. (ed.) *The Cambridge Illustrated History of Astronomy*. Cambridge University Press. 1997.

Alberte Waugh. *Sundials: Their Theory and Construction*. Dover publication Inc, New York, 1973.

Hashimoto K. Hsü Kuang—Ch'i and Astronomical Reform—The Process of the Chinese Acceptance of Western Astronomy 1629~1635. Osaka: Kansai University Press, 1988.

陈久金,《回到天文学史研究》,广西科学技术出版社,1996。

郑文光,《中国天文学源流》,北京:科学出版社,1979。

李文林,《数学珍宝》,北京:科学出版社,1998。

李文林,《数学史教程》,北京:高等教育出版社, Springer 出版社, 2000。

李文林,《数学的进化——东西方数学史比较研究》,北京:科学出版社,2005。

[英]米歇尔·霍斯金主编,江晓原,关增建,钮卫星译,《剑桥插图天文学史》,济南:山东画报出版社,2003。

朱文鑫,《历法通志》,商务印书馆,1934。

朱文鑫,《近世宇宙论》,商务印书馆,1927。

薄树人,《薄树人文集》,合肥:中国科学技术大学出版社,2003。

易照华,《天体力学引论》,北京:科学出版社,1978。

宣焕灿选编,《天文学名著选译》,北京:知识出版社,1989。

曲安京,纪志刚,王荣彬,《中国古代数理天文学探析》,西安:西北大学出版社,1994。

曲安京,《中国数理天文学》,北京:科学出版社,2008。

邓可卉,《希腊数理天文学溯源——托勒玫〈至大论〉比较研究》,济南:山东教育出版社,2009。

陈遵妫,《中国天文学史》,北京:科学出版社,1984。

陈遵妫,《中国天文学史》,上海:上海人民出版社,1980—1984。

藪内清,《中国の天文历法》,平凡社,1969。

钱宝琮,《中国数学史》,北京:科学出版社,1963年。

日本学士院编,《明治前日本天文学史》,日本学术振兴会,昭和35年。

日本学士院编,《明治前日本数学史》,岩波书店,1979。

[日]平山谛,《关孝和》,恒星社版,1974。

王勇、大庭修主编,《中日文化交流史大系(9):典籍卷》,杭州:浙江人民出版社,1996。

黄一农,《社会天文学史十讲》,上海:复旦大学出版社,2004。

冯立升,《中日数学关系史研究》,济南:山东教育出版社,2009。

张柏春,《明清测天仪器之欧化》,沈阳:辽宁教育出版社,2000。

石云里,《中国古代科学技术史纲——天文卷》,沈阳:辽宁教育出版社,1996。

陈美东、沈荣法主编,《王锡阐研究文集》,石家庄:河北科学技术出版社,2000。

李迪、查永平编,《中国历代科技人物生卒年表》,北京:科学出版社,2002。

横冢启之,《关孝和〈授时发明〉现代语译》,横滨市神奈川区鸟越9-3,1994。

王青翔,《算术を超え男も一の近代数学の诞生と关孝和》,东京:东洋书店,1999。

王应伟,《中国古历通解》,沈阳:辽宁教育出版社,1998。

潘鼐主编,《中国古天文仪器史》,济南:山东教育出版社,2005。

李迪、郭世荣,《梅文鼎》,合肥:安徽教育出版社,1988。

刘次沅、马莉萍,《中国历史日食典》,北京:世界图书出版公司,2006。

陈载璋、胡中为、尹素英,《天文学导论》(上册),北京:科学出版社,1983。

[美]欧文·金格里奇,《无人读过的书——天体运行论追踪记》,北京:生活·读书·新知三联书店,2004。

横冢启之,《建部贤弘の数理天文学》,横滨市神奈川区鸟越9-3,1994。

董作宾等,《周公测景台调查报告》,上海:商务印书馆,1936。

梁启超,《清代学术概论》,上海:商务印书馆,1930。

吴承洛,《中国度量衡史》,上海书店出版社影印本,1984。

陈直,《三辅黄图校证》,西安:陕西人民出版社,1980。

温少峰、袁庭栋,《殷墟卜辞研究·科学技术篇》,成都:四川省社会科学院出版社,1983。

樊洪业,《耶稣会士与中国科学》,北京:中国人民大学出版社,1992。

潘鼐,《中国恒星观测史》,上海:学林出版社,1989。

陈久金、杨怡,《中国古代的天文与历法》,北京:商务印书馆,1998。

杜昇云、崔振华、苗永宽、肖耐圆主编,《中国古代天文学的转轨与近代天文学》,北京:中国科学技术出版社,2008。

席泽宗、吴德铎编著,《徐光启研究论文集》,上海:学林出版社,1986。

陈美东,《中国古代天文学思想》,北京:中国科学技术出版社,2008。

张培瑜等,《中国天文学史大系——中国古代历法》,北京:中国科学技术出版社,2008。

#### 论文:

席泽宗,《马王堆汉墓帛书中的彗星图》,见:中国社会科学院考古研究所编,《中国古代天文文物论集》,北京:文物出版社,1988。

顾铁符,《马王堆帛书〈云气彗星图〉研究》,见:中国社会科学院考古研究所编,《中国古代天文文物论集》,北京:文物出版社,1988。

萧良琼,《卜辞中的“立中”与商代的圭表测景》,《科技史文集》(第10辑“天文学史专辑(3)”),上海:上海科学技术出版社,1983。

张家泰,《登封观星台和元初天文观测的成就》,《中国天文学史文集》(1),北京:科学出版社,1979。

严敦杰,《中国古代数理天文学的特点》,《科技史文集》,上海:上海科技出版社,1978。

严敦杰,《中国古代黄赤道差算法》,《科学史集刊》第一期,1958。

严敦杰,《明清之际西方传入我国之历算记录》,梅荣照主编,《明清数学史论文集》,南京:江苏教育出版社,1990。

邓可卉、李迪,《有关圭表起源的一些看法》,《科学技术与辩证法》,1999。

李迪、邓可卉,《中国历史上的天象记录在现代科学上的价值》,《中国科技史料》,1997, 18(2)。

陈久金,《九道术解》,《自然科学史研究》,1982, 1(2)。

关增建,《中国天文学史上的地中概念》,《自然科学史研究》,2000, 19(3)。

关增建,《传统  $365\frac{1}{4}$  分度不是角度》,《自然辩证法通讯》,1989, 63(5)。

李鉴澄,《论后汉四分历的晷影、太阳去极和昼夜漏刻三种记录》,《天文学报》,1962, 10(1)。

藪内清,《汉代における观测技术与石氏星经の成立》,《东方学报》(京都),1959。

Drachman, A. G.: Heron and Ptolemaios, *Centaurus* 1(1950)。

B. L. Van Der Waerden, The Motion of Venus, Mercury and the Sun in Early Greek Astronomy, *Journal for the History of Astronomy*, 1981。

C. Cullen, An Eighth Century Chinese Table of Tangents, *Chinese Science*, 1982, 5。

H. Vogt, Versuch einer wiederherstellung von Hipparchs Fixsternverzeichnis, *Astronomische Nachrichten* vol. 224 No. 5354—5355(1925)。

D. Duke, “Hippachus’ coordinate system”, *Archive for History of Exact Sciences*, 56(2002), 427—433, Springer-Verlag 2002。

O. B. Sheynin, Mathematical Treatment of Astronomical Observations, *Archive for History of Exact Sciences*, 1973(11), 97—126。

Walther Gerlach 著,邓可卉译,《约翰尼斯·开普勒的生活、生平与工作》,译自 *Vistas in Astronomy*, vol. 18。《物理学史》,1995, 1—2。

何妙福,《岁差在中国的发现及其分析》,《科技史文集》(第6辑),1980年。

孙小淳,《关于汉代的黄道坐标测量及其天文学意义》,《自然科学史研究》,2000, 19(2)。

孙小淳,《从“里差”看地球、地理经度概念之传入中国》,《自然科学史研究》,1998, 17(4)。

孙小淳,《〈崇祯历书〉的星表与星图》,《自然科学史研究》,1995(4)。

刘金沂、赵澄秋,《唐代一行编成世界上最早的晷影差分表》,《自然科学史研究》,1986, 5(4)。

曲安京,《〈大衍历〉差分表的重构》,《自然科学史研究》,1997, 16(3)。

曲安京,《中国古代历法与印度及阿拉伯的关系》,《自然辩证法通讯》,2000, 22(3)。

Qu Anjing. The Third Approach to the History of Mathematics in China. In: *Proceedings of the International Congress of Mathematicians 2002*, vol. 3. Beijing: Higher Education Press, 2002。

吴国盛,《Equant 译名刍议》,《自然辩证法通讯》,2007, 29(1)。

江晓原,《明清之际西方天文学在中国的传播及其影响》,北京:中国科学院,1988。

江晓原,《明末来华耶稣会士所介绍之托勒玫天文学》,《自然科学史研究》,1989, 8(4)。

戴内清,《九执历研究》,《科学史译丛》,中国科学院自然科学史研究所,1984、1985。

戴内清,《关于唐曹士伟的符天历》,《科学史译丛》,1983。

王荣彬,《关于关孝和对〈授时历〉交食算法的几点研究》,《自然科学史研究》,2001, 20(2)。

王荣彬,《刘焯〈皇极历〉插值法的构建原理》,《自然科学史研究》,1994, 13(4)。

王荣彬,《中国古代历法的中心差算式的造术原理》,《西北大学学报》(自然科学版)1995, 25(4)。

中山茂,《〈符天历〉の天文学史の位置》,《科学史研究》,第 71 号,1964。

薄树人,《〈授时历〉的白道交周问题》,《科学史集刊》(5),1963。

薄树人,《中国古代关于控制行星运动的力的思想》,《薄树人文集》。

钱宝琮,《授时历法略论》,《天文学报》,1956, 4(2)。

冯立升,《从关孝和的累裁招差法看〈授时历〉平立定三差法之原》,《自然科学史研究》,2001, 20(2)。

景冰,《〈授时历〉的研究》,《自然科学史研究》,1995, 14(4)。

潘鼐,《评〈明清测天仪器之欧化〉》,《自然科学史研究》,2002。

李鉴澄,《晷仪——我国现存最古老的天文仪器》,《中国古代天文文物论集》,北京:文物出版社。

陈梦家,《汉简年历表叙》,《考古学报》,1965(2)。

胡铁珠,《对明末〈日月星晷式〉的介绍》,第二届东方天文学史国际会议论文,中国鹰潭,1995。

邓可卉,《面东西日晷在清代的发展》,《中国科技史料》,1999, 20(2)。

邓可卉,《清代地平日晷的作图方法及数学原理》,《数学史研究》(第七集)。内蒙古大学出版社、九章出版社,2001。

邓可卉,《齐彦槐及其所制天文仪器》,《内蒙古师大学报》(自然科学版),2000, 29(1)。

李迪、邓可卉,《关于中国古代计时器分类系统的探讨》,《内蒙古师大学报》

(自然科学版),1997。

邓可卉、李迪,《关于轮漏的解释》,《中国科技史料》,1997,18(4)。

DENG Kehui, Study on Han Xianfu and his Zhidao Armillary Sphere, Proceeding of the Third International Conference on Oriental Astronomy, Fukuoka, Japan, 2000.

DENG Kehui, The Explanation to some Terms of the Theory of Lunar Longitude in the Huihui Li, The 1<sup>st</sup> International Conference on History of Exact Science along the Silk Road, Xian, China, 2005.

邓可卉,《中国隋唐时期对于太阳运动认识的演变》,《西北大学学报》(自然科学版),2006,5。

邓可卉,《〈授时历〉中的弧矢割圆术再探》,《自然科学史研究》,2007,26(2)。

邓可卉,《明末清初〈至大论〉在中国的流传和影响》,《内蒙古师大学报》(自然科学版),2007。

邓可卉,《古代中西黄赤交角测量和计算中几个问题的比较》,《内蒙古师大学报》(自然科学版),2007,2。

邓可卉,《托勒玫〈至大论〉的方法论基础》,《内蒙古师大学报》(社科版),2006,5。

邓可卉,《古代中国与古希腊回归年长度测量问题比较研究》,《内蒙古师大学报》(自然科学版),2006,1。

邓可卉,《关孝和〈天文数学杂著〉初探》,《自然科学史研究》,2004,23(1)。

邓可卉,《关孝和对〈授时历〉中弧矢割圆术的研究》,《西北大学学报》,2004,3。

邓可卉,《朱文鑫历法研究工作点滴》,《朱文鑫——纪念中国现代天文学家朱文鑫诞辰120周年》,北京:群言出版社,2008。

邓可卉,东汉空间天球概念的形成及其晷漏表等的天文学意义,《中国科技史杂志》,2010,2。

Petersen, V. M. The three lunar models of Ptolemy. Centaurus 14(1969).

Noel M. Swerdlow, Hipparchus's Determination of the Length of the Tropical Year and the Rate of Precession, Journal for the History of Astronomy, 1979, 10.

张培瑜、卢央、刘桂霞,《大衍历关于日月运行的研究》,《中国天文学史文集》(四),北京:科学出版社,1986。



刘钝,《等差级数与插值法》,《自然科学史研究》,1994, 14(4)。

曲安京,《再论隋代前后的太阳运动理论》,《大自然探索》,1994, 13(3)。

江晓原,《从太阳运动理论看巴比伦与中国天文学之关系》,《天文学报》,1988, 29(3)。

潘朔,《〈崇祯历书〉的成书前后》,《中国天文学史文集》(六),北京:科学出版社,1994。

席泽宗,《论康熙科学政策的失误》,《自然科学史研究》,2000, 19(1)。

金福,《对刘衡六种日晷之研究》,李迪主编,《通向现代科学之路的探索》,呼和浩特:内蒙古大学出版社,1993。

张江华,《齐彦槐及所制天文仪器》,《文物》,1997, (8)。

高平子,《中国诸历岁实朔实表》,《天文学会十三年会报》,1924。

钱宝琮,《授时历法略论》,《天文学报》,1956, 4(2)。

[日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》,《明治学院论丛》(347号),综合科学研究,第16号,1983. 12。

[日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》(续),《明治学院论丛》(355号),综学研究,第18号,1984. 3。

[日]杉本敏夫,《关孝和の授时发明への注意》(补),《明治学院论丛》(364号),综合科学研究,第19号,1984. 11。

[日]杉本敏夫,《关于用于授时历的沈括的逆正弦公式》,汉字文化圈数学史国际会议,群馬大学,1987. 8。

严敦杰,《宋金元历法中的数学知识》,《宋元数学史论文集》,北京:科学出版社,1960。

[日]三上义夫,《关孝和の业绩と京坂の算家并に支那との算法关系及び比较》,《东洋学报》,第20、21、22卷,1932~1934。

李俨,《中算输入日本的过程》,《中算史论丛》(5),北京:科学出版社,1955。

沈康身,《关孝和与李善兰自然数幂和公式》,吴文俊:《中国数学史论文集》,山东教育出版社,1987。

白尚恕,《〈测量全义〉底本问题的初探》,《科学史集刊》(第11辑),北京:地质出版社,1984。

付邦红、石云里,《〈崇祯历书〉和〈历象考成后编〉中所述的蒙气差修正问题》,《中国科技史料》,2001(3)。

石云里,《〈寰有权〉及其影响》,《中国天文学史论文集》(六),北京:科学出版社,1995。

程贞一,《李约瑟在中国科学技术史研究上的一些观点与成就》,《自然科学史研究》,2000, 19(4)。

韩琦、段异兵,《毕奥对中国天象记录的研究及其对西方天文学的贡献》,《中国科技史料》,1997, 18(1)。

郭世杰、李思梦,《李约瑟致张资珙的两封信》,《中国科技史料》,2003, 24(2)。

何丙郁,《李约瑟的成功与他的特殊机缘》,《中华读书报》,2000。



## 撬动当代中国历史

比较研究 (comparative studies) 在国际学术界早已成为一种普遍的方法来探讨研究某一领域的问题，都属于比较研究。

### · 内容简介 ·

本书不是中国古代历法史，也不是一般的天文学通史，是对中西方古代历算传统和中西方古代天文学中许多典型案例的比较研究，主要时间是从古代到清代中期，本书的特色在于把握中国古代天文学以测算为主的特点，廓清圭表测影的历史功能和技术发展，阐发中星观测的独特地位和功能等等。本书不仅阐述了中国古代天文学的目标、特点和具体内容，而且以《崇祯历书》为重点，考察了西方天文学的传入及其影响，探讨了日本和算奠基人关孝和对《授时历》的研究成果，藉此说明东方数学天文学是一脉相承的。论述了现代天文学家朱文鑫以及“中国人民的伟大朋友”李约瑟博士等关于中西方天文学比较研究的思想和成果。

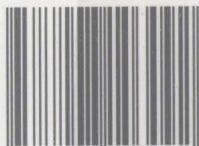
本书立足比较研究的视角，从对希腊经典天文学著作《至大论》的比较研究入手，探讨中西方古代天文学发生与发展的差异；以大量史实为基础，结合具体案例展开比较和论证，史论结合，旨在阐明中西方天文学各自独立的形态。

### · 本书的读者对象 ·

- ◆ 科技史、科技哲学专业师生、研究人员
- ◆ 具有一定数理基础知识的读者

上架建议：中国天文学

ISBN 978-7-208-10309-2



9 787208 103092 >

定价：32.00元

易文网：www.ewen.cc